

Stabiliteit voor ontwerpers

Stabiliteit voor ontwerpers

D. Dicke

© VSSD

Eerste druk 1991

Tweede druk 1994 - 2005

Uitgegeven door

VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL over deze publicatie: <http://www.vssd.nl/hlf/f005.htm>

Voor docenten die dit boek in cursusverband gebruiken zijn de illustraties in dit boek in elektronische vorm gratis beschikbaar. Ook kan de docent de beschikking krijgen over een elektronische versie van het boek. Een verzoek tot levering kan men richten aan hlf@vssd.nl

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photo-copying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

Gedrukte editie

ISBN-10 90-71301-52-4

ISBN-13 978-90-71301-52-0

Elektronische versie

ISBN-10 90-6562-122-9

ISBN-13 978-90-6562-122-1

NUR 956

Trefw: constructiemechanica, bouwtechniek

Voorwoord

Dit boek heeft zijn eerste voorloper in een in 1970 uitgegeven collegedictaat over stabiliteit ten behoeve van tweedejaars studenten Bouwkunde.

Daar deze studenten in vergelijking tot studenten Civiele Techniek beduidend minder wiskunde en toegepaste mechanica in hun curriculum hadden moest de op zich vrij lastige theorie van de stabiliteit van constructies in een vorm worden gegoten die studenten Bouwkunde voldoende inzicht gaf om in hun ontwerpen rekening te houden met het ‘fenomeen’ stabiliteit.

De vraag naar het collegedictaat, niet alleen van andere onderwijsinstellingen, maar ook vanuit de praktijk leidde tot de uitgave ‘Knik en Stabiliteit’ van het Professor Bakkerfonds, inmiddels al vele jaren uitverkocht.

Mijn overgang in 1979 naar de afdeling der Civiele Techniek vroeg om een nieuwe aanpak van het college ‘stabiliteit’.

In de colleges Toegepaste Mechanica van Civiele Techniek wordt de stabiliteit ‘fundamenteel’ behandeld.

Om echter tijdens het ontwerpen snel te kunnen onderkennen of men te maken heeft met een stabiliteitsgeval en zo ja om snel de mate van stabiliteit in orde van grootte te kunnen vaststellen en, niet in de laatste plaats, om inzicht in de stabiliteitsproblematiek te bevorderen is een benaderingsmethode ontwikkeld en in het kader van het college Algemene Constructie leer (ACL) is het dictaat daarvoor in voortdurende ontwikkeling geweest tot het boek dat nu voor u ligt.

De laatste wijzigingen betroffen de verwijdering en toepassingen van de voorschriften. Het zou de idee van eenvoudige ontwerpberoeeningen geweld aandoen om de voorschriften voor de diverse constructiematerialen in dit boek in te voeren.

Hierover zal voldoende literatuur verschijnen en er worden ook reeds cursussen gegeven.

Bovendien betekent het begrip kniklengte voor mij een reacentruc, die in sommige gevallen wel handig kan zijn, maar voor het inzicht niet zo bevorderlijk is.

De kniklengte is in de nieuwe voorschriften nog niet verdwenen.

Om dit begrip te omzeilen zijn los van voorschriften hier en daar fysische en geometrische imperfecties ingevoerd om het werkelijke elastische gedrag van een constructie duidelijk te laten uitkomen. Elastisch gedrag, want in het elasto-plastische gebied wordt de stijfheid en dus de stabiliteit snel minder en gelden andere regels. Voor de ontwerpberoeening in eerste instantie niet zo belangrijk.

Veel dank ben ik verschuldigd aan ir. C. Hartsuijker voor de vele inspirerende gesprekken over onderwijs in toegepaste mechanica en constructie leer.

Voor de kwaliteit van het dictaat 'stabiliteit', en dus ook van dit boek ben ik veel dank verschuldigd aan ing. R.W. van Eede die al die jaren de lay-out en het tekenwerk voor de dictaten op voortreffelijke wijze heeft verzorgd en daarbij indirect ook heeft bijgedragen aan de inhoud van dit boek.

Baarn, november 1990

D. Dicke

Bij de tweede druk

Na de eerste druk zijn de nieuwe voorschriften officieel in gebruik genomen.

In een enkel geval is afgeweken van het principe om geen beschouwingen te wijden aan toepassingen van voorschriften. Wel zijn (met uitzondering van de overdruk over 'Vallen en opstaan bij kruipen en knikken') notaties en benamingen aangepast. Bovendien konden een aantal typfouten en eigen ingeslopen slordigheden worden gecorrigeerd. De veranderingen betreffen vooral de rekenvoorbeelden.

De redactie van deze wijzigingen was in handen van ir. F. Vink, die veel heeft bijgedragen aan het up-to-date houden van dit boek. J.C. Siers en P. den Boer zorgden voor enige nieuwe tekeningen.

