

DAT  
IS TOUCH  
LOGISCH



EUGENIA CHENG

Vertaling Saskia Peeters

HarperCollins



Voor het papieren boek is papier gebruikt dat onafhankelijk is gecertificeerd door FSC® om verantwoord bosbeheer te waarborgen.  
Kijk voor meer informatie op [www.harpercollins.co.uk/green](http://www.harpercollins.co.uk/green).

HarperCollins is een imprint van Uitgeverij HarperCollins Holland, Amsterdam.

Copyright © 2018 Eugenia Cheng  
Oorspronkelijke titel: *The Art of Logic*  
Copyright Nederlandse vertaling: © 2021 HarperCollins Holland  
Vertaling: Saskia Peeters  
Omslagontwerp: James Jones Book Design  
Bewerking: Pinta Grafische Producties  
Zetwerk: Mat-Zet B.V., Huizen  
Druk: CPI Books GmbH, Germany

ISBN 978 94 027 0702 1  
ISBN 978 94 027 6121 4 (e-book)  
NUR 770  
Eerste druk mei 2021

Originele uitgave verschenen bij Profile Books, Londen, Verenigd Koninkrijk.  
The author of this work asserts all moral rights.

HarperCollins Holland is een divisie van Harlequin Enterprises ULC.  
\* en ™ zijn handelsmerken die eigendom zijn van en gebruikt worden door de eigenaar van het handelsmerk en/of de licentienemer. Handelsmerken met ® zijn geregistreerd bij het United States Patent & Trademark Office en/of in andere landen.

[www.harpercollins.nl](http://www.harpercollins.nl)

Niets uit deze uitgave mag openbaar worden gemaakt door middel van druk, fotokopie, internet of op welke andere wijze dan ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Het e-book is beveiligd met zichtbare en onzichtbare watermerken en mag niet worden gekopieerd en/of verspreid.

# INHOUD

	Inleiding	9
DEEL I	De kracht van de logica	
	1 Waarom logica?	15
	2 Wat is logica?	34
	3 De directionaiteit van de logica	54
	4 Tegenstellingen en onwaarheden	71
	5 Blaam en verantwoordelijkheid	96
	6 Relaties	117
	7 Gelijk hebben	132
DEEL II	De beperkingen van de logica	
	8 De waarheid en mensen	145
	9 Paradoxen	163
	10 Waar de logica ons niet kan helpen	181
DEEL III	Voorbij de logica	
	11 Axioma's	197
	12 Dunne scheidslijnen en grijze gebieden	206
	13 Analogieën	223
	14 Gelijkwaardigheid	251
	15 Emoties	279
	16 Intelligentie en rationaliteit	295
	Dankwoord	316
	Register	317

## INLEIDING

Zou het niet handig zijn als iedereen helderder kon denken? Beter het verschil kon zien tussen feit en fictie, waarheid en leugen?

Maar wat is waarheid? Is het verschil tussen ‘waarheid’ en ‘onwaarheid’ altijd eenvoudig? Is het zelfs óóit eenvoudig? Als het dat is, waarom zijn mensen het dan zo vaak met elkaar oneens? En als het dat niet is, hoe kunnen mensen het dan ooit met elkaar eens worden?

De wereld wordt overspoeld met vreselijke ruzies, conflicten, verdeeldheid, nepnieuws, slachtofferschap, uitbuiting, vooroordelen, onverdraagzaamheid, beschuldigingen, geschreeuw en uiterst korte spanningsbogen. Als kattenmemes meer aandacht trekken dan moorden, betekent dat dan dat de logica verdwenen is? Als een krantenkop ongeacht zijn geloofwaardigheid viraal gaat, wil dat dan zeggen dat de rede niets waard is? Mensen doen te vaak dwaze, opvallende uitspraken om een uitwerking, een effect of bijval te sorteren en iets van publiciteit te krijgen in een wereld waarin talloze bronnen voortdurend om onze aandacht strijden.

Maar de overmatige vereenvoudigingen duwen ons in onnatuurlijke zwart-witsituaties terwijl alles in feite uit ontelbare tinten grijs bestaat en zelfs veelkleurig is. Het lijkt alsof we leven met een constante achtergrondruis van venijn, onenigheid en volksstammen die andere volksstammen aanvallen, al dan niet figuurlijk.

