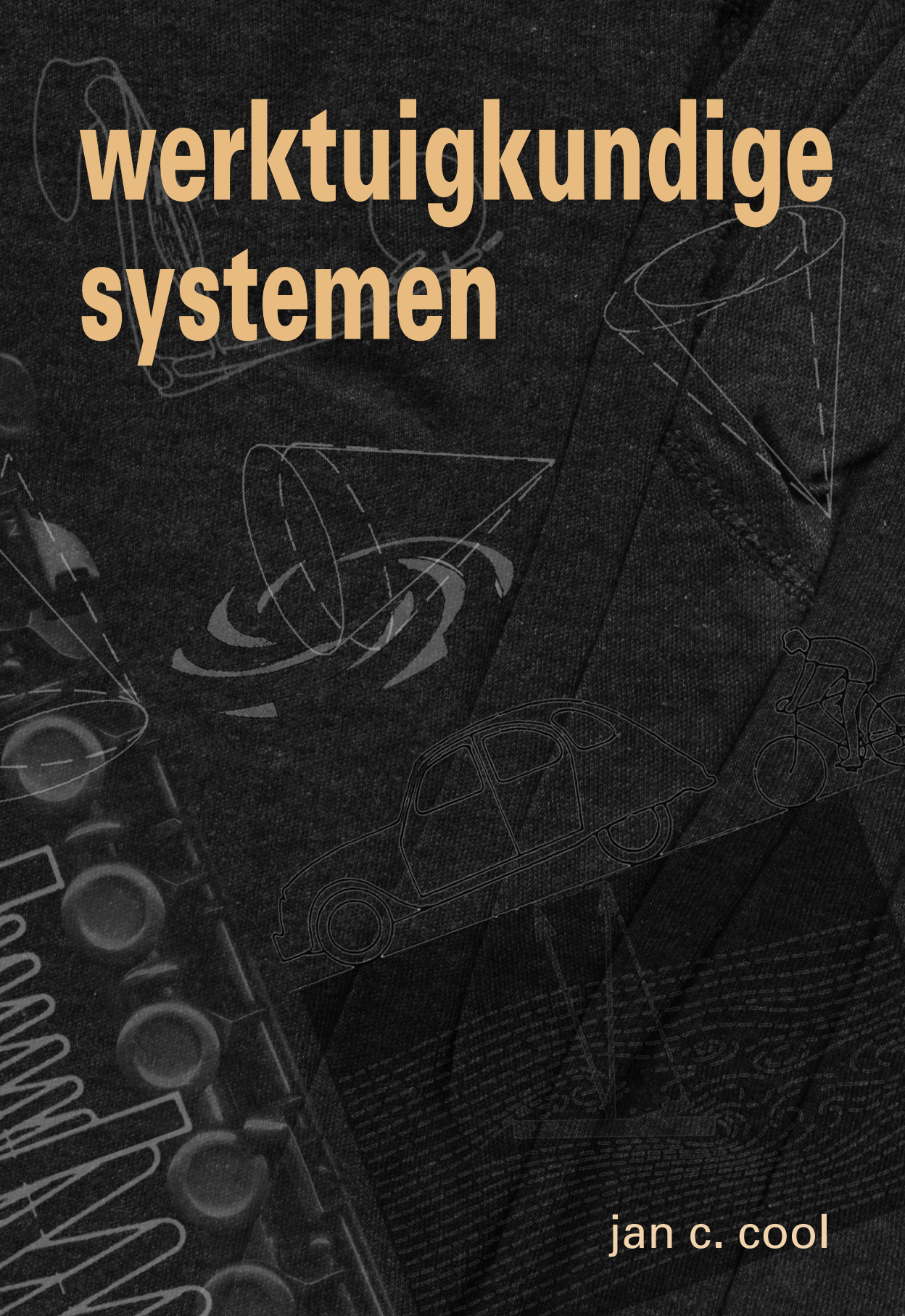


werktuigkundige systemen



jan c. cool

werktuigkundige systemen

werktuigkundige systemen

Jan C. Cool

© VSSD

Derde druk 1992, 1997, 2003, 2006

Eerste druk 1987

Uitgegeven door de VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL over dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/werktuig.html>

Voor docenten die dit boek in cursusverband gebruiken zijn de illustraties in het boek digitaal beschikbaar. Men kan de collectie aanvragen bij email hlf@vssd.nl

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

Gedrukte versie:

ISBN-10 90-407-2451-2

ISBN-13 978-90-407-2451-0

Elektronische versie:

ISBN-10 90-71301-88-5

ISBN-13 978-90-71301-88-9

NUR 978

Trefw.: werktuigkunde, systeemleer

Voorwoord

De oorsprong van dit boek is een college geweest, waarin op eenvoudige wijze de werking van bestaande apparaten en machines werd geanalyseerd. In een later stadium is deze stof uitgebreid met een aantal constructieve bijzonderheden. Dit totaal is opgenomen in het boek 'Inleiding Werktuigbouwkunde'.

Het boek is thans herschreven op basis van de systeemleer en de modelvorming. Er zijn hoofdstukken toegevoegd en een aantal andere is uitgebreid. De fundamentele principes bij ontwerpen komen in dit boek 'Werktuigkundige Systemen' meer naar voren.

In het eerste hoofdstuk is de systeemleer toegepast op werktuigkundige constructies.

In het hoofdstuk over modelvorming wordt de weg aangegeven om de complexe fysische werkelijkheid om te zetten in een overzichtelijk werkingsinzicht. De hier geïntroduceerde beschouwing met vierpolen maakt het eenvoudig om belaste systemen te berekenen.

In het hoofdstuk mechanische versterkers is de modelvorming toegepast. Verschillende manieren om kracht/moment te versterken zijn aan de hand van blokschema's toegelicht. De invloed van de last komt naar voren.

Daarnaast is een hoofdstuk gewijd aan de belangrijke begrippen sterkte en stijfheid.

Omdat de materiaalkeuze bij een ontwerp vaak van doorslaggevende betekenis is, wordt in een afzonderlijk hoofdstuk inzicht gegeven in het hoe en waarom van bepaalde materiaaleigenschappen.

Het hoofdstuk over comparalogie laat de problemen zien bij het verkleinen of vergroten van reeds bestaande constructies en bij de vaak noodzakelijke modelproeven.

Er is ruim aandacht gegeven aan wrijving en weerstand, alsmede aan de middelen om deze te vergroten of te verkleinen.

Omdat veren tot de essentiële werktuigonderdelen behoren is een hoofdstuk gewijd aan de toepassing van veren in een ontwerp. Hier is het belangrijke begrip voorspanning behandeld.

Het hoofdstuk over energie geeft een inleiding in de 'warme werktuigbouwkunde'. Hierin is een technologisch rendement beschreven dat aangeeft in welke mate een machine warmtetechnisch goed is geconstrueerd.

Tenslotte wordt aangegeven op welke wijze een motor met een last moet worden gekoppeld. Ook hier wordt een nuttig gebruik gemaakt van de vierpool-beschrijving.

In zijn huidige vorm wordt het boek gebruikt bij de opleiding van ingenieurs van de faculteiten der Werktuigbouwkunde en Maritieme Techniek en van het Industrieel Ontwerpen. Dit onderwijs wordt verzorgd vanuit de sectie instrumenten van de vakgroep voor Werktuigkundige Meet- en Regeltechniek, waar veel praktische ontwerpervaring op het gebied van de proteseologie aanwezig is.

De schrijver meent dat dit boek gebruikt zal kunnen worden bij verschillende soorten technisch hoger onderwijs; zowel door het globale overzicht van de gehele werktuigbouwkunde, de introductie van systeemleer en modelvorming, als door de specialistische behandeling van enkele bijzondere onderwerpen.

De schrijver betreurt het dat ir. P.V. Pistecky niet aan de bovengenoemde uitbreiding van het boek kon meewerken. Veel dank aan ir. D.H. Plettenburg voor zijn bereidwillige steun en voor de medewerkers van de VSSD voor de prettige samenwerking bij het tot stand komen van dit boek.

Alle opmerkingen betreffende dit boek zijn welkom bij de schrijver.

september 1987

J.C. Cool

Bij de tweede druk

In de nieuwe druk zijn de systeemtechnische overwegingen, die ten grondslag moeten liggen aan het ontwerp van werktuigkundige constructies, uitgebreid.

In een hoofdstuk Stabiliteit is aangegeven waar de grenzen liggen van goed mechanisch functioneren. De theorie is vooral toegepast op voertuigen en vaartuigen. De stabiliteitsvoorschriften leiden ook tot ontwerpregels voor de energetisch voordelige indifferente systemen.

In het boek worden nu ook de dynamische systemen geïntroduceerd. Juist hier leidt een modelvorming in blokschema's tot een goed inzicht in de functionele werking. Er is veel aandacht gegeven aan het onderscheiden van de frequentiegebieden waarbinnen een systeem zich anders manifesteert. Voorts zijn op een aantal plaatsen in het boek verbeteringen en aanvullingen aangebracht.

oktober 1989

J.C. Cool

Bij de derde druk

In deze druk is een nieuw hoofdstuk toegevoegd over evenwichten. Reden voor opname van dit hoofdstuk is dat in het onderwijs blijkt steeds weer dat veel studenten bij deze elementaire stof moeilijkheden ondervinden.

Verder is een flink aantal ogenschijnlijk saaie blokschema's wat 'opgefrist', waardoor ze hopelijk beter toegankelijk geworden zijn.

augustus 1992

J.C. Cool

Inhoud

1. SYSTEMEN	11
1.1. Inleiding	11
1.2. Begrippen	11
1. Systeem en omgeving / 2. Systeembeschrijving / 3. Statische en dynamische systemen / 4. Statische systemen / 5. Systeem in rust / 6. Evenwichtsvoorwaarden	
1.3. Uitwendige krachten/momenten	17
1. Systeemgrens / 2. Contactkracht bij punt- of lijncontact / 3. Contactkracht bij vlakcontact / 4. Contactkracht bij stromende media / 5. Contactkracht/moment bij inklemming / 6. Reactiekrachten en reactiemomenten / 7. Omgeving	
1.4. Inwendige krachten/momenten	23
1. Bepalen van inwendige krachten/momenten / 2. Riemoverbrengingen / 3. Tandwieloverbrengingen / 4. Momentversterking algemeen	
1.5. Toepassing	28
1. Een systeem / 2. Deelsystemen	
1.6. Optimaliseren	30
1. Functionele optimalisering / 2. Geometrische optimalisering / 3. Technische optimalisering / 4. Ergonomische optimalisering / 5. Technologische optimalisering	
1.7. Samenvatting	32
2. MODELVORMING	34
2.1. Inleiding	34
2.2. Blokschema's	35
1. Voordelen / 2. Definities / 3. Totale overbrengingsverhoudingen / 4. Herleiden van blokschema's / 5. Niet-lineariteiten	
2.3. Interactie	43
1. Belaste systemen / 2. Invloed van de omgeving / 3. Vierpolen	
2.4. Benaderingen	48
1. Stijfheid / 2. Wrijving / 3. Speling / 4. Tweedimensionaliteit / 5. Dynamische krachten / 6. Overzicht	
2.5. Voorbeelden	51
1. Blikopener / 2. Elektromotor	
2.6. Samenvatting	54
3. EVENWICHTEN	55
3.1. Inleiding	55
3.2. Kracht, krachtcomponenten en resultante van krachten	56
1. Definiëring van een kracht / 2. Componenten van een kracht / 3. Verschuiven van een kracht / 4. Samenstellen van krachten / 5. Samenstellen van evenwijdige krachten	
3.3. Evenwicht van een systeem	68
1. Principiële opzet / 2. Algemene evenwichtsvoorwaarden / 3. Gebruik van de evenwichtsvoorwaarden / 4. Belang van modelvorming / 5. Evenwicht van systeem	