Hen allen ben ik veel dank verschuldigd.

Baarn, oktober 1993

D. Dicke

Inhoud

1. INLEIDING	9
2. VOORBEELDEN IN DE PRAKTIJK	14
2.1. Voorbeelden van translatieveren in de praktijk	14
2.2. Voorbeelden van rotatieveren in de praktijk	18
3. INGEKLEMDE STAVEN	25
3.1. De verend ingeklemde staaf (ongeschoord)	25
3.2. Oneindig stijve staven, verend ingeklemd	27
3.3. Schijnbare stijfheid	29
3.4. Veel voorkomende gevallen	29
3.5. Enkele toepassingen	30
3.6. De buigzame staaf oneindig stijf ingeklemd	36
3.7. De buigzame staaf verend ingeklemd	38
4. VERDEELDE DRUKBELASTING OP DE INGEKLEMDE STAAF	49
4.1. Gelijkmatig verdeelde drukbelasting op staaf	49
4.2. Andere verdelingen van drukbelasting op de staaf	52
5. STAVEN	56
5.1. Staven met twee rotatieveren	56
5.2. Staven met twee stijfheden	61
6. GESCHOORDE STAVEN	70
6.1. Geschoorde staven	70
6.2. Verend ingeklemde staven, volledig gesteund	79
7. FICTIEVE STIJFHEID	83
8. PENDELSTAAF VEREND GESTEUND	86
9. ONDERLINGE STEUN VAN VEREND INGEKLEMDE STAVEN	98
10. PARTIËLE STABILITEIT	108
11. ROTATIESTABILITEIT	112

BIJLAGE A	115
BIJLAGE B	118
BIJLAGE C	126
C.1. Buigslappe staven	126
C.2. Stalen staven	129
C.3. Dwarsbelasting	136
BIJLAGE D	141
OVERDRUKKEN VAN ARTIKELEN UIT TIJDSCHRIFTEN	181
Toelichting op het artikel ‘Hoe oud is de kapitein?’	183
Hoe oud is de kapitein?	184
Vallen en opstaan bij kruipen en knikken	187
INDEX	206

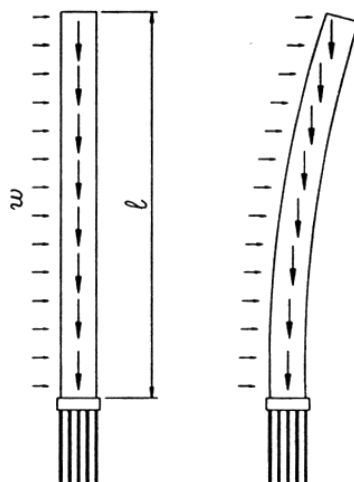
1

Inleiding

Op een bouwwerk werken uitwendige krachten zoals zwaartekracht, wind, gronddruk, waterdruk. Maar ook opgelegde vervormingen door temperatuur, zettingen, krimp en kruip. De draagconstructie van het bouwwerk moet dit alles opvangen en ervoor zorgen dat het bouwwerk gedurende z'n levensduur voldoende veilig, stijf en stabiel is. Het stabiliteitsverschijnsel kennen we al vanaf onze jeugd. Je kan niet alsmaar blokken op elkaar stapelen. De toren gaat bij het hoger stapelen steeds wankeler worden en wordt steeds gevoeliger voor stoten en trillingen. Onder invloed van belastingen vervormt een constructie. In tal van gevallen is de grootte van deze vervormingen van invloed op de grootte van de inwendige krachten in de constructie.

Enige voorbeelden

Op een wolkenkrabber werkt de zwaartekracht als een verticale belasting en de wind als een horizontale belasting. Zie figuur 1.1.



Figuur 1.1.

Door de wind buigt de wolkenkrabber. Door de uitbuiging verplaatst het zwaartepunt van de verticale belasting. Deze verplaatsing veroorzaakt extra buigende momenten, die op hun beurt de uitbuiging en dus de verplaatsing van het zwaartepunt van de verticale belasting vergroten, enzovoorts.

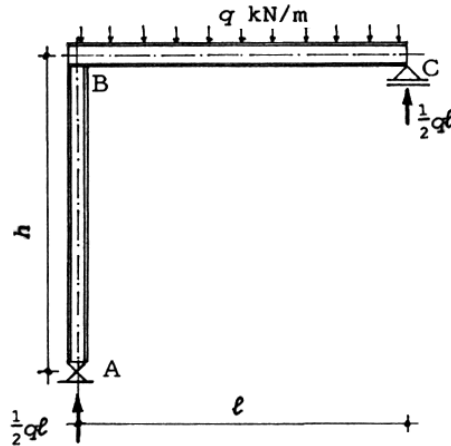
We moeten nu twee gevallen nagaan.