Is er dan geen hoop meer? Zijn we gedoemd om partij te kiezen, in echokamers te blijven zitten, het nooit meer met iemand eens te zijn?

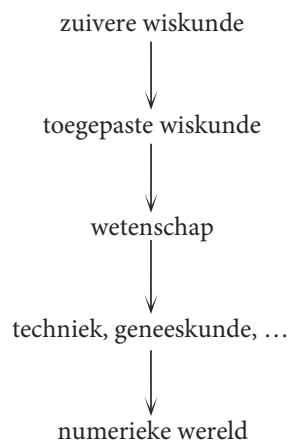
Nee.

Er is een reddingslijn beschikbaar voor wie verdrinkt in de onlogica van de moderne wereld en die reddingslijn is de logica. Maar net als met elke reddingslijn hebben we er alleen iets aan als we hem goed benutten. Daarvoor moeten we niet alleen een beter inzicht krijgen

in de logica, maar ook in emoties en, het allerbelangrijkst, hoe die op elkaar inspelen. Pas dan kunnen we de logica op productieve wijze toepassen in de echte wereld.

De discipline wiskunde heeft de procedés van de logica zorgvuldig vormgegeven en deze vormen mijn achtergrond bij wiskundig onderzoek. Ik geloof dat we iets kunnen leren van de procedés en inzichten van de wiskunde, omdat het daarbij draait om het opstellen van uiterst logische argumenten en het overtuigen van andere mensen. Wiskunde is meer dan getallen en vergelijkingen: het is een theorie voor rechtvaardiging. Het vormt een raamwerk voor het houden van betogen en werkt zo goed dat mensen het in de wiskunde regelmatig eens worden over uitkomsten.

Het is een mythe dat wiskunde enkel om getallen en vergelijkingen draait en in onze wereld alleen bruikbaar is in situaties waarin we met getallen werken. De mythe wordt in stand gehouden met het verkeerde idee dat het enige doel van de wiskunde is om situaties uit het leven om te zetten in vergelijkingen en die op te lossen met behulp van berekeningen. Dit is maar één aspect van de wiskunde, en daarom is het een bekrompen en beperkte kijk op wat wiskunde is en wat je ermee kunt. Op basis van dit perspectief zouden we alleen ‘zuivere wiskunde’ als een verheven gebied van esoterische symbolen hebben, ver verwijderd van de echte wereld en alleen in staat om met de echte wereld te reageren via een reeks tussenschakels:



Eigenlijk zouden we deze beperkte, lineaire, incomplete kijk op de wiskunde moeten uitbreiden om hem breder toepasbaar te maken. Wiskunde op school draait inderdaad vooral om getallen en vergelijkingen, maar hogere wiskunde gaat om *hoe we denken* en is in die zin toepasbaar op de gehele wereld, niet alleen op het gedeelte met getallen.



De wiskunde helpt ons om helderder te denken, maar schrijft ons niet voor wát we moeten denken, en dat zal ik in dit boek ook niet doen. Anders dan het misschien lijkt, gaat het in de wiskunde niet om goed en fout, net zoals dat ook voor de meeste discussies geldt. Die gaan over de *manier waarop* iets goed of fout is, afhankelijk van onze kijk op de wereld. Als mensen het met elkaar oneens zijn, is dat vaak het gevolg van verschillende standpunten die voortkomen uit verschillende fundamentele opvattingen; het komt niet doordat het ene goed is en het andere fout.

Als je het idee van wiskunde en logica vreemd en abstract vindt, heb je gelijk: wiskunde en logica zijn vreemd en abstract. Maar ik zal je laten zien dat die abstractie een doel heeft, en dat een van de gevolgen een brede toepasbaarheid is. Dat wiskunde vreemd aanvoelt, heeft ook een doel: door een stap terug te doen kunnen we ons focussen op belangrijke principes en er helder over nadenken voordat we de lastige menselijke aspecten er weer aan toevoegen.