8 Werktuigkundige systemen

met drie uitwendige krachten / 6. Evenwicht van systeem met drie evenwijdige uitwendige krachten. / 7. Algemene beschrijving van evenwicht / 8. Voorbeelden	
3.4. Contactkrachten	81
1. Aangrijpingspunt / 2. Normaalkracht en wrijvingskracht	
3.5. Evenwicht van twee gekoppelde systemen	83
3.6. Evenwicht van meerdere gekoppelde systemen	85
1. Procedure / 2. Voorbeelden	
4. STABILITEIT	95
4.1. Inleiding	95
4.2. Theorie	95
1. Begrippen / 2. Stabiliteitsbalken / 3. Stabiliteitsgebied / 4. Stabiliteit en blokschema's	
4.3. Stabiliteit van vaartuigen	103
1. Inleiding / 2. Drukkingspunt / 3. Stabiliteit / 4. Invloed van de vorm	
4.4. Stabiliteit van voertuigen	109
1. Het weggedrag van een geblokkeerd wiel / 2. Het weggedrag van een vrij rollend wiel / 3. Het weggedrag van een geremd rollend wiel / 4. Stabiliteit van geremde voertuigen	
4.5. Stabiliserende systemen	115
1. Stabiliseren met massa / 2. Stabiliseren met veer / 3. Stabiliseren met wrijving	
4.6. Indifferente systemen	118
4.7. Overzicht	120
5. MECHANISCHE VERSTERKERS	121
5.1. Inleiding	121
5.2. Hefboomwerking	121
1. Overbrengingen voor translerende beweging / 2. Overbrengingen voor roterende beweging / 3. Bijzondere overbrengingen	
5.3. Krachtontbinding	129
5.4. Hellend vlak	131
1. Hellend vlak zonder wrijving / 2. Hellend vlak met wrijving / 3. Schroefdraad, theorie / 4. Schroefdraad, toepassingen / 5. Roterende overbrengingen / 6. Hydraulisch hellend vlak	
5.5. Meekoppeling	144
5.6. Servosystemen	147
1. Algemeen / 2. Hydraulisch servosysteem / 3. Pneumatische versterker	
5.7. Compensatie	150
1. Zwaartekrachtcompensatie / 2. Veerkrachtcompensatie / 3. Algemeen	
5.8. Samenvatting	154
6. SPANNINGEN EN VERVORMINGEN	156
6.1. Spanningen	156
6.2. Vervormingen, wet van Hooke	161
6.3. Sterkte en stijfheid	166

7. MATERIALEN	171
7.1. Atomaire opbouw van materialen	171
1. Typen bindingen / 2. Bindingskrachten en bindingsenergie / 3. Rangschikking van de atomen / 4. Elastische en plastische vervormingen	
7.2. Materiaaleigenschappen	177
1. Onderverdeling van materialen / 2. Metalen / 3. Keramische materialen / 4. Polymeren / 5. Composieten	
8. COMPAROLOGIE	189
8.1. Inleiding	189
1. Schaalfactoren / 2. Afhankelijke schaalfactoren / 3. Moeilijkheden bij modelproeven	
8.2. Statische schaalwetten	191
1. Belasting door uitwendige krachten / 2. Belasting door zwaartekracht / 3. Belasting door pneumatische of hydraulische drukken / 4. Belasting op knik / 5. Stijfheid	
8.3. Dynamische schaalwetten	202
1. Heen en weer gaande massa's / 2. Roterende massa / 3. Eigenfrequentie	
8.4. Energetische schaalwetten	208
8.5. Vertakking en onderverdeling	211
8.6. Kental	212
1. Schaalwet en kental / 2. Invloed van de vorm / 3. Stromingen in vloeistoffen en gassen / 4. Moeilijkheden bij modelproeven	
9. WRIJVING EN WEERSTAND	218
9.1. Droge wrijving	218
1. Theorie / 2. Verminderen droge wrijving / 3. Vergroten droge wrijving / 4. Remweg	
9.2. Vloeistofwrijving	228
1. Theorie / 2. Hydrodynamische aslagers / 3. Luchtweerstand, vloeistofweerstand / 4. Draagvlakken / 5. Verminderen luchtweerstand / 6. Leidingweerstand	
9.3. Rollende wrijving	236
1. Modelvorming / 2. Toepassingen / 3. Afrollende ringen	
10. VEREN	244
10.1. Algemeen	244
1. Veer karakteristieken / 2. Werkpunt / 3. Samenwerkende veren, parallelschakeling / 4. Samenwerkende veren, serieschakeling / 5. Samenwerkende veren, nadere beschouwing / 6. Voorspanning	
10.2. Energieopslag in veren	254
1. Theorie / 2. Energieopslag, invloed van de vorm	
10.3. Veerkeuze	260
1. Invloed van de ontwerpeisen / 2. Invloed van de overbrenging / 3. Keuze van veermateriaal / 4. Veerberekening	
11. ENERGIE	269

11.1. Inleiding	269
11.2. Warmteleer	271
1. Theorie / 2. Carnot proces / 3. Eerste hoofdwet rendement	
11.3. Warmtemotoren	275
1. Zuigermotoren / 2. Turbines	
11.4. Warmtepompen	279
1. Koelprocessen / 2. Rendement / 3. Absorbtie-koelsystemen / 4. Verwarming met warmtepomp / 5. Gecombineerde verwarmings- en koelinstallatie	
11.5. Vermogens en rendementen	284
1. Algemeen / 2. Tweede hoofdwet-rendement ϵ	
11.6. Energieopslag	289
11.7. Energietransport	291
12. AANDRIJVING	294
12.1. Inleiding	294
12.2. Karakteristieken	294
1. Motorkarakteristieken / 2. Lastkarakteristieken	
12.3. Motor-last-koppeling	297
1. Directe koppeling / 2. Koppeling via een overbrenging / 3. Keuze overbrengingsverhouding / 4. Veranderende lastkarakteristieken	
12.4. Dynamisch gedrag	306
13. DYNAMISCHE SYSTEMEN	309
13.1. Inleiding	309
13.2. Signalen voor dynamische systemen	309
1. De sprongfunctie / 2. Sinusvormige signalen	
13.3. Systeembeschrijving in blokschema's	312
1. Integreerende systemen / 2. Differentiërende systemen / 3. Massawerking	
13.4. Grafische systeembeschrijving	317
1. Integreerend systeem / 2. Differentiërend systeem	
13.5. Scheidingsfrequenties	320
1. Eigenfrequentie / 2. Eigenfrequentie als scheidingsfrequentie / 3. Veer-demper systemen / 4. Gedempte massa-veer systemen	
13.6. Voorbeelden	328
1. Meetsystemen / 2. Trillingsisolatie / 3. Motor en vliegwiel / 4. Compensatie bij dynamische systemen	
14. EENHEDEN	337
LITERATUUR	341
TREFWOORDEN	342

1. Systemen

1.1. Inleiding

De systeembenadering is een universele manier van werken om iets te bestuderen. Dat ‘iets’ kan zeer algemeen worden opgevat. Het kan een technisch apparaat of proces zijn, maar ook een administratieve handeling, een waterhuishouding, een biologische kringloop of een sociaal gedrag. In alle gevallen wordt het te beschouwen gedeelte – dat systeem genoemd wordt – afgezonderd van zijn omgeving bestudeerd. Het systeem wordt begrensd door de systeemgrens. Het is zinvol de systeemgrens nauwkeurig vast te leggen. Binnen de systeemgrens bevindt zich het te bestuderen systeem; daarbuiten de omgeving.

In dit hoofdstuk zal de systeembenadering op mechanische werktuigen worden toegepast. De invloed van de omgeving op een mechanisch systeem is te beschrijven door een aantal krachten, momenten, verplaatsingen en hoekverdraaiingen op de systeemgrens in te voeren. De krachten en momenten die de omgeving op een systeem uitoefent worden de uitwendige krachten en momenten genoemd. In § 1.3 is toegelicht op welke wijze die worden ingevoerd en hoe daarmee verder gewerkt kan worden. Binnen het systeem werken de inwendige krachten en momenten. Hoe daarmee gewerkt kan worden en hoe de relatie met de uitwendige krachten /momenten is, staat beschreven in § 1.4.

1.2. Begrippen

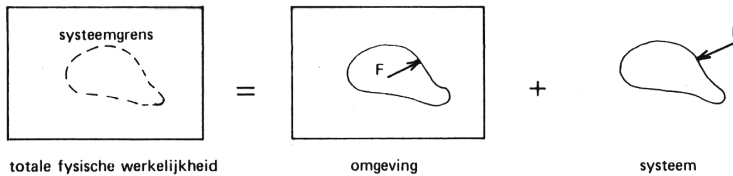
1.2.1. Systeem en omgeving

De omgeving heeft invloed op het systeem en het systeem beïnvloedt de omgeving. Deze invloeden zijn veelsoortig. Het kunnen mechanische invloeden (krachten, momenten, drukken, verplaatsingen, enz.) zijn, maar ook thermische (warmtestromen, temperaturen), elektrische (spanningen, stromen, velden, enz.), magnetische en andere invloeden zijn.

De invloeden van systeem en omgeving op elkaar zijn gelijk en tegengesteld. Als de omgeving een kracht F op het systeem uitoefent, dan oefent het systeem tegelijkertijd een kracht F van gelijke grootte, tegengesteld gericht langs dezelfde werklijn op de omgeving uit. Zie figuur 1.1. Hetzelfde geldt voor momenten. Als de omgeving een moment M op een systeem uitoefent, dan oefent het systeem een even groot moment met tegengestelde draaizijn op de omgeving uit. Ook voor andere dan mechanische grootheden geldt dat de onderlinge beïnvloeding van een systeem en zijn omgeving gelijk en tegengesteld is. Als bijvoorbeeld een systeem een warmtestroom Q uit de omgeving krijgt toegevoerd (dus $+Q$), dan staat de omgeving

diezelfde warmtestroom (dus $-Q$) aan het systeem af.

Het gelijk en tegengesteld zijn van de acties van systeem en omgeving op elkaar betekent dat de volgende uitspraak kan worden gedaan: indien de krachten en momenten die de omgeving op een systeem uitoefent evenwicht met elkaar maken, en het systeem dus in evenwicht verkeert, dan is noodzakelijkerwijs zijn omgeving ook in evenwicht. Is het afgezonderde systeem niet in evenwicht dan is zijn omgeving dat ook niet. Zie ook § 1.3.7. Dezelfde uitspraak is geldig voor andere dan mechanische invloeden.