Ten eerste moet dit proces tot rust komen, er moet een toestand van evenwicht ontstaan,

waarbij in de bruikbaarheidsgrenstoestand de totale uitbuiging binnen een vooraf bepaalde limiet blijft.

Ten tweede moet voor de sterkte rekening worden gehouden met die extra buigende momenten.

Het in figuur 1.2 getekende spant is belast door een gelijkmatig verdeelde verticale belasting groot q kN/m. Door de rol bij C zal bij A horizontale reactie optreden en zullen dus geen dwarskrachten en momenten in de kolom ontstaan, althans, indien we vergeten om te letten op de vervorming van dit spant.



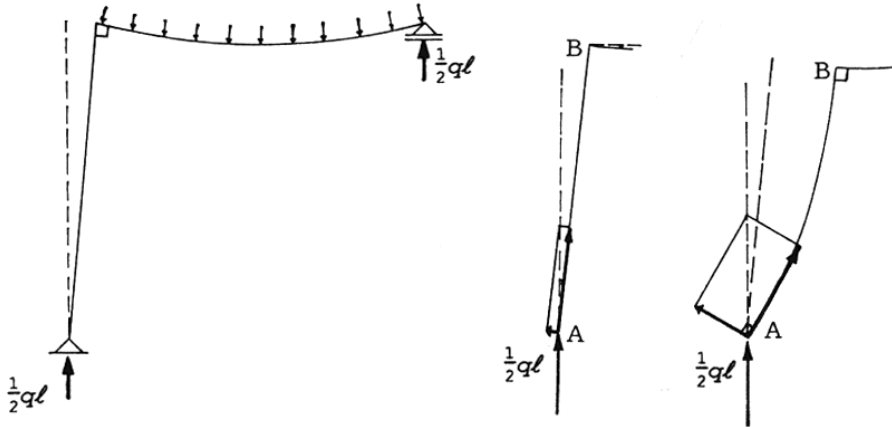
Figuur 1.2.

Doen we dit niet dan zien we dat de ligger doorbuigt en, als we uitgaan van een stijve hoek bij B, dat de rechte hoek bij B niet vervormt en dus de ligger horizontaal verplaatst. De oplegreactie bij A zal afnemen en bij C toenemen, maar dat kunnen we wel verwaarlozen.

Wat we niet kunnen verwaarlozen is de door de scheefstand van de kolom ontstane dwarskracht in de kolom, zie figuur 1.3. We kunnen de oplegreactie ontbinden in een dwarskracht en een normaalkracht. Er ontstaan nu momenten in de kolom die daardoor zal buigen waardoor de horizontale verplaatsing van de ligger groter wordt en dus ook de dwarskracht en de buiging, enzovoorts.

Ook hier een proces waarvan moet worden aangetoond dat het tot een evenwicht komt en waarvan de invloed op de grootte van de buigende momenten moet worden vastgesteld.

In figuur 1.4 is een ligger getekend met een gelijkmatig verdeelde belasting q die tevens een drukkracht moet opnemen door de wijze van ophanging van een belasting F . Deze drukkracht N vergroot de doorbuiging u_0 ,



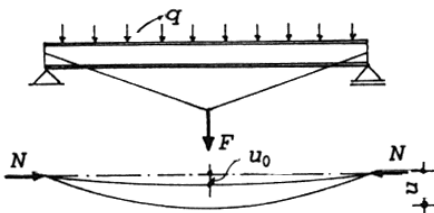
Figuur 1.3. Sterk overdreven getekende verplaatsing van punt B.

$$u_0 = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$$

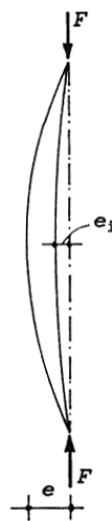
en introduceert tevens eigen momenten $N \cdot u$ als de ligger bij een zakking u in een evenwichtstoestand is gekomen.

En zo zijn er meer voorbeelden te bedenken, zoals de niet rechte pendelkolom uit figuur 1.5, die wordt belast en daardoor buigende momenten moet opnemen die de uitbuiging vergroten waardoor de buigende momenten weer toenemen enzovoorts.

Het zijn steeds de drukkrachten die vervormingen vergroten en daarna tevens grotere buiging veroorzaken. Het evenwicht moet onder invloed van de belastingen stabiel zijn. We spreken kortweg van stabiliteitsproblemen.



Figuur 1.4.



Figuur 1.5.