En die aspecten voegen we ook echt weer toe. We analyseren en belichten lastige, controversiële, verdeeldheid brengende kwesties als seksisme, racisme, privilege, intimidatie, nepnieuws en meer. De logica kan deze kwesties niet oplossen, maar verheldert de gronden waarop we de discussie zouden moeten voeren. Ik zal je dus zeer zeker niet vertellen wat de oplossing van dergelijke discussies zou moeten zijn, maar ik wil je laten zien hóé je de discussie het beste kunt voeren.

In dit boek zal ik je laten kennismaken met de kracht van de logica, maar ook met de beperkingen, zodat we de kracht op een verantwoorde en effectieve manier kunnen benutten. In het eerste deel bekijken we hoe we logica gebruiken om de waarheid te verifiëren en vast te stellen aan de hand van heldere, onweerlegbare argumenten. In het tweede deel zien we waar de logica het laat afweten en ons niet meer kan helpen. Net als met elk middel moeten we proberen niet over de grenzen van de logica heen te gaan, en daarom kijken we in het laatste deel van dit boek naar wat we dan wel kunnen doen. Het is belangrijk dat we er ook emoties bij halen, allereerst om onze weg naar de logica te vinden en vervolgens om haar over te brengen op anderen. Logica maakt onze argumenten onbuigzaam, maar emoties maken ze overtuigend. In de zogenaamde ‘feitenvrije’ wereld lijkt de waarheid eerder te worden ingegeven door emoties dan door logica. Dat klinkt alsof het slecht is voor de redelijkheid, maar ik zal je laten zien dat het niet per se slecht hoeft te zijn, mits de emoties samenwerken mét de logica in plaats van haar tegen te werken.

Emoties en logica hoeven geen tegenstanders te zijn. Logica werkt perfect in de abstracte wiskundige wereld, maar het leven is veel gecompliceerder. Het leven draait om mensen, en mensen hebben emoties. In onze mooie, lastige wereld moeten we emoties inzetten om de logica te ondersteunen, en logica gebruiken om emoties te begrijpen. Ik ben ervan overtuigd dat wanneer we emoties en logica samen gebruiken, elk binnen hun eigen krachten en grenzen, we helderder kunnen denken, effectiever kunnen communiceren, en ons een diepgaander en barmhartiger beeld kunnen vormen van onze medemensen. Dat is de ware kunst van de logica.

DEEL I

DE KRACHT VAN DE LOGICA



# 1

## WAAROM LOGICA?

De wereld is een immense, gecompliceerde plek. Als we hem willen begrijpen, moeten we hem vereenvoudigen. Er zijn twee manieren om iets simpeler te maken: we kunnen er delen van vergeten, of we kunnen *slimmer worden* zodat delen die eerst onbegrijpelijk leken, duidelijker worden. Dit boek gaat over de rol die de logica kan en zou moeten spelen in dit proces van begrijpelijk maken. Het gaat over hoe de logica ons kan helpen de wereld duidelijker te zien en beter te begrijpen. Het gaat over het licht dat de logica op dingen werpt.

De logica omvat beide aspecten om iets simpeler te maken. Het vergeten van details is abstractie, waarbij we tot de kern van een situatie komen en ons daar een tijdje op richten. Belangrijk is wel dat we kritieke details niet mogen vergeten – dat zou eerder simplistisch dan verhelderend zijn. En we doen het ook maar tijdelijk, zodat we niet kunnen stellen dat we alles hebben begrepen; we begrijpen een centrale kern waar al het verdere begrip uit kan worden afgeleid.

We zullen nu eerst bekijken waarom de logica een goede basis is voor alle begrip, en welke rol de logica zou kunnen spelen in een wereld vol onlogische mensen.

### **Toegang tot de waarheid**

Op alle vlakken van onderzoek en studies gaat het erom waarheden over de wereld naar boven te halen. Het kan gaan over de aarde, het weer, de uithoeken van het universum, vogels, elektriciteit, hersenen, bloed, mensen van duizenden jaren geleden, getallen of iets anders. Afhankelijk van wat je bestudeert, kun je verschillende manieren gebruiken om vast te stellen wat waar is en om andere mensen ervan te

overtuigen dat je gelijk hebt. Iedereen kan beweren dat wat hij denkt waar is, maar als hij dit niet op de een of andere manier kan bewijzen, bestaat de kans dat niemand hem zal geloven, en terecht.

