Grepen uit de geschiedenis van de wiskunde

Grepen uit de geschiedenis van de wiskunde

A.W. Grootendorst

VSSD

Eerste druk 1988-2007

Uitgegeven door:
VSSD
Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands
tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl
internet: http://www.vssd.nl/hlf
URL over dit boek: **http://www.vssd.nl/hlf/a011.htm**

Gedrukte editie: ISBN 978-90-407-1273-5
Elektronische versie: ISBN 978-90-6562-118-4
NUR 918
Trefwoorden: wiskunde, geschiedenis

Ten geleide

Dit werkje pretendeert niet meer dan de titel in het uitzicht stelt: een aantal grepen uit de geschiedenis van de wiskunde. Dit impliceert uiteraard een zekere mate van willekeur. Het gaat inderdaad om een aantal – veelal reeds eerder gepubliceerde – artikelen die onderling weinig of geen samenhang vertonen, onderwerpen die elk op eigen wijze op de weg van de schrijver kwamen, hetzij bij eigen studie, hetzij bij de voorbereiding van een college, hetzij ook aangedragen door anderen. Zo zijn de inleiding en het artikel over Wantzel ontstaan uit voordrachten, gehouden op verzoek van de “Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars”. De keuze van Wantzel werd geïnspireerd door nieuwsgierigheid die gewekt was door een voetnoot in het meesterwerk van Morris Kline: “Mathematical Thought from Ancient to Modern Times”. De beide opstellen over de Griekse Wiskunde zijn uitgewerkte collegevoordrachten. Het artikel over Adalbold ontstond naar aanleiding van een verzoek van een collega die werkte aan een woordenboek van het middeleeuws Latijn en die wilde weten welke woorden in deze brief niet in het klassieke Latijn voorkwamen. De vertaling van de brief van van Heuraet ontstond doordat de schrijver dezes eens een stukje wiskunde uit het Latijn wilde vertalen. Daaruit resulteerde weer het artikel over Hudde. Het overzicht over het leven en de werken van Euler werd geschreven op verzoek van de redactie van het tijdschrift “Wiskunde en Onderwijs” in het kader van de Eulerherdenking in 1983.

Een belangrijke inspiratiebron werd steeds gevormd door de studenten aan wie de schrijver zijn verhalen “kwijt kon”, hetzij ingevlochten in een college, hetzij ook tijdens een toevallige ontmoeting op de gang, in de lift, tijdens een koffiepauze. Vooral aan hen mijn dank.

Veel dank ook aan een aantal collegae die steeds weer bereid waren conceptversies of drukproeven kritisch te bezien of ook maar gewoon mij aan te horen. Van hen noem ik Prof.drs. D. Eckhart, Dr. E. Glas, Dr. J.A. van Maanen,

Mevr.Ir. Y. v.d. Munnik en Prof.dr. C. de Vroedt. M.b.t. de praktische uitvoering veel dank aan Mevr. Dori Steeneken die er steeds voor zorgde dat er een goed concept kon worden ingeleverd. Een bijzondere plaats in het geheel wordt ingenomen door de heer J.E. Schievink, de uitgever, met wie het zo prettig samenwerken was tijdens de voorbereiding van dit werkje.

Gaarne spreekt de auteur de wens uit dat de lezer dit boekje met evenveel genoegen leest als waarmee de schrijver het geschreven heeft. Een schrijver die zich aanbevolen houdt voor opbouwende kritiek.

’s-Gravenhage, juli 1988 A.W. Grootendorst

Inhoud

Inleiding

De wiskunde zelf[*]

a. Wat had men voor met wiskunde?

De *Papyrus Rhind*, toegeschreven aan Ahmes, daterend uit 1800 v.Chr., opgekocht door A.H. Rhind in Luxor en geschonken aan het Brits Museum, kondigt veelbelovend aan dat zij bevat:
'Een volledig en grondig onderzoek van alle dingen, inzicht in al het zijnde, kennis van alle geheimen'.
Het blijkt echter een aantal *rekenvoorschriften, loonberekeningen* en *voorraadberekeningen* te zijn.[†]
Het is dan boeiend om na te gaan hoe, met veel vallen en opstaan – en onderbrekingen – de wiskunde in zijn verdere ontwikkeling allerlei stadia heeft doorlopen. Hier volgen er enkele:
De Griekse periode met zijn strenge, deductieve bewijsvoering. De stagnatie van de wiskunde in het avondland gedurende de *vroege Middeleeuwen*, hoewel juist in het Westen veel origineel werk uit het Arabisch in het Latijn werd vertaald.
De *Late Middeleeuwen* en de *Renaissance*, waarin de algebra (inclusief de notatie d.m.v. letters) en de leer van de perspectiviteit opbloeiden.
De *17e eeuw* met als hoogtepunt de differentiaal- en integraalrekening, de analytische meetkunde en de kansrekening, maar ook met de logaritmen en de opkomst van de projectieve meetkunde uit de wiskundige behandeling van de leer van de perspectiviteit; in deze eeuw vormde de hemelmechanica een grote bron van inspiratie, de methoden kan men omschrijven als 'heuristisch'.
De *18e eeuw* die de ontwikkeling laat zien van de analyse uit de differentiaal- en