Het aantonen dat een constructie stabiel is, is met de invoering van de computer eenvoudiger geworden, want met een handberekening een exacte analyse maken van een constructie die gevoelig is voor instabiliteit is vaak een zeer tijdrovende, zo niet onmogelijke zaak. In het ontwerpproces, waar vaak snel beslissingen moeten worden genomen over de vormgeving van een constructie, is het belangrijk om ten eerste inzicht te hebben of we te maken hebben met een reëel stabiliteitsprobleem, ten tweede om de mate van stabiliteit te kunnen vaststellen en ten derde tot een voldoende kwantitatieve benadering van vervormingen en inwendige krachten te komen om globale afmetingen van de constructie te kunnen vaststellen. Blijkt de mate van stabiliteit gering dan kan men de constructievorm wijzigen of de constructie stijver maken. Dit proces mag niet teveel tijd vergen maar moet wel betrouwbaar zijn. In dit boek zal voor lijnvormige constructies een methodiek worden ontwikkeld die inzicht geeft in de problematiek en snel tot betrouwbare kwantitatieve informatie leidt.

Als vormgeving en dimensionering zijn vastgelegd kan eventueel met de computer een meer exacte analyse worden uitgevoerd.

Dat wordt niet in dit boek behandeld.

Tenzij anders vermeld wordt in dit boek uitgegaan van de elasticiteitstheorie. De indeling van dit boek in grote lijnen is als volgt

- Randvoorwaarden van staven
- Verend ingeklemde staven
- Geschoorde staven
- Rotatiestabiliteit
- Imperfecties
- Praktijkvoorbeelden

Randvoorwaarden

Een constructie-element zweeft niet vrij in de lucht. Het is verbonden aan andere elementen, aan vaste punten, gedeeltelijk vaste punten, aan een fundering.

Bekend zijn de rol, het scharnier, de oneindig stijve* inklemming en de pendelstaaf.

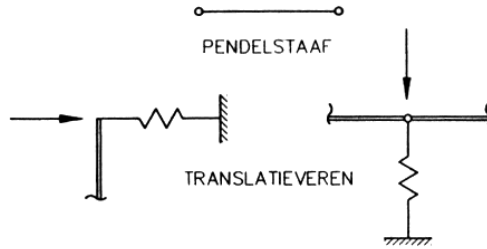
Minder bekend zijn de translatieveer en de rotatieveer.

Zoals ze in figuur 1.6 zijn getekend zijn het schematiseringen van de werkelijkheid.

De translatieveer wordt gekarakteriseerd door de veerconstante k .

k is de kracht die nodig is om de veer een eenheid van lengte te verkorten of te verlengen. De dimensie van k is dus N/mm, kN/m, kN/mm, al naar gelang de dimensies waarmee we in de berekening werken.

* Als in dit boek wordt gesproken over oneindig stijf dan betekent dit dat een inklemming of staaf zó stijf is dat hij als oneindig stijf mag worden geschematiseerd.



		Rotatie		
		VRIJ	BEPERKT	ONMOGELIJK
Translatie ←→	wrij			
	onmogelijk			

Voor deze veren beperkte translatie ↑↓

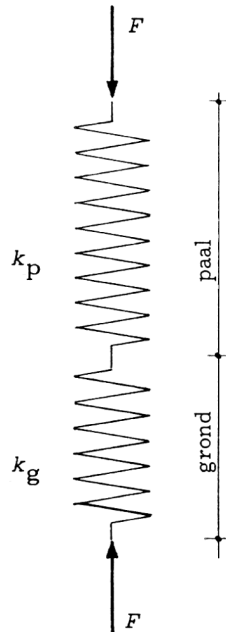
Figuur 1.6.

2

Voorbeelden in de praktijk

2.1. Voorbeelden van translatieveren in de praktijk

Een veel voorkomende translatiebeer is de *funderingspaal*. Dit is een nogal gecompliceerde translatiebeer omdat ze uit twee delen is samengesteld, de paal zelf en de grond. In het in figuur 2.1 getekende schema is aangenomen dat de paalbelasting slechts door de paalpunt wordt overgedragen op de grond en dus niet door wrijving langs de paalschacht.



Figuur 2.1.

Paal en grond worden verder lineair elastisch gedrag toegeschreven.

Veerconstante voor de paal k_p .

Veerconstante voor de grond k_g .

De totale indrukking van de beide veren is

$$\frac{F}{k_p} + \frac{F}{k_g} = \frac{F}{k}$$

Hierin is k de veerconstante van de combinatie paal + grond.

We zien dat

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_g}$$

De samendrukking van de paal kan men schrijven als $\Delta l = \frac{Fl}{EA}$.

Dan is

$$k_p = \frac{F}{\Delta l} = \frac{EA}{l}$$

Als men niets weet over de grond, maar toch het effect van de grond in rekening wil brengen dan is een zeer eenvoudige aanname en niet meer dan dat: $k_g = k_p$.

Dan is $k = \frac{1}{2} k_p$.

De elasticiteitsmodulus van beton voor in de fabriek vervaardigde palen is hoog. Daar echter ook op kruip moet worden gerekend zou men kunnen aanhouden $E = 20.000 \text{ N/mm}^2$.