Verschillende onderwerpen vereisen verschillende manieren om tot de waarheid te komen.

Een wetenschappelijke waarheid wordt vastgesteld volgens de wetenschappelijke methode, door middel van een duidelijk afgebakend raamwerk waarbinnen je bepaalt hoe waarschijnlijk het is dat iets klopt. Meestal bestaat het uit het opstellen van een theorie, verzamelen van bewijs door middel van waarnemingen en uitgebreid testen van de theorie aan de hand van het verkregen bewijs.

Een wiskundige waarheid wordt vastgesteld aan de hand van logica. We kunnen emoties inzetten om haar aan te voelen, te begrijpen en ervan overtuigd te zijn, maar we kunnen alleen logica gebruiken om de waarheid te verifiëren. Dit onderscheid is belangrijk en subtiel. In zekere zin krijgen we *toegang* tot wiskundige waarheden door gebruik te maken van emoties, maar ze gelden niet als waar tot we ze hebben *geverifieerd* met behulp van de logica.

In discussies wordt soms met ‘logica’ geschermd om een argument extra gewicht te geven. ‘Dit moet logischerwijs wel waar zijn’ of ‘dit kan logischerwijs niet waar zijn’ of ‘het is gewoon niet logisch!’. ‘Wiskunde’ wordt op dezelfde manier gebruikt. ‘Wiskundig gezien kun je de verkiezingen gewoon niet winnen.’ Helaas is dit gebruik vaak betekenisloos; het is vooral een laatste poging om een zwak argument te ondersteunen. Dat deze termen worden misbruikt, doet af aan hun waarde en dat doet me pijn, maar ik ben een optimist en kies ervoor er ook iets bemoedigends in te zien: het geeft me moed dat mensen op een bepaald niveau weten dat logica en wiskunde onweerlegbaar zijn en dus de doorslag moeten geven in een discussie. Als de termen enkel worden gebruikt om een tegenstander te verslaan, is dat in zekere zin een bevestiging van hun kracht.

In plaats van alleen maar te klagen dat logica en wiskunde verkeerd worden begrepen, kies ik ervoor er iets mee te doen, in de hoop dat hun kracht uiteindelijk op een goede manier zal worden benut. En daarom heb ik dit boek geschreven.

### **Voordelen van het gebruik van logica**

Een van de belangrijkste redenen om aan de hand van een helder raamwerk waarheden vast te stellen is dat je het met elkaar eens kunt zijn over dingen. Dat lijkt bijzonder in een wereld waarin mensen het juist zo veel mogelijk oneens met anderen lijken te willen zijn. Je ziet het zelfs in de sport, wanneer fans boos worden om een beslissing die een scheidsrechter heeft genomen, terwijl de scheidsrechter alleen maar de overeengekomen regels moet toepassen.

Ik weet nog dat ik naar de botenrace tussen Oxford en Cambridge zat te kijken toen de boten gevaarlijk met elkaar in botsing kwamen en Cambridge een straf opgelegd kreeg. Als Cambridgeaanhanger was ik woest, omdat ik het idee had dat Oxford opzettelijk in de richting van de boot van de tegenstander had gestuurd en dus schuldig was aan de botsing. Ik dacht dat de scheidsrechter onder één hoedje speelde met Oxford en bevooroordeeld was. Maar in plaats van in woede te ontsteken, ging ik op zoek naar een deskundig oordeel om te kunnen begrijpen wat er was gebeurd. Ik kwam erachter dat er tijdens de race over de Theems een denkbeeldige lijn door het midden van de rivier wordt getrokken en dat elke boot aan zijn eigen kant van de rivier voorrang moet krijgen. Dat houdt in dat de ene boot heel veel ruimte open kan laten, bijvoorbeeld in een bocht, en de andere boot over de streep kan 'lokken'. De boot die voorrang heeft, kan dan expres tegen de boot die de lijn is overgestoken, botsen omdat ze weten dat ze niet bestraft zullen worden. Is dat moreel juist? Wie zit er nu eigenlijk fout? De kwestie van blaam en verantwoordelijkheid zal in hoofdstuk 5 aan bod komen.