Figuur 1.1. Door de keuze van een systeemgrens wordt een systeem van de fysieke werkelijkheid afgezonderd. Het systeem heeft een omgeving. Het systeem en zijn omgeving beïnvloeden elkaar. Deze invloeden zijn gelijk en tegengesteld.

Indien een systeemgrens is gekozen, dan is daarmee een deel van de fysieke werkelijkheid afgezonderd. Het afgezonderde systeem is geheel bepaald; alle eigenschappen van het systeem liggen vast. Daarna is het de kunst het systeem ook goed te beschrijven. Met een goede beschrijving worden de systeemeigenschappen eenvoudig en nauwkeurig weergegeven.

1.2.2. Systeembeschrijving

De systeemleer bestudeert het gedrag van systemen. Daarbij is vooral interessant hoe een systeem reageert op veranderingen. Om dat na te gaan wordt een van de invloeden tussen systeem en omgeving veranderd. Deze invloed is daarmee als ingangssignaal gekozen. Het systeem zal reageren op een verandering van het ingangssignaal. Een van de reacties van het systeem wordt als uitgangssignaal gekozen. De verandering van het uitgangssignaal ten gevolge van een verandering van het ingangssignaal levert een systeembeschrijving. Ter verduidelijking de volgende voorbeelden:

- Een verwarmingstoestel is in gebruik voor de verwarming van een kamer. De systeemgrens wordt getrokken rondom de kamer en het verwarmingstoestel. Voor de beschrijving van dit systeem wordt de gasstroom naar de brander als ingangssignaal gekozen, de temperatuur van de kamer als uitgangssignaal. De verandering van de kamertemperatuur als gevolg van een variatie in de gasstroom, beschrijft het systeem.
- Het gedrag van een rijdende auto is te beschrijven door de stand van het gaspedaal als ingangssignaal te kiezen en de rijsnelheid als uitgangssignaal. De verandering van de rijsnelheid als gevolg van een verandering in de gaspedaal-

stand levert een systeembeschrijving. Daarmee is het systeem rijdende auto niet geheel beschreven. Om bijv. de doorvering van de carrosserie bij optrekken, of het gedrag in bochten te beschrijven, moeten andere in- en uitgangssignalen worden gekozen.

1.2.3. Statische en dynamische systemen

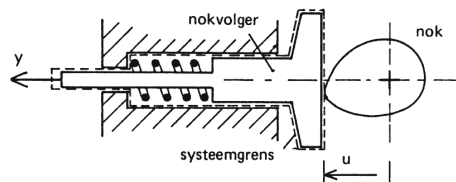
Een afgezonderd deel van de fysische werkelijkheid zal in elk geval een zekere massa bezitten en alleen al daarom een dynamisch gedrag kunnen vertonen. Elk fysisch bestaanbaar systeem is een dynamisch systeem.

Toch wordt in de systeemleer onderscheid gemaakt tussen statische en dynamische systemen. Dat komt omdat bij een aantal systemen, onder de meest voorkomende gebruiksomstandigheden, de dynamische eigenschappen niet tot uiting komen. Zoals bijvoorbeeld bij een hefboom. In bijna alle toepassingen heeft de massa van de hefboom nauwelijks invloed op het gedrag. Als de massa verwaarloosd wordt bestaat er een vaste relatie tussen de bedieningskracht F_u (ingangssignaal) en de uitgeoefende kracht F_y (uitgangssignaal). Daarmee is bedoeld dat als op een gegeven tijdstip F_u bekend is, F_y ook bekend is. Dit soort systemen worden statische systemen genoemd. Andere voorbeelden van statische systemen zijn: tandwielvertragingen, elektronische versterkers, veel meetopnemers.

Statische systemen zijn gedefinieerd als systemen waarvan het uitgangssignaal op elk tijdstip bekend is, als het ingangssignaal op datzelfde tijdstip gegeven is. Op elk tijdstip heeft het quotiënt uitgangssignaal/ingangssignaal dezelfde waarde.

Bij dynamische systemen is voor de berekening van het uitgangssignaal niet alleen de waarde van het ingangssignaal benodigd, maar ook het verloop van het ingangssignaal in de tijd.

Ter illustratie het volgende voorbeeld. In figuur 1.2 is een nok met nokvolger getekend. De nok draait rond. Bij gegeven nokvorm en toerental is de horizontale afstand u een functie van de tijd. De nokvolger wordt door de veer tegen de nok gedrukt. De systeemgrens is rondom de nokvolger + veer getrokken. Ingangssignaal is de verplaatsing u ; uitgangssignaal is de nokvolgerpositie y . Bij lage toerentallen en dus bij een langzaam veranderend ingangssignaal u , geldt $y = u$.



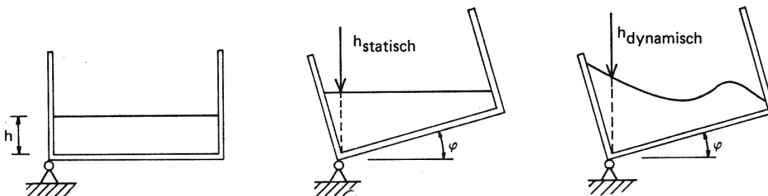
Figuur 1.2. De nokvolger wordt door een veer tegen de nok gedrukt. Als de nok ronddraait verandert u en daardoor y . Bij langzaam ronddraaien van de nok kan de nokvolger als statisch systeem beschouwd worden. Snelle veranderingen van u kan de nokvolger niet verwerken. De nokvolger moet dan als dynamisch systeem beschouwd worden.

Dat geldt op elk tijdstip. Het systeem kan dus als een statisch systeem worden beschouwd. Bij verhoging van het toerental komt er een moment waarop u zo snel verandert dat de veer niet langer in staat is de versnellingskracht te leveren die nodig is om de nokvolger tegen de nok gedrukt te houden. De nokvolger komt dan los van de nok. Het verdere verloop van y wordt dan bepaald door de systeemp parameters (voorspankracht van de veer, veerstijfheid van de veer, massa van de nokvolger) en de nokvolgersnelheid op het tijdstip van loslaten. Voor de berekening van het totale uitgangssignaal moet niet alleen u , maar ook het verloop van u in de tijd bekend zijn. Bij hoge toerentallen komen de dynamische eigenschappen van het systeem tot uiting. Alleen bij lage toerentallen kan het systeem als een statisch systeem beschouwd worden.

De ontwerper van een nok-nokvolger zal er uiteraard voor zorgen (door keuze van de systeemp parameters) dat steeds contact tussen nok en volger blijft bestaan. Het nok-nokvolger-systeem wordt als een statisch systeem ontworpen.

Opmerking. In het bovenstaande is afgeleid dat bij langzame veranderingen van u geldt: $y = u$. Ook dit is een benadering van de werkelijkheid. Ook bij lage snelheid du/dt moet de volger versneld en vertraagd worden. De daarvoor benodigde versnellingskrachten veranderen de grootte van de contactkracht tussen volger en nok. Dientengevolge zullen zowel de nok als de volger iets meer of iets minder inveren, waardoor ook bij lage toerentallen de nok-nokvolger geen exact statisch systeem is.

Een ander voorbeeld is een vat met vloeistof. Zie figuur 1.3. Als het vat langzaam gekanteld wordt (kantelhoek φ is ingangssignaal) blijft het vloeistofniveau h (uitgangssignaal) horizontaal. Bij langzame bewegingen is er een vaste relatie tussen φ en h . Als op een zeker tijdstip φ bekend is, dan is h dat ook. Het systeem wordt dan als een statisch systeem beschouwd. Bij snelle bewegingen ontstaan er golven in het vloeistofoppervlak. Bij een gegeven kantelhoek is de vloeistofhoogte niet meer direct bekend, maar afhankelijk van het verloop van φ in de tijd. Het systeem moet dan als een dynamisch systeem worden beschouwd.



Figuur 1.3. Een kantelbaar opgesteld vat waarin zich vloeistof bevindt is een dynamisch systeem. Alleen bij zeer langzame veranderingen van de kantelhoek kan het systeem als een statisch systeem worden beschouwd.

Zoals uit de bovenstaande voorbeelden blijkt, is de benaming statische systemen feitelijk onjuist. In werkelijkheid bestaan er geen statische systemen. Alleen is het

mogelijk onder bepaalde voorwaarden een systeem als een statisch systeem te beschouwen.

Het onderscheid van statistische en dynamische systemen heeft in relatieve zin veel betekenis. Daarmee wordt het volgende bedoeld.

Een kwikthermometer is een goed meetinstrument voor langzaam variërende temperaturen. Er is een vaste relatie tussen de omgevingstemperatuur van de thermometer en de lengte van de kwikkolom. De thermometer mag als een statisch systeem beschouwd worden. Bij het meten van snel veranderende temperaturen is voor het snel opwarmen/afkoelen van de kwikmassa een grotere warmtetoevoer/afvoer nodig dan de wand van de thermometer kan doorlaten. De warmte-dynamische eigenschappen van de thermometer zijn belangrijk in het systeemgedrag. Er is geen vaste relatie meer tussen de omgevingstemperatuur en de lengte van de kwikkolom. Als de thermometer gebruikt wordt voor het meten van langzaam veranderende temperaturen, mag de thermometer als statisch systeem beschouwd worden. Voor het meten van snel veranderende temperaturen is een kwikthermometer niet geschikt.

1.2.4. Statische systemen

Bij de bestudering van statische systemen is het voldoende alleen rekening te houden met:

- Zwaartekrachten. Een zwaartekracht G grijpt aan in het zwaartepunt van een voorwerp, is steeds naar het middelpunt van de aarde gericht en heeft een grootte $G = mg$ (m = massa van het voorwerp, g = versnelling van de zwaartekracht).
- Systeemgrenskrachten. Dit zijn de krachten die van buitenaf door de omgeving op het beschouwde systeem worden uitgeoefend. De aard van deze krachten is afhankelijk van de gekozen systeemgrens. Als de systeemgrens door het contactvlak van twee voorwerpen heenloopt zijn het contactkrachten. Loopt de systeemgrens door het grensvlak van een voorwerp en een vloeibaar of gasvormig medium dan moeten drukkrachten en/of weerstandskrachten worden ingevoerd. Als de systeemgrens dwars door een voorwerp heen is gekozen dan moeten materiaalkrachten worden ingevoerd. In dat geval moeten doorgaans ook momenten (zie § 1.3.5) worden ingevoerd.
- Centrifugaalkrachten. Roterende voorwerpen kunnen onder bepaalde voorwaarden als een statisch systeem worden beschouwd. In die gevallen moeten optredende centrifugaalkrachten worden meeberekend.