[*] Zie literatuur nrs. 1, 6, 8, 13, 19, 20, 22, 27, 29, 34 en 35.

[†] Zie literatuur nr. 37.

integraalrekening; veel inspiratie haalt men dan uit de natuur- en scheikunde.
In de daarop volgende *19e eeuw* trok een veelheid van nieuwe gebieden de aandacht: groepentheorie, functietheorie, getallentheorie, niet-euclidische meet-kunde, meer-dimensionale meetkunde, intuïtieve verzamelingenleer; axiomatische methoden komen op ($\varepsilon - \delta$), men bezint zich op het verleden, maar vindt – ook met strengere methoden – oude resultaten bevestigd.
Onze *20e eeuw* tenslotte zet in met abstractie, generalisatie en uniformisatie. De toepassingsgebieden breiden zich snel uit, de vraag naar de maatschappelijke relevantie van de wiskunde dringt zich naar voren.

b. Bestand en ontwikkeling van wiskundige theorieën.*

Hiermee is zeker niet bedoeld een dorre opsomming van het bestand van wiskundige theorieën, hoewel men ook dan al zou kunnen opmerken dat het niet alleen gaat om een *aangroeiïng* van de hoeveelheid stellingen, maar vooral om een *substitutie* door dieper inzicht.
In zijn voortreffelijke boek *Fermat's Last Theorem, a genetic introduction to Algebraic Number Theory* propageert H.M. Edwards de *genetische* methode en plaatst die tegenover de *historische*† .
De genetische methode is daarbij die welke de stellingen verklaart in termen van hun ontwikkelingen. Hij zegt daarbij: in de *historische* methode is geen plaats voor gedetailleerde beschrijvingen van de theorie, tenzij onmisbaar voor het begrijpen van de gebeurtenissen. In de *genetische* methode is geen plaats voor de bestu-dering van de gebeurtenissen tenzij van belang voor het begrip van het onderwerp.
Mijns inziens zou er plaats voor beide moeten zijn, vooral ook indien men daarbij tevens aandacht zou schenken aan mislukte pogingen en bovenal aan de redenen waarom men bepaalde vragen stelde.
Wat het eerste betreft noem ik een uitspraak van N.G. de Bruijn in het voorwoord van zijn boek *Asymptotic Methods in Analysis*, waar hij zich verzet tegen een kant-en-klare presentatie van de stof, maar daarbij verzucht: ‘a mathematican cannot possibly publish his waste-paper basket’. Wat het tweede betreft: het is boeiend te zien hoe een bepaald probleem bij nadere bestudering anders gefor-muleerd moest worden en tenslotte een geheel ander karakter bleek te bezitten. Men zou kunnen zeggen: het graven naar de schat (de oplossing) maakt de akker vruchtbaar.
Gelukkig verschijnen er tegenwoordig steeds meer boeken die de theorie op deze wijze in historisch perspectief aanbieden.

* Zie literatuur nrs. 12, 17, 18 en 24.

† Zie literatuur nr. 12.

Van deze verandering in de probleemstelling worden hier enkele voorbeelden gegeven.