Dit idee van een duidelijk raamwerk voor het bereiken van overeenstemming, werkt ongeveer net zoals een medische diagnose. De medische wereld probeert een duidelijke checklist op te stellen, zodat een diagnose ondubbelzinnig is, en zodat verschillende mensen binnen het vakgebied consequent tot dezelfde diagnose komen.

Het idee van de logica is dat er duidelijke regels zijn, zodat verschillende mensen tot ondubbelzinnige, consequente conclusies kunnen komen. Dat is in theorie geweldig, en 'in theorie' betekent hier misschien wel in de abstracte wereld van de wiskunde. Wiskunde

heeft een bijzonder vermogen om zich te ontwikkelen. De filosoof Michael Dummett schrijft in *The Philosophy of Mathematics*:

De wiskunde maakt een gestage ontwikkeling door, terwijl de filosofie blijft hangen in een voortdurende verbijstering over de problemen die het uitgangspunt vormden.

Waarom kunnen wiskundigen tot overeenstemming komen over wat waar is? En waarom zijn die dingen duizenden jaren later nog steeds waar, terwijl andere vakgebieden hun theorieën voortdurend lijken te moeten bijschaven en updaten? Ik denk dat het antwoord in de kracht van de logica ligt. Dat is haar grote voordeel.

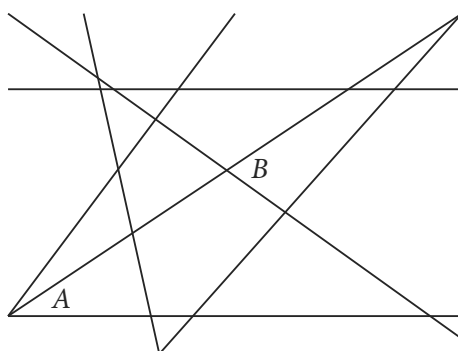
De wereld van de logica heeft ook enkele nadelen. Eén ervan is dat je een discussie niet kunt winnen door alleen maar hard te schreeuwen. Dat is natuurlijk alleen maar een nadeel als je discussies graag wint door hard te schreeuwen, iets wat voor mij niet geldt. Maar helaas geldt het voor een heleboel andere mensen wel, en daarom zien zij niets in de wereld van de logica. Ze vinden het ook maar niets wat ze in die wereld niet kunnen winnen van een kleine, zachte, niet zo coole persoon als ik. In de logische wereld is kracht niet afkomstig van sterke spieren, veel geld of sporttalent. De kracht zit in onvervalst logisch verstand.

Een ander nadeel van de wereld van de logica is dat je niet echt meer met beide benen op de grond staat, omdat we ons niet langer in de concrete wereld bevinden. Het kan soms aanvoelen alsof je ergens in een niemandsland rondzweeft, maar ik vind dat juist zeer aangenaam als je er eenmaal aan gewend bent. Het geheim is, net als toen de eerste mens de ruimte in werd gestuurd, dat je weer terug kunt komen. In dit boek gaan we niet alleen voor de lol rondzweven in de abstracte wereld. We keren terug naar de aarde en gebruiken krachtige logicatechnieken om echte, relevante, hardnekkige argumenten over de staat van de samenleving te ontrafelen. We gaan aantonen dat we door ons in de abstracte wereld van de logica te begeven verder kunnen komen in de echte wereld, net zoals we vliegend door de lucht verder en sneller kunnen reizen in het echte leven. In feite is dat de kern van de wiskunde.

### Wat wiskunde wel en niet is

Er bestaan veel misvattingen over de wiskunde. Die zijn waarschijnlijk voortgekomen uit hoe wiskunde wordt aangeboden op school, als een verzameling regels die je moet volgen om tot de juiste oplossing te komen. De juiste oplossing is in de schoolwiskunde meestal een getal. Als er uiteindelijk bewijs bij komt kijken, is dat meestal in de vorm van geometrie, waarin 'logische bewijzen' worden vastgesteld door aan de hand van bepaalde feiten andere nutteloze uitkomsten aan te tonen, zoals dat wanneer je een groep lijnen hebt die elkaar op allerlei verschillende plaatsen kruisen een hoek hier in verband staat met een hoek daar.