1.2.5. Systeem in rust

Elk systeem, zowel een statisch als een dynamisch systeem, kan in een toestand van rust komen. Dat gebeurt als hetingangssignaal niet meer verandert. Een statisch systeem is dan meteen in rust; er is immers een vaste relatie tussen in- en uitgangssignaal. Als hetingangssignaal een constante waarde verkrijgt, heeft het uitgangssignaal op datzelfde moment eveneens een constante waarde. Een dynamisch

systeem komt pas na verloop van enige tijd tot rust, als zijningangssignaal een constante waarde heeft aangenomen. Zoals bijvoorbeeld het vat met vloeistof van figuur 1.3. Op het moment dat φ constant wordt zal het vloeistofoppervlak nog golvingen vertonen. Als de oscillaties zijn ‘uitgestorven’ komt het systeem tot rust. Bij een constante waarde van φ behoort een rustwaarde van de vloeistofhoogte h . Deze rustwaarde wordt statische toestand genoemd. Elk (stabiel) systeem kent statische toestanden. Uit het optreden van een statische toestand mag uiteraard niet geconcludeerd worden dat het een statisch systeem betreft.

Een systeem is in rust als zijn in- en uitgangssignaal niet veranderen. Een voorgespannen veer is in rust (ingangssignaal constante verplaatsing, uitgangssignaal constante kracht). Maar ook bewegende systemen kunnen in rust zijn. Een met constante snelheid rijdende auto is in rust (ingangssignaal constante gaspedaalstand, uitgangssignaal constante snelheid), evenals een met constant toerental draaiende motor, of een met constante snelheid dalende parachutist.

1.2.6. Evenwichtsvoorwaarden

Indien een systeem in rust verkeert moeten de van buitenaf op het systeem werkende krachten en momenten (de uitwendige krachten en momenten) evenwicht met elkaar maken. Dat betekent dat de vectoriële som van alle krachten, evenals de vectoriële som van alle momenten gelijk moet zijn aan nul. Voor het veel voorkomende tweedimensionale geval geldt dus als voorwaarde voor evenwicht:

- geen resulterende kracht in x -richting;
- geen resulterende kracht in y -richting;
- geen resulterend moment.

Deze evenwichtsvoorwaarden zijn altijd toepasbaar. In een aantal gevallen kan echter met vereenvoudigde voorwaarden worden volstaan.

Indien er slechts twee krachten werken is er evenwicht als de krachten van gelijke grootte zijn, dezelfde werklijn hebben en tegengesteld gericht zijn.

Als er slechts drie krachten werken kan gesteld worden: de werklijnen van de krachten moeten door één punt gaan, en de krachtendriehoek moet gesloten zijn. Deze vervangende voorwaarden zijn vaak handiger te gebruiken dan de oorspronkelijke. In die gevallen dat er meer dan drie uitwendige krachten zijn is het voordelig krachten samen te stellen (vectorieel optellen) totdat er twee of drie overblijven.

Met grote nadruk wordt er hier nog op gewezen dat de gegeven vervangende voorwaarden slechts bruikbaar zijn als er geen momenten werken. In het geval dat er twee krachten en een moment werken, moeten de twee krachten wel gelijk zijn en tegengesteld gericht. Zij hebben dan echter evenwijdige werklijnen, die niet samenvallen. Indien er drie krachten en een moment werken dan moet de krachtendriehoek eveneens gesloten zijn; de werklijnen van de drie krachten gaan echter niet meer door één punt.

1.3. Uitwendige krachten/momenten

1.3.1. Systeemgrens

Een systeem wordt begrensd door zijn systeemgrens. De keuze van de systeemgrens is geheel willekeurig. Het is vrij de systeemgrens daar te kiezen waar dit wenselijk geacht wordt. De systeemgrens kan meerdere mechanische onderdelen omvatten, kan een onderdeel omsluiten, maar kan ook dwars door een onderdeel heenlopen.

In elk punt van de systeemgrens moet worden nagegaan of de omgeving daar een kracht of moment op het systeem uitoefent. Deze moeten op die plaats worden ingevoerd. Het zijn de systeemgrenskrachten/momenten. Samen met de zwaartekracht en de dynamische krachten/momenten vormen zij de uitwendige krachten/momenten. De uitwendige krachten en momenten moeten evenwicht met elkaar maken om het systeem in een toestand van rust te houden.

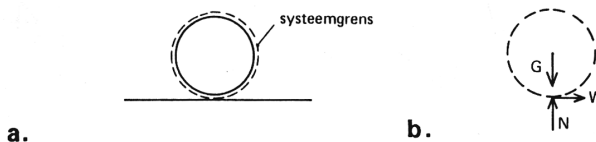
De binnen een systeem werkende krachten/momenten worden inwendige krachten/momenten genoemd. Het is zinvol de uitwendige en de inwendige krachten en momenten goed van elkaar te onderscheiden. Er is een sterke wisselwerking tussen de uitwendige en de inwendige krachten en momenten. De uitwendige bepalen de grootte van de inwendige en omgekeerd. In de §§ 1.3.2–1.3.6 is verduidelijkt op welke wijze de uitwendige krachten/momenten worden ingevoerd.

1.3.2. Contactkracht bij punt- of lijncontact

In figuur 1.4.a is een bol getekend die op een horizontaal plat vlak rust. De systeemgrens is vlak om de bol gekozen, en loopt dus door het punt waar de bol contact heeft met het vlak. In dat punt moet de van buiten op het voorwerp werkende kracht worden ingevoerd. In het algemeen heeft deze kracht twee componenten. Een component ligt in het raakvlak door het contactpunt en de andere component staat daar loodrecht op.

Figuur 1.4.b toont de bol met de zwaartekracht en de door het vlak uitgeoefende contactkrachten N en W . Indien – zoals hier is aangenomen – er geen andere krachten op de bol werken, dan is $W = 0$.

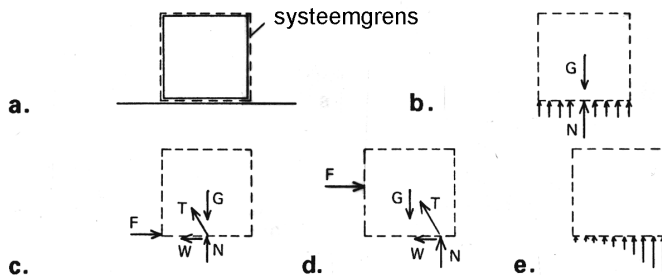
Als het te beschouwen systeem een cilinder is, heeft de systeemgrens een lijn gemeen met de omgeving. Vaak kan de contactkracht in het midden van de contactlijn worden geplaatst, maar niet altijd. Zie § 1.3.3.



Figuur 1.4. Waar de systeemgrens contact maakt met een vlak moeten contactkrachten worden ingevoerd. Een bol heeft puntcontact met een plat vlak. In het contactpunt een normaalkracht N en een in het raakvlak liggende wrijvingskracht W invoeren. In dit voorbeeld is $W = 0$.

1.3.3. Contactkracht bij vlakcontact

In figuur 1.5.a is een blok getekend dat met zijn ondervlak op de vloer rust. De systeemgrens is vlak om het blok gekozen en loopt tussen het blok en de vloer. In het gehele ondervlak is drukcontact met de vloer. Als het blok gewoon op de vloer rust, vormen alle drukkrachtjes samen de normaalkracht N (zie figuur 1.5.b). Op het blok werken nu twee krachten: het gewicht G en de normaalkracht N . Volgens de evenwichtsvoorwaarden moeten deze twee krachten even groot, tegengesteld gericht zijn en dezelfde werklijn hebben. De werklijn van N loopt door het midden van het grondvlak.



Figuur 1.5. In veel gevallen is er een contactvlak (a). In elk deelvlakje dA van het contactoppervlak werkt een normaalkrachtje dN en een in het raakvlak liggend wrijvingskrachtje dW (b en e). Gesommeerd over het totale contactoppervlak ontstaan de krachten N en W . Het aangrijpingspunt van de resultante T van N en W ligt soms in (c), maar meestal buiten het centrum van het contactvlak (d).

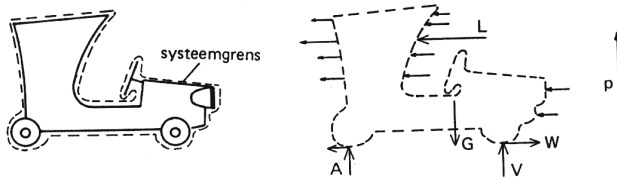
Figuur 1.5.c geeft de situatie als een horizontale uitwendige kracht F is toegevoegd. Er kan nu alleen evenwicht zijn als in het grensvlak vloer/blok een wrijvingskracht $W = -F$ werkt. Vectorieel optellen van de krachten N en W levert de totale kracht T die de vloer op het blok uitoefent. De drie uitwendige krachten F , G en T gaan door één punt. Als de horizontale kracht F boven het grondvlak aangrijpt, moet de kracht T verschuiven. Immers, de krachten F , G en T moeten door één punt gaan. Zie figuur 1.5.d.

De evenwichtssituatie is ook als volgt te beschrijven: de twee even grote krachten F en W vormen samen een koppel dat gelijk en tegengesteld gericht is aan het koppel van de eveneens even grote krachten G en N . De verschuiving van de kracht N betekent dat de verdeling van de drukkrachtjes tussen vloer en blok niet meer gelijkmatig is. Zie figuur 1.5.e.

Als een systeemgrens door een contactvlak loopt, zal de contactkracht meestal niet in het midden van het contactvlak aangrijpen. Ter vereenvoudiging wordt soms aangenomen dat de resulterende contactkracht in het centrum van het contactoppervlak aangrijpt.

1.3.4. Contactkracht bij stromende media

In figuur 1.6 is een auto geschetst. De auto rijdt met constante snelheid.



Figuur 1.6. Als de systeemgrens door het contactvlak met een vloeibaar of gasvormig medium loopt moeten ook contactkrachten worden ingevoerd. In het geval van een rijdende auto oefent de rijwind op elk deeloppervlakje een drukkraachtje (loodrecht op raakvlak) en een wrijvingskraachtje (in raakvlak) uit. Gesommeerd ontstaat de luchtkracht L . In de figuur is L evenwijdig met het wegdek getekend.

De systeemgrens is vlak om de auto heen genomen. Als de auto rijdt, oefent de langsstromende lucht allerlei druk- en zuigkrachten op de auto uit. Er is aangenomen dat al deze krachten horizontaal zijn. Gesommeerd leveren zij de luchtkracht L op een afstand p boven het wegoppervlak. Waar de systeemgrens door het contactvlak band/wegdek loopt zijn de contactkrachten A , V en W ingevoerd. Het verticaal evenwicht eist dat het gewicht G van de auto gelijk is aan de som van V en A . Voor het horizontale evenwicht moet L even groot zijn als W . Na toepassing van de evenwichtsvoorwaarden kan de grootte van alle krachten bepaald worden.

Opmerking 1. Uit dit voorbeeld blijkt duidelijk dat het niet is toegestaan de momentstelling (som van de momenten is nul) toe te passen op een deel van alle op een voorwerp werkende krachten. Bij een stilstaande auto ($L = 0$) hebben V en A een andere waarde dan bij aanwezigheid van de luchtkracht L . Naarmate de auto harder rijdt wordt de luchtkracht L groter en worden diensgevolge A groter en V kleiner.