Voorbeeld 2.1

Voor een betonnen paal van 18 m lengte en een doorsnede van $400 \times 400 \text{ mm}^2$ zou men dan vinden:

$$k = \frac{1}{2} k_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{20.000 \times 400^2}{18.000} = 8,9 \times 10^4 \text{ N/mm} = 89 \text{ kN/mm}$$

Een enigszins gecompliceerder regel geeft globale waarden voor k_g .

Voor geheide palen kan dan globaal worden aangehouden:

$k_g = 80 D \cdot q_p$ voor ronde palen (figuur 2.2a),

$k_g = 90 b \cdot q_p$ voor vierkante palen (figuur 2.2b).



Figuur 2.2.

Hierin is q_p het voetdraagvermogen. Voor de paal met $b = 400 \text{ mm}$ en aannemende dat $q_p = 8 \text{ N/mm}^2$ geldt dan:

$$k_g = 90 \times 400 \times 8 = 288.000 \text{ N/mm} = 288 \text{ kN/mm}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{178} + \frac{1}{288}$$

$$k = 110 \text{ kN/mm}$$

Voor boorpalen en schroefpalen kan men de hier gevonden k -waarde met 0,5

vermenigvuldigen. In de ontwerpfase heeft men vaak nog geen gegevens over palen en grond bij de hand. Voor geheide palen zou men dan als voorlopige aanname kunnen aannemen: $k = 100 \text{ kN/mm}$. Als blijkt dat de totale uitkomst van een berekening vrij ongevoelig is voor de waarde van k dan kan men het hierbij laten.

Is de uitkomst wel gevoelig voor de waarde van k dan zal men achteraf, als men meer gegevens heeft, een nadere berekening maken.

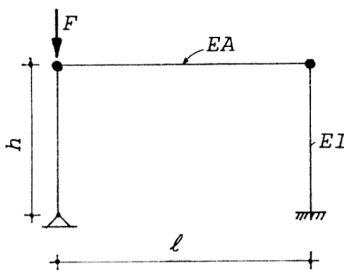
Is de constructie zeer gevoelig voor de waarde van k dan dient men k vast te stellen in samenwerking met een grondmechanicadeskundige.

In dit laatste geval is het echter beter eens te zoeken naar constructieve maatregelen om die gevoeligheid te verminderen.

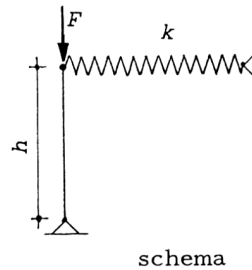
De veerconstante van palen is belangrijk om de rotatieveerconstante van funderingen vast te stellen.

Voorbeeld 2.2

In dit voorbeeld wordt een pendelstijl, in het vlak van tekening (figuur 2.3), tegen omvallen gesteund door een horizontale trek- (of druk-) staaf en een verticale ingeklemde staaf.



Figuur 2.3.



Figuur 2.4.

Beide staven kunnen nu geschematiseerd worden, voor de pendelstaaf, in één steunende translatieveer, zoals getekend in figuur 2.4.

Onder invloed van een trekkracht H verplaatst het aangrijpingspunt van H over een afstand

$$u = \frac{Hl}{EA} + \frac{Hh^3}{3EI}$$

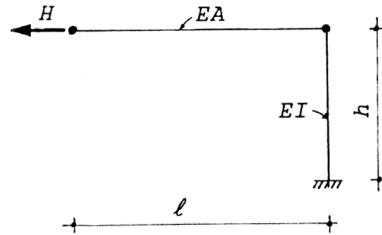
$$k = \frac{H}{u}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{u}{H} = \frac{l}{EA} + \frac{h^3}{3EI}$$

EA/l is de veerstijfheid indien $EI = \infty$,
 $3EI/h^3$ is de veerstijfheid indien $EA = \infty$.

Dus

$$\frac{1}{\bar{k}} = \frac{1}{k_{\text{staaf}}} + \frac{1}{k_{\text{kolom}}}$$



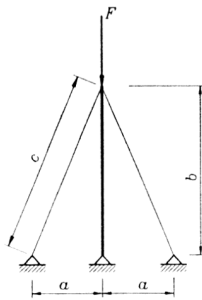
Figuur 2.5.

Meestal is vervorming door normaalkracht veel kleiner dan vervorming door buiging. Daarom wordt meestal $EA = \infty$ aangehouden, tenzij duidelijk is dat EA niet kan worden verwaarloosd.

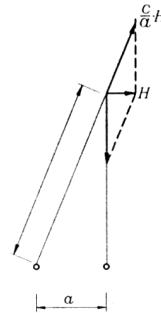
Voorbeeld 2.3

Tenzij anders vermeld gaan we er bij de behandelde gevallen steeds van uit dat loodrecht op het vlak van tekening geen verplaatsing mogelijk is!