*Waarschuwing/geruststelling:* dit voorbeeld is onzin en kan niet worden opgelost.



‘Toon aan dat hoek  $A$  de helft van hoek  $B$  is.’

Vervolgens krijg je een aantal toetsen en examens waarin je een hele reeks van deze doelloze opdrachten moet oplossen onder een willekeurige tijdsdruk. Als je dat allemaal doorstaat en toch denkt dat je wiskunde leuk vindt, kun je naar de universiteit gaan om wiskunde te studeren, waar het zich allemaal herhaalt, maar dan moeilijker. Als je dát doorstaat en nog steeds denkt dat je wiskunde leuk vindt, kun je aan een master beginnen en wat onderzoek doen. Dan begint wiskunde eindelijk te lijken op wat wiskunde volgens mij werkelijk is. Niet een reeks hoepels waar je doorheen moet springen, geen

poging om tot de ‘juiste oplossing’ te komen, maar een wereld die je kunt verkennen, ontdekken en leren begrijpen: de wereld van de logica.

Op dit punt komen sommige mensen tot het besef dat wat ze tot dan toe leuk vonden aan wiskunde, die hoepels en de juiste oplossingen waren. Ze vonden het fijn om gemakkelijk het goede antwoord te vinden, en zodra ze in deze onderzoekende wereld van de wiskunde terechtkomen, willen ze alleen maar wegrennen.

Andere mensen hebben ondanks jammerlijke schoolervaringen vastgehouden aan hun voorliefde voor wiskunde, omdat ze ergens wisten dat het uiteindelijk beter en spannender zou worden wanneer ze onderzoek konden gaan doen. Volgens docent Daniel Finkel zijn zij ‘ingeënt’ tegen schoolwiskunde. Ik ben ertegen ingeënt door mijn moeder, die me liet zien dat wiskunde meer was dan wat we op school deden. Sommige mensen worden ingeënt door een fantastische wiskundedocent – soms is er maar één docent, één les, voor nodig om de inenting effectief te maken en leerlingen ervan te overtuigen dat ongeacht wat er voor de les is gebeurd en na de les nog allemaal zal gebeuren, de wiskunde niet vastomlijnd is en fascinerend kan zijn als je er maar lang genoeg in verdiept.

Maar wat is dan die ‘echte wiskunde’ die we normaal gesproken alleen leren kennen als we onderzoek gaan doen? Wat is wiskunde? Veel mensen denken dat het ‘de leer van getallen’ is, maar het is veel meer dan dat. Ik heb eens een praatje over symmetrie gehouden op een basisschool in Chicago en een jongetje klaagde achteraf: ‘Waar zijn de getallen?’ Ik heb hem uitgelegd dat wiskunde niet alleen om getallen draait en hij jammerde: ‘Maar ik wil dat het over getallen gaat!’

De regels van wetenschappelijke ontdekkingen vragen om experimenten, bewijs op basis van waarnemingen en replicerbaarheid. De regels van wiskundige ontdekkingen vragen hier niet om: ze draaien om logische bewijzen. Een wiskundige waarheid wordt vastgesteld door logische argumenten op een rijtje te zetten, dat is alles.

Ik omschrijf de wiskunde het liefst als de studie naar hoe dingen werken. Maar het is niet de studie naar hoe zomaar wat willekeurige

dingen werken: het is de studie naar hoe *logische* dingen werken. En het is niet zomaar een willekeurige studie naar hoe logische dingen werken: het is de *logische* studie naar hoe *logische* dingen werken.

### **Wiskunde is de logische studie naar hoe logische dingen werken.**

Elke onderzoekdiscipline heeft twee aspecten:

1. *wat* er wordt bestudeerd en
2. *hoe* het wordt bestudeerd.

Deze twee zijn met elkaar verbonden, maar in de wiskunde bestaat er een cyclisch verband. Meestal bepalen de objecten die we bestuderen, hoe we ze gaan bestuderen, maar in de wiskunde is de manier waarop we ze bestuderen, ook bepalend voor wat we kunnen bestuderen. De methode die we gebruiken, is logica, en daarom kunnen we alle objecten bestuderen die zich gedragen volgens de regels van de logica. Maar wat zijn die regels? Dat is het onderwerp van het eerste deel van dit boek.