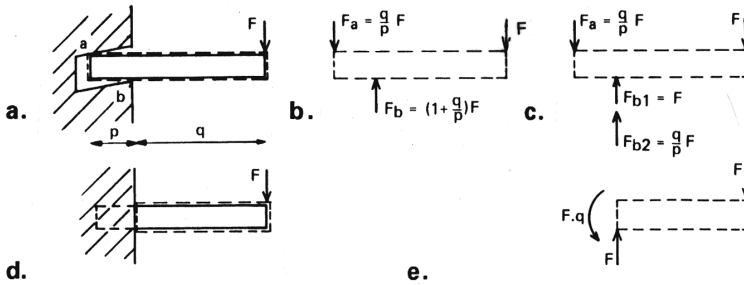
Opmerking 2. De voorwielen van de auto worden aangedreven. Merk op dat de wrijvingskracht W die het wegdek op het voorwiel uitoefent naar voren is gericht. Het is deze kracht die de auto aandrijft, en in staat stelt de luchtweerstand L te overwinnen.

Opmerking 3. De achterwielen zijn niet aangedreven. Zij draaien los mee. Om de rotatiewrijving van de achterwielen te overwinnen is een naar achteren gerichte kracht in het contactpunt achterwiel/wegdek nodig. Deze (kleine) kracht is wel getekend, maar verwaarloosd bij de berekeningen.

1.3.5. Contactkracht/moment bij inklemming

Figuur 1.7 toont een balk die aan één zijde in een gat in een muur is gestoken. De balk is aan het andere einde belast met een kracht F . De systeemgrens is vlak om de balk getrokken. Er zijn twee contactpunten a en b met het muurgat. Op die plaatsen moeten systeemgrenskrachten aan het systeem worden toegevoerd. In figuur 1.7.b

zijn de op het systeem werkende uitwendige krachten getekend. De door de muur op de balk naar boven gerichte kracht $F_b = F \cdot (1 + q/p)$ is opgebouwd te denken uit de twee krachten $F_{b1} = F$ en $F_{b2} = F \cdot q/p$, zie figuur 1.7.c. In totaal is de invloed van de muur op de balk dus ook te beschrijven door een kracht $F_{b1} = F$ en een koppel gevormd door de twee krachten F_a en F_{b2} ter grootte $(F \cdot q/p) \cdot p = F \cdot q$. Zie figuur 1.7.e.



Figuur 1.7. Contactkrachten/moment bij inklemming. De werkelijk optredende krachten bij inklemming zijn niet bekend (d). Uit de evenwichtsvoorwaarden volgt dat de inklemming een kracht F en een moment $F \cdot q$ op de balk moet uitoefenen (e). Deze beschrijving van een inklemming is gelijkwaardig met die van twee contactkrachten (a, b en c).

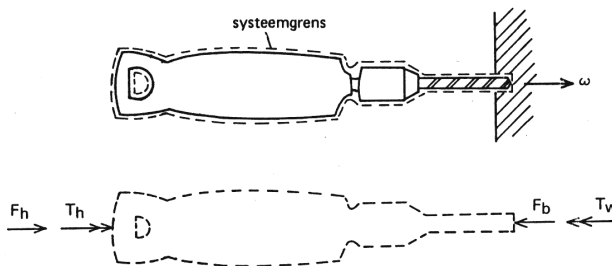
Als de balk in de muur is ingemetseld (figuur 1.7.d) is de situatie onduidelijker. Er is nu niet precies bekend waar de muur krachten op de balk uitoefent. Door de systeemgrens alleen om het uitstekende deel van de balk te nemen ontstaat de situatie van figuur 1.7.e. Voor het evenwicht moet bij het inklempunt een kracht F en een moment $F \cdot q$ worden ingevoerd. Voor het uitstekende deel van de balk is de situatie gelijkwaardig met figuur 1.7.c; voor het in de muur verblijvende deel niet. Het beschreven systeem is een voorbeeld van een statisch systeem.

1.3.6. Reactiekrachten en reactiemomenten

Bij het invoeren van de uitwendige krachten en momenten moeten de reactiekrachten en reactiekoppels niet vergeten worden. Zie hiervoor bijvoorbeeld figuur 1.8 die een boormachine toont. De systeemgrens is vlak om de boormachine met boor getekend. In de contactvlakken boor/muur en machine/hand zijn de minimaal benodigde krachten en momenten aangegeven. De hand drukt de boormachine met een kracht F_h tegen de muur. De muur oefent op de boor een gelijke en tegengesteld gerichte kracht F_b uit. Bij het boren wordt het draaien van de boor tegengewerkt door het weerstandsmoment T_w . De hand moet een gelijk en tegengesteld gericht moment T_h op de boormachine uitoefenen om de machine in dezelfde (stationaire) positie te houden. De ook nog aanwezige zwaartekracht en de daarvoor benodigde ondersteuningskrachten zijn in het voorbeeld weggelaten.

Opmerking 1. Dit voorbeeld geeft aan dat de statische evenwichtsvoorwaarden kunnen worden toegepast op een stationair systeem met (snel) bewegende delen. Van belang is dat er geen verandering in de heersende toestand binnen de systeemgrens optreedt. Als het toerental van de boormachine verandert, moet een traagheidskoppel worden toegevoegd. Het systeem moet dan als een dynamisch systeem worden behandeld.

Opmerking 2. Het door de hand uitgeoefende ‘tegenhoud’-moment T_h is steeds even groot als het weerstandsmoment T_w dat de boor ondervindt. Het is niet mogelijk meer te verspanen (groot moment T_w) dan de hand kan tegenhouden. Dit geldt ook heel algemeen. Als een willekeurige motor een moment T aan zijn as afgeeft, dan moet het motorhuis met een even groot moment T worden tegengehouden. De motorisch aangedreven moer-aandraaiers vormen hierop slechts een schijnbare uitzondering. Dat het bij deze apparaten mogelijk is een moer met een veel groter moment aan te draaien dan de hand moet tegenhouden komt door het gebruik van dynamische effecten. Hieruit blijkt dat het ‘stationair’ zijn van het systeem kritisch moet worden onderzocht alvorens de statische evenwichtsvoorwaarden toe te passen.



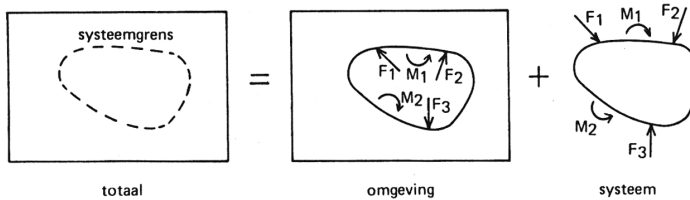
Figuur 1.8. De systeemgrens kan ook rondom roterende onderdelen worden getrokken. Bij het boren wordt de boormachine met een kracht F_h tegen het materiaal gedrukt. Het materiaal oefent een reactiekracht F_b op de boor uit. Als de boor ronddraait oefent het materiaal tevens een wrijvingsmoment T_w op de boor uit. Voor het evenwicht van het systeem boormachine + boor is het nodig dat de hand een reactiemoment T_h op de boormachine uitoefent. De zwaartekrachten zijn niet meebeschouwd. De motor van de boormachine ligt geheel binnen de systeemgrens. Het motormoment heeft geen invloed op de uitwendige krachten en momenten.

Opmerking 3. Elektrische boormachines bezitten een ingebouwde mechanische vertraging. De boorkop draait langzamer dan de motor; het draaimoment van de boorkop is groter dan dat van de motor. Het draaimoment van de motor is een geheel binnen de systeemgrens liggend moment; het is een inwendig moment en heeft niet te maken met de evenwichtsbeschouwingen van de uitwendige krachten/momenten. De invloed die de omgeving op het systeem uitoefent is beschreven door de uitwendige krachten F_b en F_h tezamen met de uitwendige momenten T_w en T_h . Het weerstandsmoment T_w dat de muur op de boor uitoefent is gelijk en tegengesteld aan het draaimoment van de boorkop ($T_{\text{boorkop}} = T_h = -T_w$).

Opmerking 4. De systeemgrenskrachten/momenten werken ook op de mens die de boormachine bedient ($-F_h$ en $-T_h$) en op de muur ($-F_b$ en $-T_w$). De bedienende mens en de muur vormen samen de omgeving van de boormachine. Als de boormachine in evenwicht is met de krachten $F_h = F_b$ en de momenten $T_h = T_w$, zal de omgeving met de krachten $-F_h = -F_b$ en de momenten $-T_h = -T_w$ eveneens in evenwicht zijn.

1.3.7. Omgeving

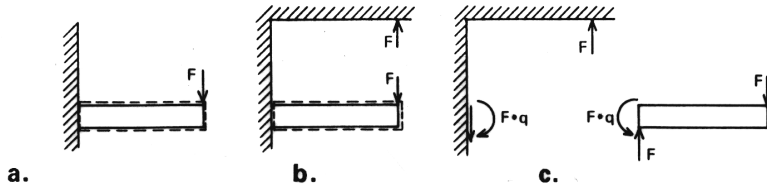
Door de keuze van de systeemgrens wordt een systeem afgezonderd. Buiten het systeem is de omgeving, die de uitwendige krachten en momenten op het systeem uitoefent. Als de uitwendige krachten en momenten evenwicht met elkaar maken, is het systeem in rust. Echter, dezelfde krachten en momenten die de omgeving op het systeem uitoefent, worden door het systeem (in omgekeerde richting) als reactiekrachten op de omgeving uitgeoefend. Als het systeem in rust is, dan moet de omgeving dat ook zijn. Eenzelfde redenering geldt voor het geval dat de uitwendige krachten en momenten geen evenwicht met elkaar maken. Als dat het geval is, dan is het systeem niet in rust en dan is de omgeving ook niet in rust. Zie figuur 1.9.



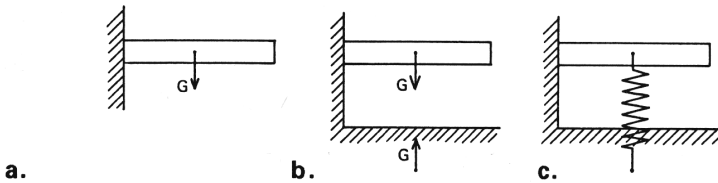
Figuur 1.9. De invloeden die systeem en omgeving op elkaar uitoefenen zijn gelijk en tegengesteld. Als het systeem in evenwicht is, dan is de omgeving dat ook. Als het systeem niet in evenwicht is, dan is de omgeving dat ook niet.

Bij dit type beschouwingen moet de werking van de uitwendige krachten goed geïnterpreteerd worden. Ter illustratie geeft figuur 1.10 nogmaals de belaste balk van figuur 1.7. Bedenk dat de getekende situatie slechts een deel van de werkelijkheid is. De belastingkracht F kan bijvoorbeeld geleverd worden door een veer of een hydraulische cilinder; maar alleen als deze veer of deze cilinder zich ergens tegen kan afzetten. De volledige opstelling is dan als in figuur 1.10.b. Bij het beschouwen van de balk als systeem moeten de inklempkracht F en het inklemmoment $F \cdot q$ worden ingevoerd. De balk is dan in evenwicht. De omgeving, met de twee krachten F en het moment $F \cdot q$ is eveneens in evenwicht. Zie figuur 1.10.c.