*i. Het oplossen van hogere-machtsvergelijkingen.**
Sinds de Babyloniërs kon men reeds een tweede-graadsvergelijking oplossen. Omstreeks 1500 na Chr. losten Scipio del Ferro (1465-1526), Tartaglia (1499-1557), Cardano (1501-1576) en Ferrari (1522-1561) derde-graadsvergelijkingen op, de laatste slaagde er zelfs in de wortels van een vierde-graadsvergelijking te bepalen. Dan komt men een hele tijd niet verder totdat Galois (1811-1832) in het begin van de 19e eeuw, voortbouwend op het werk van Lagrange (1736-1813) de algemene vraag beantwoordt welke vergelijkingen wel en welke niet oplosbaar zijn ‘d.m.v. wortelvormen’. Hij kon dit doen door het probleem vanuit een geheel nieuw gezichtspunt te bezien, nl. dat van de permutatiegroepen.
In de twintigste eeuw wordt het probleem in de school van Hilbert (1862-1943) nog weer geheel anders gezien, nl. als het veel algemenere probleem van de automorfismengroep van een lichaam. Het is dan Artin (1898-1962) die de zgn. hoofdstelling van de Galoistheorie op een geheel nieuwe manier bewijst en wel met behulp van de groepenkarakters en de representatietheorie, waarbij de oorspronkelijke vergelijking zelfs geen rol meer speelt! Men heeft hier een zeer duidelijk voorbeeld van een theorie die vanuit het stadium waarin de vraag naar de *berekening* van bepaalde grootheden centraal stond, via een proces van abstractie ontwikkelde tot een *gegeneraliseerde, unificerende* theorie. Deze stadia konden slechts bereikt worden door een verandering in de vraagstelling, d.w.z. door een herformulering van het probleem, waartoe men geleid werd doordat men een vertrouwde situatie eens geheel anders is gaan bezien. Uit dit proces wordt nu een klein detail gelicht ter illustratie.
We gaan daarbij uit van de vierkantsvergelijking:

$$x^2 + ax + b = 0.$$

Voor de wortels geldt:

$$x_1 + x_2 = -a \text{ en } x_1 - x_2 = \sqrt{D}\text{, waarbij } D = a^2 - 4b.$$

Lagrange nu zag in de uitdrukkingen $x_1 + x_2$ en $x_1 - x_2$ als essentieel verschil dat de eerste invariant is onder *alle* permutaties van x_1 en x_2, terwijl de tweede niet al deze permutaties toelaat, maar slechts invariant is onder een deelgroep van deze permutaties (i.c. slechts de identiteit) en onder de twee permutaties van x_1 en x_2 twee waarden aanneemt die voldoen aan een tweede-graadsvergelijking met als coëfficienten $x_1 + x_2$ en de coëfficienten van de gegeven vergelijking, immers stelt

*Zie literatuur nr. 16, 38 en 39.

men $x_1 - x_2 = v$, dan geldt:

$$v^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4b.$$

Uit deze binomiaalvergelijking is v eenvoudig te berekenen. Tenslotte zijn dan x_1 en x_2 te berekenen uit de twee *lineaire* vergelijkingen $x_1 + x_2 = -a$ en $x_1 - x_2 = v$.
Op analoge wijze kan men dan de derde-graadsvergelijking $x^3 + px + q = 0$ behandelen. Hier is de vorm $x_1 + x_2 + x_3$ invariant onder de permutaties van de symmetrische groep S_3. Indien men onder ω een wortel verstaat van de vergelijking $t^2 + t + 1 = 0$, dan blijkt de vorm $(x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3)^3$ onder de permutaties van S_3 twee verschillende waarden aan te nemen nl.

$$(x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3)^3$$

en

$$(x_1 + \omega^2 x_2 + \omega x_3)^3.$$

Deze blijken dan te voldoen aan de tweede-graadsvergelijking

$$y^2 + qy - \frac{p^3}{27} = 0.$$

Met behulp van de wortels y_1 en y_2 van deze laatste vergelijking vindt men dan, bij passende keuze van $\sqrt[3]{y_1}$ en $\sqrt[3]{y_2}$, de waarden van x_1, x_2 en x_3 uit de drie *lineaire* vergelijkingen:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 &= \sqrt[3]{y_1} \\ x_1 + \omega^2 x_2 + \omega x_3 &= \sqrt[3]{y_2}. \end{aligned}$$

Op analoge wijze behandelde Lagrange de vierde-graadsvergelijking; tevergeefs waren uiteraard zijn inspanningen om zo ook de vijfde-graadsvergelijking aan te pakken! Voor het inzicht daarin was het genie van Galois nodig, maar in feite had Lagrange de kern geraakt, immers de situatie bij de vierkantsvergelijking laat zich aldus karakteriseren:
$x_1 + x_2$ is invariant onder S_2; $x_1 - x_2$ is invariant onder de normaaldeler $\{e\}$ van S_2, terwijl de factorgroep $S_2/\{e\}$ cyclisch is en dat is nu juist de situatie waarover de hoofdstelling van de Galoistheorie een uitspraak doet!

ii. Het vermoeden van Fermat en de theorie van de algebraïsche getallen [12, 32, 33].
Het vermoeden van Fermat (1601–1665) is wel bekend. Gevraagd wordt alle drietallen (x, y, z) gehele getallen $(x, y, z \neq 0)$ te bepalen die voldoen aan de vergelijking $x^n + y^n = z^n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$).