### **De regels**

Verschillende spellen en sporten hebben verschillende regels om op een ondubbelzinnige manier vast te stellen wie de beste is. Persoonlijk houd ik het meest van vastomlijnde regels, zoals: wie als eerste over de finish komt of wie over de hoogste lat is gesprongen zonder hem eraf te stoten. Andere sporten, zoals turnen of schoonspringen, vind ik lastiger, verwarrender en onduidelijker, omdat er een jury beslissingen moet nemen op basis van bepaalde criteria. Deze criteria zouden zo zijn opgesteld dat ze ondubbelzinnig zijn en objectief kunnen worden toegepast, maar als ze echt zo ondubbelzinnig waren, zouden de juryleden het nooit met elkaar oneens zijn en zouden ze niet met zoveel hoeven zijn.

Maar zelfs in de schijnbaar vastomlijnde sporten gelden nog allerlei regels. Als we wat beter naar de 100 meter sprint of het hoogspringen kijken, zien we dat er regels zijn over valse starten, medicijngebruik,

wie mag deelnemen als vrouw, wie mag deelnemen als valide sporter, en meer.

Net als in de sport is ons probleem met de logica dat de regels nogal verwarrend kunnen zijn als je er niet bekend mee bent. Ik raak behoorlijk in de war van de regels van American football. Amerikanen gaan ervan uit dat dat komt doordat ik Brits ben en dus gewend ben aan ons voetbal, maar daar raak ik ook van in de war. Hoewel het daarbij in elk geval wel de bedoeling is dat je een bal rondspeelt met je voeten. Dat snap ik dan weer wel.

We moeten begrijpen wat de regels van een sport zijn voordat we hem kunnen beoefenen, en we moeten snappen wat de regels van de logica zijn voordat we haar kunnen toepassen. Net als met sport is het zo dat hoe bedrevenere we worden, hoe meer begrip we moeten hebben van de regels en al hun subtiliteiten. Daar moeten we moeite voor doen, maar hoe beter we de onderliggende principes van de logica begrijpen, hoe beter en productiever we discussies zullen kunnen voeren.

### **Een theorie voor discussie**

Het internet is een rijke, eindeloze bron van misgelopen discussies. Er is een verontrustende toename van leken die deskundige eenstemmigheid afdoen als overheidscomplotten, zoals klimaatverandering en vaccinatie. Dat een heleboel mensen het ergens over eens zijn, wil nog niet zeggen dat er sprake is van een complot. Veel mensen zijn het erover eens dat Roger Federer in 2017 de winnaar van Wimbledon was. Waarschijnlijk is zelfs iedereen die dit heeft meegekregen, het erover eens. Dat betekent niet dat het een complot is: het betekent dat er duidelijke regels gelden voor hoe je Wimbledon kunt winnen en talloze mensen hebben het hem zien doen en kunnen bevestigen dat hij inderdaad heeft gewonnen, volgens de regels.

Het lastige met wetenschap en wiskunde in dit opzicht is dat de regels moeilijker te begrijpen zijn, waardoor het voor leken minder makkelijk is om vast te stellen dat de regels zijn gevolgd. Maar dit gebrek aan begrip kun je terugbrengen naar een fundamenteeler niveau: verschillende toepassingen van het woord 'theorie'. In sommige



toepassingen is een ‘theorie’ enkel een voorgestelde verklaring voor iets. In de wetenschap is een ‘theorie’ een verklaring die uitgebreid is getest binnen een duidelijk raamwerk en die statistisch als hoogstwaarschijnlijk correct wordt gezien. (Preciezer gezegd wordt het als statistisch onwaarschijnlijk gezien dat de uitkomst kan optreden terwijl de verklaring niet klopt.)