Eenzelfde redenering geldt ook voor de zwaartekracht. Als de balk alleen door zijn eigen gewicht is belast, is het gebruikelijk de balk te tekenen zoals in figuur 1.11.a is aangegeven. Dit is echter eveneens een onvolledige tekening. Krachten (en momenten) ontstaan steeds in 'paren'; ook de zwaartekracht. De aarde 'trekt' aan de balk; precies even hard als de balk aan de aarde 'trekt'. Zie figuur 1.11.b. De werking van de zwaartekracht is op te vatten als een zeer slappe veer (veer met



Figuur 1.10. Een ingeklemde balk is belast met een kracht F (a). De belastingkracht F is alleen uit te oefenen door een mechanisme dat zich tegen de omgeving kan afzetten (b). Ter plaatse van de inklemming moeten de kracht F en het moment $F \cdot q$ worden ingevoerd. Daarmee zijn zowel het systeem balk als de omgeving in evenwicht (c).



Figuur 1.11. Als een systeem in evenwicht is, dan is zijn omgeving dat ook. Dat geldt uiteraard ook voor een ingeklemde balk die alleen door zijn eigen gewicht is belast (a). De balk oefent ook een 'zwaartekracht' op zijn omgeving uit (b). De werking van de zwaartekracht is gelijkwaardig aan een zeer slappe veer (c).

veerstijfheid gelijk aan nul), die tussen de aarde en balk is aangebracht, zie figuur 1.11.c.

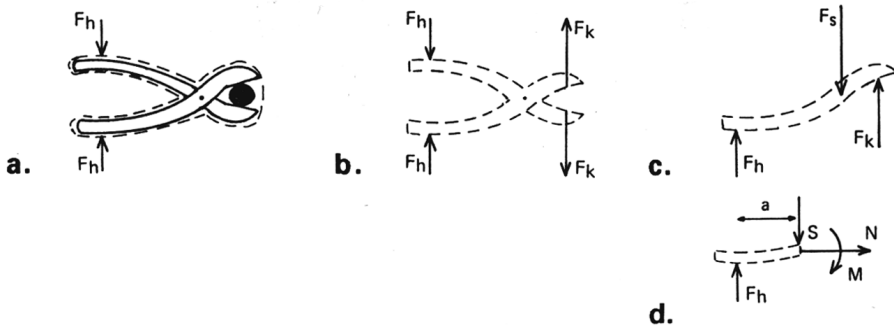
Het complete belastingschema van figuur 1.11.b is overeenkomstig dat van figuur 1.10.b en kan overeenkomstig behandeld worden. Ook hier blijft de omgeving in rust na 'uittomen' van het systeem balk.

1.4. Inwendige krachten/momenten

1.4.1. Bepalen van inwendige krachten/momenten

In de voorgaande § is de invloed beschreven die de omgeving op een systeem uitoefent. Daartoe zijn op de systeemgrens de uitwendige krachten en momenten ingevoerd. Als het systeem in rust verkeert (stationair is) moeten de uitwendige krachten en momenten evenwicht met elkaar maken.

Uiteraard veroorzaken de uitwendige krachten/momenten dat er binnen in het systeem ook krachten en momenten werkzaam zijn. Ter verduidelijking wordt een kniptang beschouwd waarmee een draad wordt doorgeknipt. In figuur 1.12.a is de systeemgrens aangegeven, die vlak om de tang en draad loopt. De tang is in evenwicht als de bedieningskrachten F_h op de beide handvatten even groot en tegengesteld gericht zijn. Binnen de systeemgrens van de tang heersen nog vele krachten en momenten. Zij worden de inwendige krachten en momenten van het systeem genoemd. Er moet steeds evenwicht zijn tussen de inwendige krachten/momenten en de uitwendige krachten/momenten.



Figuur 1.12. De inwendige krachten/momenten van een systeem zijn te bepalen door het trekken van een nieuwe systeemgrens. De systeemgrens is eerst rondom tang + draad getrokken (a). Als alleen de tang binnen de systeemgrens valt, moeten de contactkrachten F_k worden ingevoerd (b). Als de systeemgrens alleen een tanghelft bevat, komt de scharnierkracht F_s te voorschijn (c). Voor het bepalen van materiaalkrachten moet de systeemgrens dwars door het materiaal gekozen worden. (d)

De systeemgrens is ook buiten de draad om te trekken; de draad maakt dan geen deel meer uit van het systeem. Zie figuur 1.12.b. Dan moeten de twee knipkrachten F_k (de contactkrachten draad/tang) worden ingevoerd. Deze knipkrachten zijn voor dit systeem (alleen de kniptang) uitwendige krachten; zij waren voor het vorige systeem (kniptang + draad) inwendige krachten.

Voor een nadere analyse kunnen de twee helften van de kniptang elk als een afzonderlijk systeem beschouwd worden. De systeemgrens loopt dan door de scharnias van de tang. De scharnierkracht is voor dit systeem een uitwendige kracht. Uit figuur 1.12.c blijkt dat de scharnierkracht F_s gelijk is aan de som van de bedieningskracht en de knipkracht: $F_s = F_h + F_k$. Als de hefboomverhouding van de tang bekend is kunnen de krachten F_k en F_s in de bedieningskracht F_h worden uitgedrukt.

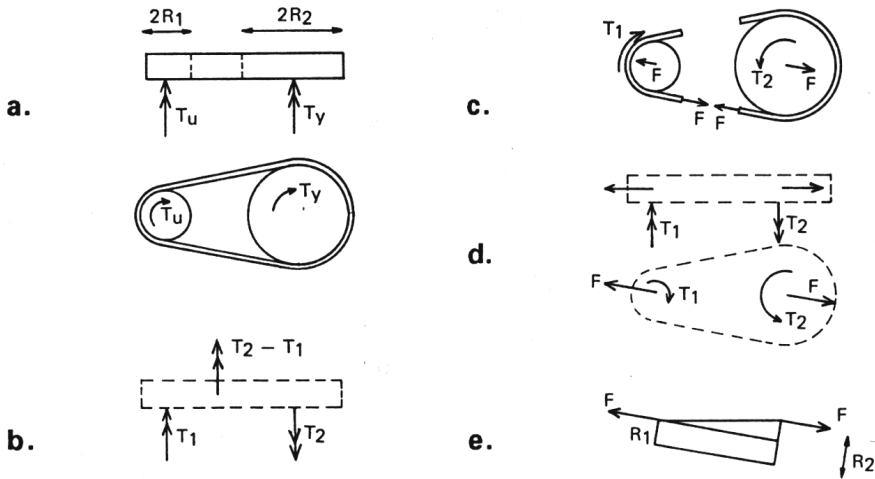
Om de materiaalkrachten/momenten te bepalen moet een nog nauwere systeemgrens worden getrokken, zie figuur 1.12.d. In het algemeen moeten op de plaats waar de systeemgrens door materiaal heenloopt een normaalkracht N , een schuifkracht S en een moment M worden ingevoerd. Hier geldt: $N = 0$, $S = F_h$ en $M = F_h \cdot a$.

In het bovenstaande is verduidelijkt hoe de inwendige krachten/momenten kunnen worden bepaald. Dit is steeds geschied door een nieuw systeem af te zonderen, zodanig dat de gewenste inwendige krachten/momenten voor het nieuwe systeem uitwendige krachten/momenten worden. De manier van werken bij de nieuwe systeemgrens is geheel analoog aan die bij de oorspronkelijke systeemgrens.

1.4.2. Riemoverbrengingen

Bij riemoverbrengingen vindt in het algemeen een versterking van draaimoment plaats. De uitgaande as levert een groter draaimoment T_y dan de ingaande as toevoert (T_u). Figuur 1.13.a geeft een aanzicht en een doorsnede van een riemvertraging, met

daarin aangegeven de vectoren van het ingaande draaimoment T_u en het uitgaande draaimoment T_y . De systeemgrens is vlak om de riem en de wielen gekozen. De systeemgrens doorsnijdt dus de aandrijfjas en de aangedreven as. Figuur 1.13.b toont het systeem met op de systeemgrens de draaimomenten die de omgeving op het systeem uitoefent. Het ingaande draaimoment wordt aan het systeem toegevoerd, dus $T_1 = T_u$. Het uitgaande draaimoment wordt aan de omgeving geleverd, de invloed van de omgeving is tegengesteld daaraan. Dus $T_2 = -T_y$. Voor het evenwicht van het systeem is het noodzakelijk dat de omgeving nog een moment $T = T_2 - T_1$ aan het systeem toevoert.



Figuur 1.13. Een riemoverbrenging (a). De systeemgrens is rondom de twee wielen en de riem gekozen. De omgeving oefent op het systeem het aandrijfmoment $T_1 = T_u$ en de reactie T_2 op het afgegeven moment T_y uit. Voor het evenwicht is het noodzakelijk dat op het systeem nog een derde moment $T_2 - T_1$ wordt uitgeoefend (b). Door splitsing in twee deelsystemen (c) wordt duidelijk dat dit moment $T_2 - T_1$ ontstaat uit twee evenwijdige lagerkrachten F (d). Uit d en e volgt: $T_2 - T_1 = F(R_2 - R_1)$.

Om te begrijpen waar dat draaimoment vandaan komt is het nodig om het oorspronkelijke systeem te splitsen in twee deelsystemen. Zie figuur 1.13.c. Het linker deelsysteem bevat het kleine wiel met het omliggende gedeelte van de riem, het rechter deelsysteem bevat het grote wiel met zijn omliggende riemdeel. Op de plaats waar een deelsysteemgrens door de riem loopt moeten uitwendige krachten worden ingevoerd.

In de figuur is aangenomen dat alleen in het trekkende deel van de riem een kracht F heerst, in het andere deel is geen trekkracht verondersteld. Uit figuur 1.13.c blijkt dat de riemkracht $F = T_1/R_1 = T_2/R_2$ een lagerreactiekracht van dezelfde grootte op beide assen veroorzaakt. Met deze lagerreactiekrachten F verkeren beide deelsystemen in evenwicht.