Fermat deelt in de marge van zijn exemplaar van Diophantus' *Arithmetica* mede dat hij een bewijs heeft van de onmogelijkheid van de oplossing van dit vraagstuk, maar dat de marge te klein is om dit bewijs te omvatten. Sindsdien hebben vele wiskundigen gepoogd dit 'vermoeden' van Fermat, ook wel 'Fermat's laatste stelling' genoemd, te bewijzen. Het ligt daarbij voor de hand dit probleem aan te vatten op de wijze waarop men ook alle Pythagoreïsche tripels bepaalt, d.w.z. alle drietallen gehele getallen (x, y, z) die voldoen aan de vergelijking $x^2 + y^2 = z^2$.
Men kan dit laatste doen door het linkerlid te ontbinden in de ring ZZ $[i]$ van de complexe gehele getallen van Gauss, aldus:

$$(x + iy)(x - iy) = z^2.$$

Men verifieert dan eenvoudig dat de beide factoren in het linkerlid geen gemeenschappelijke factor in $\mathbb{Z}$ $[i]$ hebben. Het rechterlid is echter een kwadraat en dus in $\mathbb{Z}$ $[i]$ op eenduidige wijze te ontbinden in het produkt van een aantal priemfactoren aldus:

$$z^2 = \pi_1^2\ \pi_2^2 \ldots \pi_t^2\ .$$

Hierbij zijn de factoren π_i $(i = 1,2,\ldots,t)$ complexe – niet noodzakelijk verschillende – priemfactoren, hetgeen impliceert dat elk der π_i^2 óf deelbaar is op $x + iy$ óf deelbaar is op $x - iy$, m.a.w. $x + iy$ is het kwadraat van een complex getal, zeg α met $\alpha = a + bi$ $(a,b \in \mathbb{Z})$. Dan echter geldt:

$$x + iy = (a + bi)^2$$

en dus $x = a^2 - b^2$ en $y = 2ab$, waaruit volgt $z = a^2 + b^2$.
Omgekeerd is direct in te zien dat voor elke x, y, z van deze gedaante geldt: $x^2 + y^2 = z^2$. Het essentiële van deze berekening is dat ieder complex getal van de gedaante $m + ni$ $(m, n \in \mathbb{Z})$ op eenduidige wijze te ontbinden is in een produkt van priemfactoren, d.w.z. complexe getallen π_i met de eigenschap dat, indien $\pi_i \mid \alpha\beta$ $(\alpha, \beta \in \mathbb{Z}\ [i])$, ófwel voldaan is aan $\pi_i \mid \alpha$ ofwel aan $\pi_i \mid \beta$.
Het ligt voor de hand op analoge wijze het probleem van Fermat aan te pakken en een van de eersten die deze gedachte – hem gesuggereerd door Liouville (1809–1882) – uitwerkte, was G. Lamé (1794–1879) in een verhandeling die hij op 1 maart 1847 aanbood aan de Académie des Sciences. Hij kon zich – hetgeen gemakkelijk is in te zien – beperken tot het geval van een *priem*getal p $(p \geq 3)$ als exponent.
Met behulp van de p-de-machtseenheidswortel $\alpha = e^{2\pi i/p}$ (die dus voldoet aan de vergelijking $x^{p-1} + x^{p-2} + \ldots + x^2 + x + 1 = 0$) ontbindt hij het linkerlid van de vergelijking van Fermat, waardoor dit overgaat in:

$$(x + y)(x + \alpha y)(x + \alpha^2 y) \ldots (x + \alpha^{p-1} y) = z^p.$$

Hiervan uitgaande 'bewijst' hij dan de onmogelijkheid van de oplosbaarheid van de vergelijking van Fermat, afgezien van de triviale oplossingen, maar hij maakt daarbij de kardinale fout dat hij onderstelt dat in de ring van de getallen van de gedaante $a_0 + a_1\alpha + \ldots + a_{p-1}\alpha^{p-1}$ ($a_i \in \mathbb{Z}$) een eenduidige ontbinding in priemfactoren mogelijk is. Dit manco wordt direct gesignaleerd door Liouville: '… il faudra d'abord chercher pour les nouveaux nombres complexes un théorème analogue à la proposition élémentaire pour les nombres entiers ordinaires qu'un produit ne peut être décomposé en facteurs premiers que d'une seule manière'.
Kummer (1810–1893) wist al dat dit in het algemeen niet mogelijk is. Het onderzoek naar de voorwaarden waaronder een eenduidige ontbinding in priemfactoren al dan niet mogelijk is, komt dan centraal te staan. De eerste generalisatie is van Dedekind (1831–1916) die algemenere soorten complexe getallen invoert, en wel de zgn. algebraïsche getallen, d.w.z. getallen die voldoen aan een vergelijking van degedaante $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x = 0$ ($a_i \in \mathbb{Z}$).
Hierop ga ik niet verder in, dit zou een apart hoofdstuk vergen, maar ik vermeld slechts dat Dedekind de vraagstelling verder verlegde: naast algebraïsche getallen beschouwde hij ook speciale *verzamelingen* van algebraïsche getallen, de zgn. idealen. Voor deze verzamelingen definieerde hij een produkt en bewees daarvoor een eenduidige ontbinding in priem-ideaalfactoren.
Wij hebben hier weer een duidelijk voorbeeld van een vraagstuk – door Gauss (1777–1855) bestempeld als een geïsoleerd probleem waarvoor hij weinig belangstelling had – waarvan de bestudering uitgroeide – met een regelmatig verleggen van de probleemstelling – tot een algemene theorie i.c. die van de algebraïsche getallen, die weer uitloopt in de commutatieve algebra. Overigens zij opgemerkt dat de oplossing van het 'vermoeden' van Fermat in zijn algemeenheid lang op zich heeft laten wachten. Hier vermeld ik slechts dat het vermoeden in ieder geval is bewezen voor alle $p < 125000$. Op 10 maart 1988 verscheen er een bericht in de dagbladen dat een Japanner, Yoichi Myaoka, werkzaam aan het Max-Planck-instituut in Bonn met behulp van een krachtige computer het vermoeden van Fermat bewezen zou hebben. Bij het ter perse gaan van dit boek was een gefundeerd oordeel over dit bewijs nog niet bekend. Voor historische informatie kan men terecht in het interessante boek van P. Ribenboim: *13 Lectures on Fermat's Last Theorem.* [32]

iii. Een magnifiek voorbeeld van een voortdurende verlegging in de probleemstelling vindt men in het boek *Proofs and refutations* van Imre lakatos [23]. Hierin wordt in een gefingeerde klas o.a. de stelling van Euler over regelmatige veelvlakken besproken en de door de 'leerlingen' aangevoerde argumenten zijn alle ontleend aan de mathematische literatuur!
Tenslotte zij opgemerkt dat niet alleen een voortdurende evolutie van een probleem

of theorie plaats had. Er zijn ook gevallen bekend waarin een theorie decennia lang klaar lag voordat men hem ging toepassen. Ik noem u de complexe getallen, reeds ontdekt door Caspar Wessel (1745–1818) en de Boole'se algebra, door G. Boole reeds in 1854 opgesteld in zijn *An Investigation of the laws of thougth* en eerst goed toegepast door Shannon in zijn schakelalgebra van 1936.

c. Het kan ook boeiend zijn niet alleen de ontwikkeling van één bepaalde theorie na te gaan, maar ook de *ontwikkeling* te volgen *van* algemene *trends* in belangstelling en methode – en ook de oorzaken daarvan [1, 3, 6, 10, 35]. Men zou dan de volgende tegenstellingen (en ook wel combinaties) kunnen waarnemen: streng–heuristisch; abstract–concreet; continu–discontinu; meetkundig–algebraïsch; numeriek–niet numeriek. Als voorbeelden van studies op dit gebied noem ik E.T. Bell, *Development of Mathematics*, N. Bourbaki, *Eléments d'histoire des Mathématiques* en de kleinere studies van A.F. Monna, *L'Algébrisation de la Mathématique* en *Evolution des problèmes d'existence dans l'analyse*.