Maar in de wiskunde is een ‘theorie’, of ‘stelling’ een reeks uitkomsten waarvan aan de hand van de logica is vastgesteld dat hij klopt. Er komt geen waarschijnlijkheid bij kijken, er worden geen waarnemingen gedaan en er is geen twijfel. De twijfels en vragen komen wanneer we ons gaan afvragen hoe deze theorie de wereld om ons heen vormgeeft, maar de uitkomsten die binnen deze theorie kloppen, moeten logischerwijs waar zijn, en wiskundigen kunnen er allemaal achter staan. Als ze eraan twijfelen, moeten ze op zoek gaan naar een fout in het wiskundige bewijs; het is niet de bedoeling dat ze er meteen over beginnen te schreeuwen.

Een opvallend kenmerk van de wiskunde is dat wiskundigen het verrassend makkelijk eens worden over wat waar en onwaar is. We hebben open vragen waar we de antwoorden nog niet op weten, maar de wiskunde van tweeduizend jaar geleden wordt nog altijd beschouwd als waar en wordt dan ook nog steeds onderwezen. Dat is wel anders in de wetenschap, die voortdurend wordt verfijnd en bijgewerkt. Ik denk niet dat er nog veel van de wetenschappen van tweeduizend jaar geleden worden onderwezen, behalve in een geschiedenis- of natuurkundeles. De belangrijkste reden hiervoor is dat het raamwerk om aan te tonen dat iets waar is in de wiskunde tot logisch bewijs leidt en zo duidelijk is dat wiskundigen het ermee eens kunnen zijn. Dat wil niet zeggen dat er een complot wordt gesmeed.

De wiskunde is natuurlijk niet het leven en logische bewijzen werken niet in het echte leven. Het echte leven kent immers veel meer nuance en onzekerheden dan de wiskundige wereld. De wereld van de wiskunde is ingericht om die onzekerheid uit te sluiten, maar we kunnen dat aspect in het echte leven niet negeren. Dat hoeven we niet eens te proberen, want het is er gewoon.

Argumenten om iets te bevestigen zijn in het echte leven dus niet

even zuiver als wiskundige bewijzen, en vormen zo een voor de hand liggende bron van onenigheid. Maar logische argumenten zouden veel gemeen moeten hebben met wiskundige bewijzen, zelfs al zijn ze minder vastomlijnd. Enige onenigheid rondom argumenten in het echte leven is niet te vermijden, omdat ze voortkomt uit echte onzekerheid over de wereld. Maar een deel van de onenigheid kan worden vermeden en wel door het gebruik van logica. Dat is het deel waar wij ons op gaan richten.

Wiskundige bewijzen zijn meestal veel langer en complexer dan de gebruikelijke argumenten in het gewone leven. Een van de problemen met discussies in het gewone leven is dat ze meestal snel tot stand komen, waardoor er geen tijd is om een complex argument op te bouwen. Zelfs als er al tijd is, is de spanningsboog van mensen tegenwoordig erg kort. Als je je punt niet duidelijk kunt maken in één gedenkwaardige onthulling, is de kans groot dat veel mensen snel afhaken.

Een wiskundig bewijs, daarentegen, kan misschien wel uit tien pagina's tekst bestaan en een jaar van iemands tijd hebben gekost. Met het bewijs waaraan ik werk terwijl ik dit boek schrijf, ben ik zelfs al elf jaar bezig en ik heb er al ruim tweehonderd pagina's over volgeschreven met aantekeningen. Als wiskundige ben ik inmiddels erg bedreven in het uitwerken van lange, complexe bewijzen.

Een tweehonderd pagina's tellend argument is vrijwel zeker te lang voor ons dagelijks leven (hoewel het in de rechtspraak waarschijnlijk niet heel ongewoon is). Maar 280 tekens is eigenlijk weer te kort. Het is niet eenvoudig om problemen in het dagelijks leven op te lossen en we moeten ook niet verwachten dat het lukt met argumenten van één of twee zinnen of door gewoon onze intuïtie te gebruiken. Ik zal laten zien dat het opbouwen, overbrengen en volgen van complexe logische argumenten een belangrijke vaardigheid is voor een intelligent, rationeel persoon. Het aantonen van wiskundig bewijs is net zoiets als een hoogtetraining voor sporters – als ze daarna terugkeren naar een normale luchtdruk, voelt alles veel gemakkelijker. Maar in plaats van ons lichaam fysiek te trainen, trainen we onze geest in de logica, en dat gebeurt in de abstracte wereld.