In figuur 2.6 wordt een staaf gesteund door twee kabels. De elasticiteitsmodulus van de kabels is E en doorsnede A . Het eigen gewicht van de kabels wordt verwaarloosd. De kabels worden licht voorgespannen zodat ze niet slap hangen. Als de top naar rechts zou willen verplaatsen dan zal de rechter kabel slap gaan hangen.



Figuur 2.6.



Figuur 2.7.

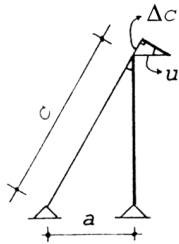
Alleen de linkerkabel kan dan nog voor stabiliteit van het geheel zorgen.

Om de veerstijfheid k van de vervangende translatieveer te bepalen brengen we weer een kracht H aan en bepalen de verplaatsing u van de top van de staaf, zie figuur 2.7.

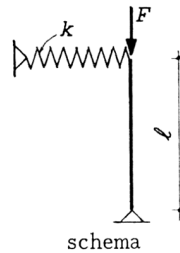
Kracht in linkerkabel $(c/a) \cdot H$.

Uitrekking Δc van de kabel (zie figuur 2.8):

$$\Delta c = \frac{c}{a} \cdot \frac{H \cdot c}{EA} = \frac{c^2}{a} \cdot \frac{H}{EA}$$



Figuur 2.8.



Figuur 2.9.

We verwaarlozen de verkorting van de staaf ten opzichte van de verlenging van de kabel. De horizontale verplaatsing van de top is dan gelijk aan

$$u = \frac{c}{a} \cdot \Delta c = \frac{c^3}{a^2} \cdot \frac{H}{EA}$$

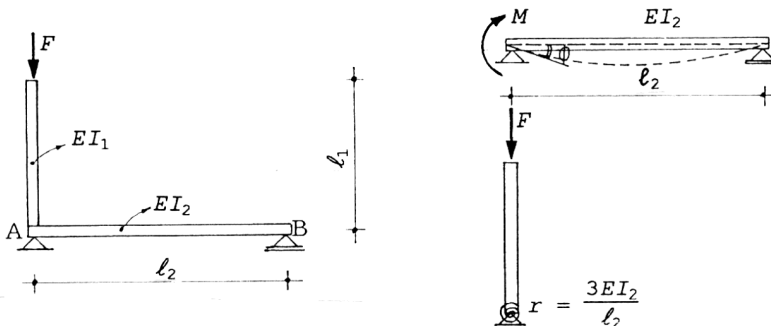
Voor de beoordeling van de stabiliteit van dit systeem kunnen we deze afgetuide staaf dan schematiseren tot het in figuur 2.9 getekende schema met

$$k = \frac{H}{c} = \frac{a^2}{c^3} \cdot EA$$

De staaf is een pendelstaaf en moet ook zelf beoordeeld worden op stabiliteit.

2.2. Voorbeelden van rotatieveren in de praktijk

Voorbeeld 2.4



Figuur 2.10.

In figuur 2.10 is een verticale staaf ingeklemd in een horizontale staaf. De verbinding is

oneindig stijf, maar de inklemming is niet oneindig stijf omdat de verbinding kan roteren.

Brengen we bij A een moment aan op staaf AB dan is de hoekverdraaiing ϕ van deze staaf bij A gelijk aan

$$\phi = \frac{Ml_2}{3EI_2}$$

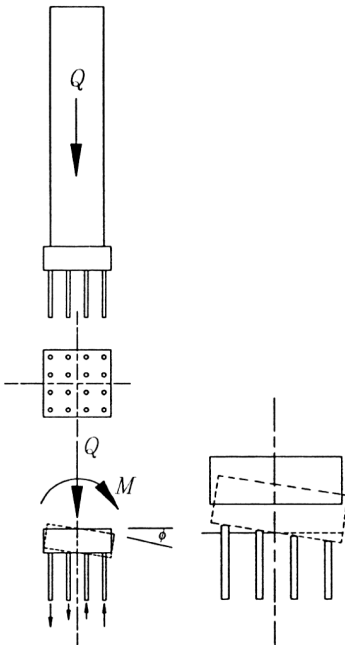
We kunnen deze verende inklemming nu schematiseren tot het hier getekende schema waarbij de waarde van de veerconstante gelijk is aan

$$r = \frac{M}{\phi} = \frac{3EI_2}{l_2} \text{ kNm/rad (indien alle dimensies in kN en m)}$$

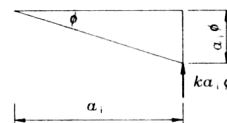
Voorbeeld 2.5

Een hoge toren is gefundeerd op een als oneindig stijf te beschouwen dikke betonplaat waaronder 16 palen. De palen staan zodanig gegroepeerd dat ze twee identieke symmetrie-assen hebben.