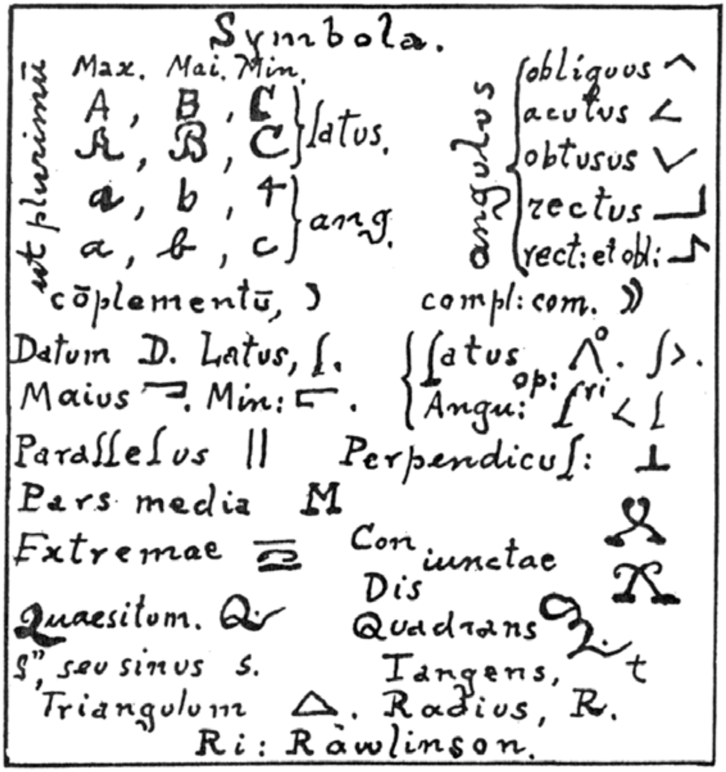
d. Daarnaast vraagt ook het detail de aandacht: hoe heeft *één bepaald begrip*, zeg het getalbegrip, het limietbegrip, het begrip functie, integraal, afgeleide etc. zich ontwikkeld? [2, 4, 5, 7, 11].

e. Bij dit alles kan samenwerking op taalkundig gebied met deskundigen op het gebied van klassieke en oosterse talen (het Chinees niet uitgezonderd) interessant, nuttig en noodzakelijk zijn. Er zijn reeds veel vertalingen voorhanden, maar verificatie daarvan en het ontsluiten van nog niet vertaalde teksten is en blijft noodzakelijk [36].

f. Tenslotte mag als interessant gebied dat van *de notaties* [7] niet onvermeld blijven. Laplace merkt op dat goed gekozen notaties de kiem van nieuwe vondsten kunnen zijn:

'… ses notations, lorsqu'elles sont nécessaires et heureusement imaginées, sont autant de germes de nouveaux calculs'.

Het is ook bekend dat gebrek aan goede notaties blokkerend kan werken en ook inderdaad heeft gewerkt. Op dit gebied noem ik u het met ongelooflijke energie samengestelde werk van F. Cajori, *A Histroy of Mathematical Notations* waaraan afbeelding 1 ontleend is, die een overzicht geeft van een aantal symbolen samengesteld en gedeeltelijk ook ontworpen door Richard Rawlinson uit Oxford (circa 1660). Wist u overigens dat ons '='-teken afkomstig van R. Recorde (1510–1558) voor het eerst in druk verscheen in 1618 en het eerst in het begin van de achttiende eeuw won van de vele concurrenten. Johan de Witt (1625–1672) gebruikt in zijn *Elementa Curvarum Linearum* nog het teken '∞' dat geïntroduceerd was door Descartes (1596–1650) (zie afbeelding 2).



Afbeelding 1.

I. $y \infty \frac{bx}{a}$, five (polito $a \infty b$) $y \infty x$.

II. $y \infty \frac{bx}{a} + c$, five, polito, ut fupra, $y \infty x + c$.

III. $y \infty \frac{bx}{a} - c$, five $y \infty x - c$.

IV. $y \infty - \frac{bx}{a} + c$, five $y \infty - x + c$.

Afbeelding 2.