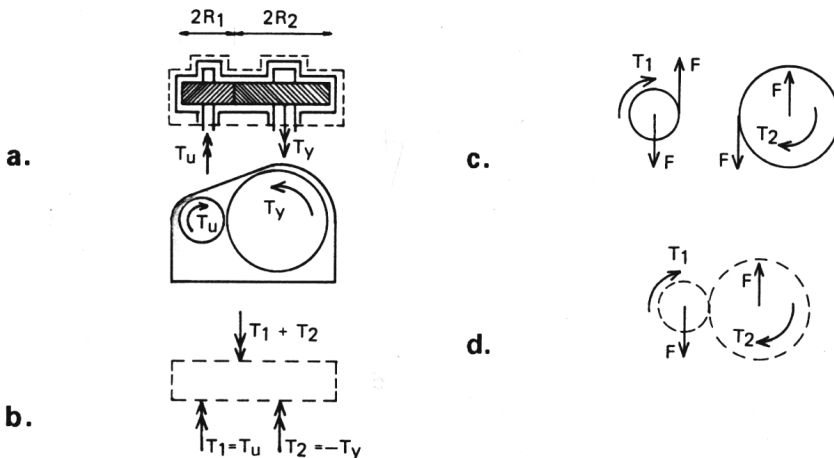
Bij het samenvoegen van de twee deelsystemen ontstaat het totale systeem weer, zie

figuur 1.13.d. De riemkrachten F vallen tegen elkaar weg. Dat klopt, want voor het totale systeem is de kracht in de riem een inwendige kracht. De twee lagerreactiekrachten F blijven na samenvoegen van de twee deelsystemen aanwezig. Zij zijn evenwijdig en hebben een afstand $(R_2 - R_1)$ tot elkaar. Zie figuur 1.13.e. Zij leveren tezamen het moment $F \cdot (R_2 - R_1) = T_2 - T_1$. Dit is precies het draaimoment (grootte en richting) dat de omgeving aan het systeem moest toevoeren. De uitwendige krachten/ momenten op het systeem van figuur 1.13.d geven een duidelijker beschrijving van de riemoverbrenging dan figuur 1.13.b.

1.4.3. Tandwieloverbrengingen

Een overeenkomstige situatie als beschreven in § 1.4.2 doet zich voor bij tandwieloverbrengingen. Figuur 1.14.a toont een tandwielvertragskast. Allereerst is het totale systeem (tandwielkast + tandwielen) beschouwd. De systeemgrens ligt buiten om de kast en doorsnijdt de beide assen. Op de doorsnijdingsplaatsen zijn de draaimomenten T_1 en T_2 ingevoerd die de omgeving op het systeem uitoefent. Merk op dat $T_1 = T_u$ en $T_2 = -T_y$. Voor het evenwicht van het systeem is het noodzakelijk dat de omgeving ook nog een draaimoment $T = T_1 + T_2$ aan het systeem toevoert. Evenals bij de riemoverbrenging is dit draaimoment afkomstig van de lagerreacties. Ter verduidelijking zijn twee nieuwe systemen (systeem 1 en systeem 2) gekozen. Zie figuur 1.14.c.

Systeem 1 bevat het rondsel (kleine tandwiel). Zijn systeemgrens doorsnijdt de ingaande as en loopt door het contactvlak met het grote tandwiel. Er moeten op die



Figuur 1.14. De systeemgrens is rondom een tandwielvertragskast getrokken (a). Op de systeemgrens moeten de momenten $T_1 = T_u$ en $T_2 = -T_y$ worden ingevoerd, maar ook het moment $T_1 + T_2$ (b). De splitsing in twee deelsystemen (c) maakt duidelijk dat de lagerkrachten F het extra moment $T_1 + T_2$ opleveren (d). De kast van een tandwielvertraging moet zo stevig bevestigd worden dat de omgeving een moment $T_1 + T_2$ aan de kast kan overdragen.

plaatsen het draaimoment T_1 en de tandwielkracht F worden ingevoerd. Het rondsel drijft het grote tandwiel aan. Met de gegeven draairichting is de kracht die het rondsel op het grote tandwiel uitoefent naar beneden gericht. Het grote tandwiel oefent dan op het rondsel een naar boven gerichte kracht F uit. Voor het evenwicht van systeem 1 is het noodzakelijk dat het aslager een kracht F (gelijk en tegengesteld gericht aan de tandwielkracht) op de rondsels uitoefent. Er geldt $F \cdot R_1 = T_1$.

Het systeem 2 bevat het grote tandwiel. Op de systeemgrens werken het draaimoment T_2 , de tandwielkracht F en de lagerreactiekracht F . Er geldt $F \cdot R_2 = T_2$.

Bij samenvoegen van de systemen 1 en 2 ontstaat het systeem van figuur 1.14.d. De tandwielkrachten zijn niet meer getekend. Voor het systeem (1 + 2) zijn het inwendige krachten geworden. De draaimomenten T_1 en T_2 , en de lagerreactiekrachten F houden het systeem in evenwicht. Het koppel van de twee krachten F heeft een grootte $F \cdot (R_1 + R_2) = T_1 + T_2$. Dit koppel verkrijgt het tandwielenpaar (systeem 1 + 2) van de tandwielkast. Het moet dus met dezelfde draaizin, zoals getekend in figuur 1.14.b, aan de tandwielkast worden toegevoerd.

Er moet bedacht worden dat de omgeving in staat gesteld moet worden om het draaimoment $T_1 + T_2$ op de tandwielkast uit te oefenen. De tandwielkast moet dus stevig aan de omgeving zijn bevestigd. Als bijvoorbeeld een tandwielvertraging een draaimoment van x Nm een factor 9 vergroot, dan moet de tandwielkast een moment $10 \cdot x$ Nm uit de omgeving kunnen opnemen.

1.4.4. Momentversterking algemeen

In het bovenstaande is een tandwielkast met slechts één stel tandwielen beschouwd. De in- en uitgaande assen hebben een tegengestelde draairichting. Dit leidt ertoe dat aan de tandwielkast een draaimoment $T_1 + T_2$ moet worden toegevoerd. Indien een tandwielkast een tussenas bezit verkrijgt de uitgaande as eenzelfde draairichting als de ingaande. De draaimomenten T_1 en T_2 zijn dan tegengesteld. In dat geval moet de tandwielkast met een moment $T_1 - T_2$ worden tegengehouden. De situatie is dan geheel analoog aan de riemoverbrenging van § 1.4.2, waar ook de in- en uitgaande as eenzelfde draairichting hebben.

In het algemeen kan gesteld worden: indien binnen een systeem een verandering van draaimoment plaatsvindt dan moet aan dat systeem een extra draaimoment ter grootte van het negatieve sommoment worden toegevoerd.

Bij toepassing van deze regel moet eerst een positieve draairichting worden aangenomen. Kies bijvoorbeeld in het systeem van figuur 1.13.b de draairichting van T_1 positief. Dan moet aan dat systeem een draaimoment

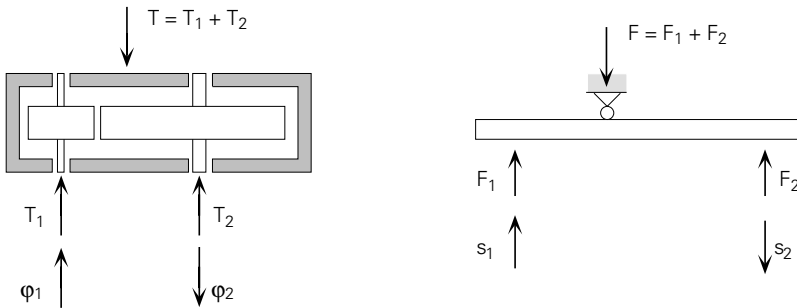
$$T = -(T_1 + (-T_2)) = T_2 - T_1$$

worden toegevoerd. In figuur 1.13.b is een moment van deze grootte en dezelfde draairichting als T_1 ingetekend.

Ook op de twee-assige tandwieloverbrenging van figuur 1.14 is de regel toe te passen. Kies de draairichting van T_1 positief. Dan geldt dat aan de tandwielkast een moment

$T = -(T_1 + T_2)$ moet worden toegevoerd. Het minteken bepaalt de draairichting van het moment. Het moment T heeft dus een grootte $T_1 + T_2$ en een draairichting tegengesteld aan T_1 . Zie figuur 1.14.b.

Het is goed te bedenken dat de gegeven formulering niets anders is dan een bijzondere schrijfwijze van de evenwichtsvoorwaarde: *som der momenten is nul*. In dit verband is nog op te merken dat voor hefboomen en andere krachtversterkingsmechanismen een geheel analoge uitspraak is te doen. Zie figuur 1.15.



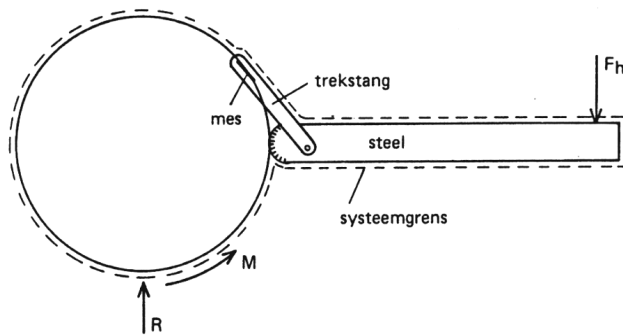
Figuur 1.15. Het linkerdeel van de figuur is geheel overeenkomstig figuur 1.14.b. Met de systeemgrens rondom een tandwielbak geldt $T = T_1 + T_2$. Ter vergelijking is rechts een hefboom getekend waarvoor geldt $F = F_1 + F_2$. Merk op dat de overeenkomst ook geldt voor φ_1 en φ_2 met s_1 en s_2 .

1.5. Toepassing

1.5.1. Een systeem

In figuur 1.16 is een werkende blikopener getekend. Allereerst wordt het mes in het deksel van het blik gedrukt. Dan wordt de gekartelde rand van de steel tegen de bovenrand van het blik gedrukt. Als met de hand een kracht F_h op de steel wordt uitgeoefend wikkelen de tanden van de steel af op de bovenrand. Het aan de draaibare stang bevestigde mes opent dan het blik. Het samenstel van blik en blikopener is als systeem beschouwd. In de figuur is de systeemgrens aangegeven. De systeemgrens loopt door het contactvlak hand/steel en door het contactvlak hand/blik. Op de steel is reeds de bedieningskracht F_h ingevoerd. Het verticaal evenwicht eist dat de hand die het blik vasthoudt een uitwendige kracht R – gelijk aan F_h en tegengesteld gericht – op het systeem uitoefent. De hand die het blik vasthoudt moet tevens een moment M op het blik uitoefenen om het moment dat R en F_h vormen te compenseren.

Dit systeem is dus een voorbeeld van een systeem waarop twee gelijke en tegengestelde krachten werken, die niet eenzelfde werklijn hebben. Zie § 1.2.6.



Figuur 1.16. Het systeem blik + blikopener. Als op de blikopener een bedieningskracht F_h wordt uitgeoefend moet het blik met een kracht R en een moment M worden tegengehouden.