Door de verticale belasting van de toren heerst er druk in alle palen. De toren zakt iets. Als er een moment M op de fundering werkt zullen aan de ene zijde de palen extra gedrukt worden en aan de andere zijde wordt de druk verminderd, zie figuur 2.11.



Figuur 2.11.



Figuur 2.12.

Het blok zal over een hoek ϕ draaien.

We kunnen de palen beschouwen als translatieveren met veerconstante k . We bekijken paal i op afstand a_i van de rotatie-as (een symmetrie-as van de paalgroep).

De verplaatsing van de paalkop is daar gelijk aan $a_i\phi$ (zie figuur 2.12).

Met veerconstante k is de paalkracht gelijk aan $ka_i\phi$.

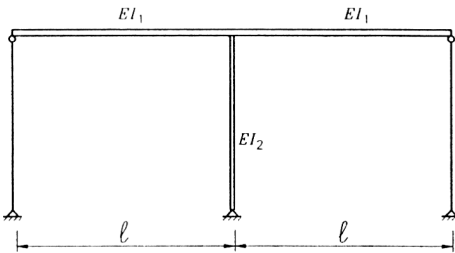
Deze paalkracht levert een bijdrage $ka_i\phi a_i = ka_i^2 \cdot \phi$ aan weerstand tegen het moment M .

Dan is

$$M = \sum_{i=1}^n ka_i^2 \cdot \phi = \phi k \sum_{i=1}^n a_i^2 \quad (\text{indien } k \text{ voor alle palen gelijk is})$$

De rotatieveerconstante is in dit geval:

$$r = \frac{M}{\phi} = k \sum_{i=1}^n a_i^2$$

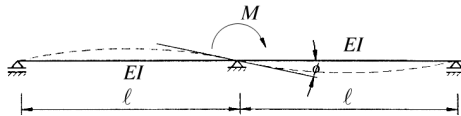


Figuur 2.13.

Voorbeeld 2.6

Bij de constructie in figuur 2.13 is de middenkolom stijf verbonden aan de bovenregel. De constructie is symmetrisch.

Brengen we een moment M aan vanuit de kolom op de ligger (figuur 2.14) dan is



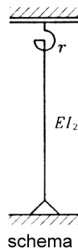
Figuur 2.14.

$$\phi = \frac{1}{2} \frac{M \cdot l}{3EI_1} = \frac{Ml}{6EI_1}$$

dus

$$r = \frac{M}{\phi} = \frac{6EI_1}{l}$$

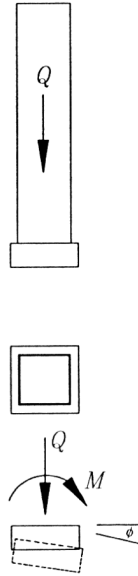
Zie ook het schema van figuur 2.15.



Figuur 2.15.

Voorbeeld 2.7

In dit voorbeeld is een toren gefundeerd op staal, zie figuur 2.16. Het probleem is om de relatie M/ϕ te bepalen. Deze is afhankelijk van de grootte van de funderingsplaat, de opbouw van de grond en de aanlegdiepte van de fundering.



Figuur 2.16.

Een eenvoudige methode om tot een redelijke waarde van r te komen is gebruik te maken van het begrip *beddingsconstante*. Dat is een soort veerconstante voor grond die de relatie aangeeft tussen de spanning σ ten gevolge van de belasting en de daarbij behorende vervorming u .

$$k = \frac{\sigma}{u}$$

De dimensie is kracht/lengte³, dus N/m³, kN/m³ of N/mm³.

Aannemende dat we op een goede zandgrond funderen zouden we tabel 2.1 kunnen gebruiken voor de grootte van de beddingsconstante.

Tabel 2.1.

oppervlakte funderingsplaat in m ²	beddingsconstante k in kN/m ³
< 10	$5 \cdot 10^4$
10 – 20	$4 \cdot 10^4$
20 – 100	$3 \cdot 10^4$
> 100	$2 \cdot 10^4$

Evenals voor de k -waarde van palen moeten we bedenken dat dit ook een model is, bedoeld om enig houvast te krijgen over de rotatiestijfheid van een fundering. Indien de stabiliteit van het geheel gevoelig is voor de waarde van r dan moeten we òf onze constructie veranderen òf de hulp inroepen van een specialist grondmechanica.