De wiskundigen

Niet alleen de wiskunde is interessant, ook de *wiskundigen* [2, 14, 26] zijn boeiend. Men kan zich afvragen wie er zoal aan wiskunde deden, en ziet dan de diversiteit onder de mensen weerspiegeld in de wereld van de wiskundigen. Men treft er de tegenstelling oud–jong: Galois (1811–1832), Abel (1802–1829) stierven jong. Lothar Heffter (1862–1962) verzorgde in zijn honderdste levensjaar nog de tweede druk van zijn *Begründungen zur Funktionentheorie*. Er waren ook veelzijdig 'opgeleide' erudiete geleerden tegenover autodidacten. d'Alembert (1717–1783) verzorgde met Diderot de hoofdredactie van de beroemde *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*. Gauss (1777–1855) aarzelde tussen de studie der klassieke talen en die van de wiskunde, maar toen hij op 30 maart 1796 nog geen 19 jaar oud, de constructie van de regelmatige 17-hoek ontdekte, koos hij toch maar wiskunde! Cauchy (1789–1857) schreef een verhandeling over de Hebreeuwse poëzie. Wellicht dankte hij zijn veelzijdigheid aan het advies dat Lagrange gaf aan de vader van Cauchy om hem tot zijn 17e jaar geen wiskundeboek te geven, daar hij anders uitsluitend wiskunde zou bedrijven. Bekend is ook de levensloop van Grassmann (1809–1877) die, teleurgesteld over de slechte ontvangst die zijn *Ausdehnungslehre* in 1844 ten deel viel, zich geheel wijdde aan de taalwetenschap. Beroemd is zijn vertaling van de Rig-Veda uit het Sanskrit. Nog steeds wordt zijn *Sanskrit Wörterbuch zum Rig-Veda* gebruikt en iedere linguïst kent de 'wet van Grassmann' over de verschuiving van de aspiratie (thriks-trikhos) even goed als iedere mathematicus de uitwisselingsstelling van Grassmann-Steinitz uit de lineaire algebra kent.

Anderzijds zijn er ook voorbeelden van autodidacten. Jacob Steiner (1796–1863): opgegroeid als veehoeder kon hij op zijn 19e jaar nog nauwelijks lezen en schrijven. Eenmaal hoogleraar in Berlijk refereerde hij – niet zonder enig sarcasme – aan dit deel van zijn verleden dat hem, zoals hij zei, in staat stelde 'Das Rindvieh auf die weiteste Distanz zu erkennen'. Ramanuyan (1887–1920) maakte zich de wiskunde op eigen kracht meester in het geïsoleerde milieu van Brits Indië, totdat contacten met Hardy hem uit dit isolement verlosten. Talrijk zijn de anekdoten over deze, speciaal op het gebied van de getallentheorie zo begaafde mathematicus.

Abel stierf in kommervolle omstandigheden. Kronecker (1823–1891) onderbrak gedurende acht jaren zijn wetenschappelijke activiteiten om het vermogen dat een oom hem had nagelaten te beheren.

De revolutionaire Galois figureert in de geschiedenis van de wiskunde naast getrouwe staatsdienaren als Leibniz (1646–1716) en Johan de Witt (1625–1672). Aan deze laatste danken wij het eerste leerboek over de analytische meetkunde, de *Elementa Curvarum Linearum* (zie afbeelding 3).

JOHANNIS DE WITT

ELEMENTA

CURVARUM

LINEARUM.

Edita

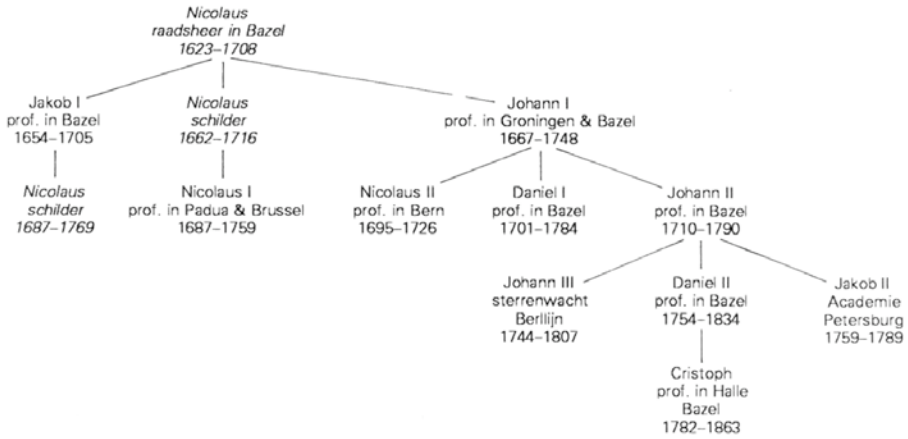
Operâ FRANCISCI à SCHOOTEN,
in Academia Lugduno-Batava Matheſcos
Profeſſoris.