1.5.2. Deelsystemen

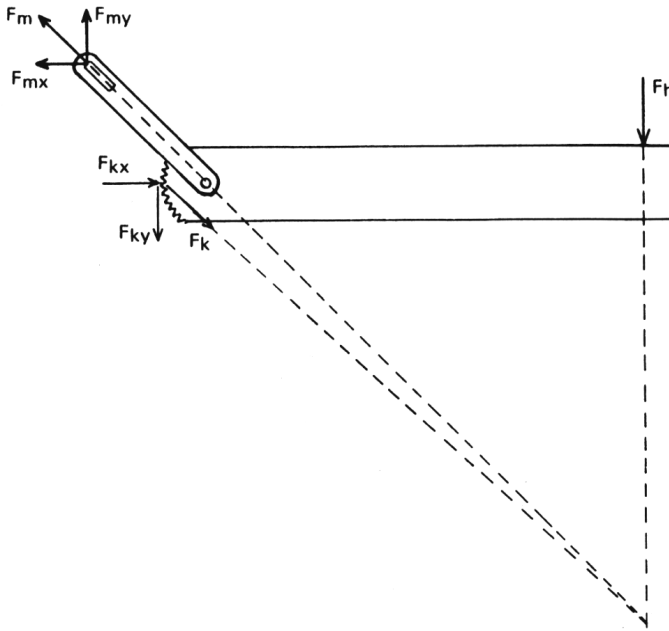
Het beschouwde systeem bestaande uit blikopener en blik levert nog geen informatie die voor het ontwerp van de blikopener nuttig is. Het beschouwen van alleen de blikopener als systeem geeft weinig verbetering. Figuur 1.17 geeft de systeemgrens en de uitwendige krachten. Op het contactvlak steel/blik zijn de normaalkracht F_{kx} en de wrijvingskracht F_{ky} getekend. Van de onbekende contactkracht mes/blik zijn twee onderling loodrechte componenten F_{mx} en F_{my} getekend. Uit de evenwichtsvoorwaarden volgt dat de werklijn van de resultante F_m van F_{mx} en F_{my} , de werklijn van de resultante F_k van F_{kx} en F_{ky} samen met de werklijn van de kracht F_h door één punt moeten gaan. Bij bekende F_h volgt daaruit de grootte en richting van F_m en F_k .

Voor een beter inzicht in de blikopener is het systeem gesplitst in twee deelsystemen. Het ene deelsysteem bevat de steel met de scharnieras; het andere deelsysteem bevat de trekstang met het mes. Zie figuur 1.18.

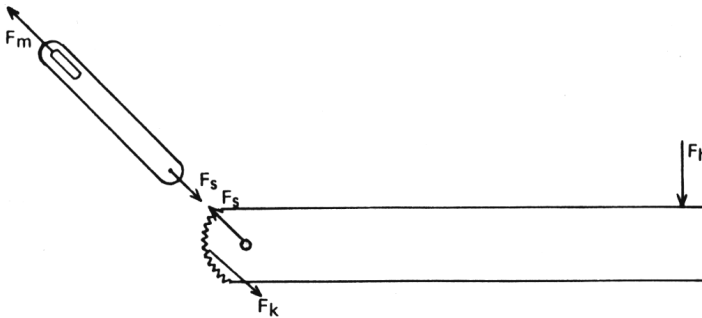
Op het deelsysteem trekstang/mes werken slechts twee krachten: de kracht F_m die het blik op het mes uitoefent en de scharnierkracht F_s . Omdat er verder geen moment werkt moeten deze twee krachten dezelfde werklijn hebben. De richting van de krachten F_m en F_s is dus bekend. Op de steel van de blikopener werken drie krachten: F_h , F_s en de kracht F_k die de blikrand op de steel uitoefent. Op de steel werkt geen moment. De werklijnen van de drie krachten moeten dus door één punt gaan. Daarmee is de richting van F_k ook bekend. Tezamen met een bekende grootte van F_h levert de krachtendriehoek de grootte van F_s en F_k . Van de twee deelsystemen zijn nu de uitwendige krachten bekend. Van het oorspronkelijke systeem zijn de belangrijkste inwendige krachten bekend.

De blikopener is een voorbeeld van een statisch systeem. De steel wentelt af op de blikrand. Deze beweging is echter niet zo snel dat versnellingskrachten in rekening gebracht behoeven te worden.

Bij de beweging wijzigt de hoek tussen trekstang en steel. In elke positie van de steel



Figuur 1.17. Het systeem blikopener. Op het systeem werken drie uitwendige krachten F_h , F_m en F_k . De werklijnen van deze krachten moeten door één punt gaan; hun krachtendriehoek moet gesloten zijn. Als F_h bekend is, zijn F_m en F_k dat ook.



Figuur 1.18. Twee deelsystemen van de blikopener met de erop werkende krachten. Door de splitsing in deelsystemen is de scharnierkracht F_s te bepalen.

is het krachten spel op de steel anders. Voor een complete analyse is het nodig de steel in verschillende posities te beschouwen. In het hoofdstuk Modelvorming is dat uitgevoerd.

1.6. Optimaliseren

Met de verkregen kennis van de heersende krachten is de blikopener nader te bepalen. Hierbij komen een aantal verschillende gezichtspunten aan de orde. Bij het

ontwerp moeten meestal compromissen gesloten worden. Het is doorgaans onmogelijk om aan de verschillende optimaliseringseisen tegelijkertijd te voldoen. In het volgende zijn een aantal optimaliseringsaspecten kort besproken.

1.6.1. Functionele optimalisering

Allereerst moet ervoor gezorgd worden dat de blikopener goed functioneert. Uit de figuren 1.17 en 1.18 blijkt dat de werklijn van de kracht F_k een scherpe hoek maakt met het contactvlak steel/blik. De kracht F_k is ontbonden in de kracht F_{ky} en de kracht F_{kx} , die respectievelijk in het contactvlak ligt en er loodrecht opstaat. Als de steel niet langs het blik mag glijden moet gelden: $F_{ky} = f \cdot F_{kx}$ (f = wrijvingscoëfficiënt). Bij de getekende krachtrichting is ongeveer $F_{kx} = F_{ky}$. Dan zou de wrijvingscoëfficiënt f ongeveer gelijk aan 1 moeten zijn, een waarde die voor technische materialen niet haalbaar is. De waarde van f is kunstmatig te verhogen door de steel van kartels te voorzien (zie de tekening), die in de rand van het blik kunnen dringen.

Voor een goede werking van de blikopener is het nodig dat met een redelijke bedieningskracht F_h het mes door het blik getrokken kan worden.

1.6.2. Geometrische optimalisering

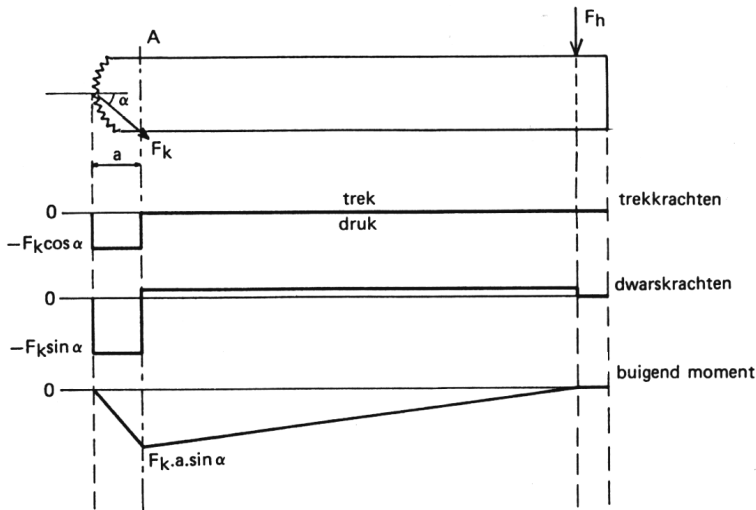
De hoofdafmetingen van de blikopener zijn de lengte van de trekstang, de lengte van de steel en de plaats van het draaipunt. Deze afmetingen hebben reeds hun grenzen gevonden door de opgelegde functie. Bij de optimalisering is het zaak de afmetingen zo te kiezen dat het mes een cirkelvormige baan beschrijft en dat een zo groot mogelijke snijkraft F_m ontstaat bij een zo klein mogelijke bedieningskracht F_h .

1.6.3. Technische optimalisering

Voor een goede functie is het nodig de steel van kartels te voorzien die in de blikrand kunnen dringen. Technisch moet er voor gezorgd worden dat de kartels scherp genoeg zijn om de benodigde verhoging van de wrijvingskracht te verkrijgen, en hard genoeg om de blikopener een groot aantal malen te kunnen gebruiken.

De constructieve uitvoering van het draaipunt is een technisch probleem. Bij een eenvoudige oplossing draait de trekstang boven de steel. Dan is de scharnierpen op buiging belast. Moet de pen dan bevestigd worden aan de steel, aan de trekstang of aan geen van beide?

De gegeven analyse van optredende krachten is nuttig voor de dimensionering van de steel. Figuur 1.19 geeft de verschillende belastingen van de steel. Uit deze figuur blijkt direct dat de doorsnede A-A de meest zwaarbelaste is. Daar werken de grootste dwarskracht, de grootste drukkracht en het grootste buigende moment. Door de steel-doorsnede niet rechthoekig te maken kan een steel van gelijke sterkte worden gebouwd. Dat betekent dat alle doorsneden dan even zwaar belast worden. De stang met het mes moet de trekkracht $F_m = F_s$ kunnen opnemen.



Figuur 1.19. In de steel van de blikopener uit de figuren 1.16–1.17 werken trekkkrachten, dwarskrachten en buigende momenten. De grootte van deze krachten/momenten hangt af van de plaats op de steel.

1.6.4. Ergonomische optimalisering

Er moet voor gezorgd worden dat met de blikopener handig is te werken. Dat betekent dat de kracht F_h niet te groot mag zijn, dat de bedieningsslag niet te groot mag zijn, en dat de lengte van de steel niet te groot mag zijn. De vorm van het handvat moet zodanig zijn dat een goede greep mogelijk is. Bij voorkeur het handvat zodanig te vormen dat geen steelbeweging buiten het gewenste gebied kan plaatsvinden.

1.6.5. Technologische optimalisering

Afhankelijk van het gekozen ontwerp en van de verlangde kostprijs zal bepaald moeten worden of de onderdelen uitgezaagd, gestanst of gefreesd zullen worden, of de gaten geboord of geponst worden, enz. Deze overwegingen behoren bij het ontwerpproces te worden meegenomen.

1.7. Samenvatting

Een systeem ontstaat door de afzondering van een gedeelte van de werkelijkheid. Het binnen de systeemgrens liggende deel van de werkelijkheid wordt systeem genoemd. Daarbuiten bevindt zich de omgeving. Er is een wisselwerking tussen systeem en omgeving. De omgeving oefent op het systeem de uitwendige krachten en momenten uit. Dezelfde krachten en momenten, echter met tegengesteld teken, oefent het systeem op de omgeving uit. Daaruit volgt dat het systeem en zijn omgeving, óf beide in evenwicht zijn, óf het beide niet zijn.

De systemen zijn te verdelen in statische en dynamische systemen. Het evenwicht van de statische systemen is besproken. Aan de nadere bespreking van de dynamische systemen is een afzonderlijk hoofdstuk gewijd.

Binnen een systeem werken de inwendige krachten en momenten. Voor de besturing daarvan moet het systeem worden gesplitst in deelsystemen. De deelsystemen worden zodanig gekozen dat de te bestuderen inwendige krachten en momenten, voor het deelsysteem uitwendige krachten en momenten worden. De manier van werken is in voorbeelden toegelicht.