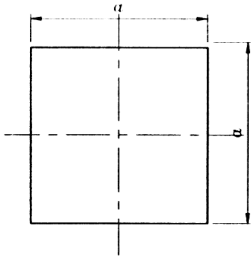
Bij een vierkante plaat, zie figuur 2.17, is de richting waarin het moment werkt van geen invloed op de grootte van r . Voorwaarde voor de afleiding van de hieronder volgende formules is, dat er zoveel verticale belasting (Q) is dat met een moment op de funderingsplaat erbij geen trekspanningen kunnen optreden.

$$\sigma_1 = \frac{Q}{A} \text{ en } \sigma_2 = \frac{M}{\frac{1}{6}a^3}$$

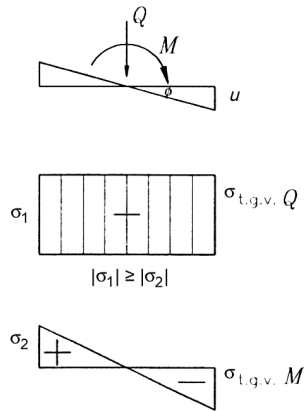
$$u = \frac{\sigma}{k} = \frac{6M}{ka^3}$$

$$\phi = \frac{u}{\frac{1}{2}a} = \frac{12M}{ka^4}$$

$$r = \frac{M}{\phi} = \frac{1}{12}ka^4$$



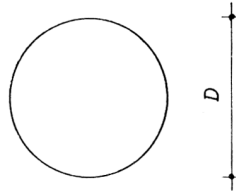
Figuur 2.17.



Figuur 2.18.

Evenzo vindt men voor een cirkelvormige fundering:

$$r = \frac{\pi}{64}kD^4$$



Figuur 2.19.

In beide gevallen is men ervan uitgegaan dat de funderingsplaat zelf als oneindig stijf kan worden beschouwd!

Aanname

De vervormingen die we beschouwen worden steeds overdreven getekend. In werkelijkheid zijn ze zo klein dat $\sin \phi = \text{tg } \phi = \phi$ en dat $\cos \phi = 1$.

Uiteraard is ϕ hierin uitgedrukt in radialen.

Tabel 2.2.

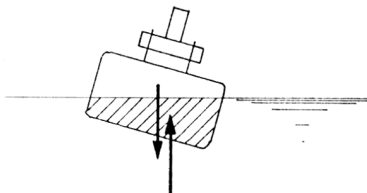
ϕ rad.	$\sin \phi$	$\cos \phi$	$\text{tg } \phi$
0,01	0,0100	1,0000	0,0100
0,02	0,0200	0,9998	0,0200
0,03	0,0300	0,9996	0,0300
0,04	0,0400	0,9992	0,0400
0,05	0,0500	0,9988	0,0500

In het boek wordt uitgegaan van volledig en onbeperkt elastisch gedrag van staven en veren en van onbeperkt reactievermogen.

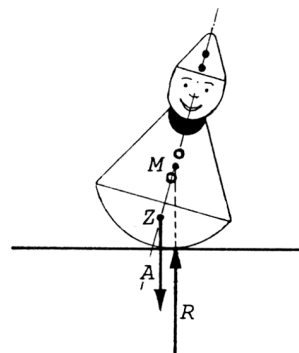
In de praktijk zal moeten worden nagegaan of spanningen en vervormingen binnen de opgelegde randvoorwaarden vallen.

Deze gaan een rol spelen bij de vormgeving en dimensionering van de constructie.

Voorlopig is dus hier het eerste grensgeval, verlies van evenwicht, het enige onderwerp van onderzoek.



Figuur 2.20.



Figuur 2.21.

Hier volgen nog enige voorbeelden van ‘lichamen’ die door een goede vormgeving stabiel gedrag vertonen.

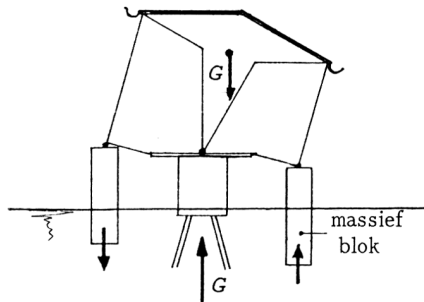
Een boot (figuur 2.20) zal schuiner liggen bij een plotselinge windvlaag, maar zich weer oprichten als de windvlaag weg is.

Het duikelaartje in figuur 2.21 zal na een stootje weer rechtop staan als op z'n as het middelpunt M van het onderste bolsegment hoger ligt dan het gewichtszwaartepunt Z van het totale figuurtje.

Er vormt zich een terugdraaiend koppel.

Een overdekte aanlegsteiger voor plezierboten kan schommelen door wind en golven.

In de in figuur 2.22 getekende situatie is het rechterblok ‘lichter’ geworden en het linkerblok ‘zwaarder’. Of anders gezegd: de opwaartse waterdruk is rechts groter geworden en links kleiner. Daardoor ontstaat een terugdraaiend koppel; en het dak zal weer terugdraaien, als de oorzaak van de scheefstand verdwijnt.



Figuur 2.22.

Hier is het duidelijk dat de doorsnede van de blokken belangrijk is.

Een grotere doorsnede geeft grotere opwaartse waterdruk rechts en grotere neerwaartse belasting links.