AMSTELÆDAMI,

Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios,

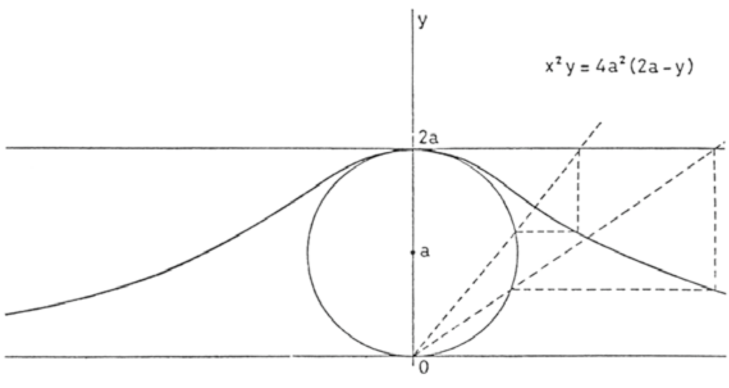
cIɔ Iɔc lix.

Afbeelding 3.



Afbeelding 4.

Naast het grote aantal ‘enkelingen’ is er ook een uitgebreide familie van wiskundigen, die van de Bernoulli’s (zie afbeelding 4).
Ook vrouwen deden aan wiskunde. Hun aantal is gering, hun weg was vaak zwaar. Ik noem u er enkele [28].
Hypatia van Alexandrië (ca. 400 na Chr.) schreef een leerboek der astronomie, behandelde eerste- en tweede-graadsvergelijkingen en kegelsneden, werd door een woedende menigte vermoord wegens ketterij.
Maria Gaetana Agnesi (1718–1799) uit Milaan – de oudste van 21 kinderen – voltooide in 1748 een leerboek van de analyse, het eerste sinds dat van De l’Hôpital (1696). Later gaf zij de wiskunde op om zich als non geheel aan de verzorging van zieken en armen te wijden. Bekend is zij vooral door de ‘Versiera’, de grafiek van de kromme $x^2y = 4a^2(2a - y)$ (zie afbeelding 5). Neemt u $a = \frac{1}{2}$, dan herkent u $y = \frac{1}{1+x^2}$.



Afbeelding 5.

Sophie Germain (1776–1831) uit Parijs correspondeerde onder het pseudoniem 'Monsieur Le Blanc' met Gauss. Zij verwierf grote faam door haar onderzoek op het gebied van de getallentheorie, o.a. door haar werk op het gebied van het 'vermoeden van Fermat'.
Mary Fairfax Sommerville (1780–1872) uit Schotland werd o.a. bekend door haar vertaling in het Engels van de *Mécanique Céleste* van Laplace, welke vertaling ook veel waardevolle bijdragen van haar hand bevat. Naar haar noemde de ontdekkingsreiziger Parry een eiland, zij het dan ook een eiland in de Poolzee.
De Russische Sonya Kowalewskaya (1850–1891) baande zich tegen veel weerstand in een weg naar de wiskunde en slaagde daarin mede dankzij de steun van Weierstrass en Mittag-Leffler. Grote vermaardheid verwierf zij door haar bekroonde antwoord op een prijsvraag over de rotatie van een star lichaam om een punt. Boeiend beschrijft zij haar leven in een autobiografie [21].
Van de mathematicae van deze eeuw noem ik slechts Emmy Noether (1882–1935), dochter van de Erlanger wiskunde-hoogleraar Max Noether. Zij kan worden beschouwd als één van hen die de grondslag hebben gelegd van de 'moderne' algebra. Ook zij ondervond veel tegenstand, o.a. bij het verkrijgen van een professoraat in Göttingen, weliswaar niet op grond van gebrek aan kwaliteit, maar op grond van haar vrouw-zijn. Bekend is de uitspraak van Hilbert waarmee hij de bezwaren van zij collegae afdeed: 'Meine Herren, der Senat ist keine Badeanstalt' [31]. Gevlucht voor de Naziterreur, stierf zij in Amerika in 1935.
In dit verband – nl. vrouwen in de wiskunde – noem ik u nog een artikel dat verscheen in de Am. Math. Monthly (87, *10*) en als titel draagt *Increasing the Participation of Women in Fields that use Mathematics*.

Het spreekt vanzelf dat véél wiskundigen ook véél fouten maken.
Deze fouten kan men verschillend beoordelen. Wij zagen reeds dat zij aanleiding kunnen geven tot nieuw en zeer vruchtbaar onderzoek. Newton (1642–1727) dacht daar minder optimistisch over toen hij zei: 'In rebus mathematicis errores quam minimi non sunt contemnendi'*. In dit verband noem ik u het curieuze boek van Maurice Lecat *Erreurs de Mathématiciens des origines à nos jours*, verschenen in 1935 [25]. Dit boek vermeldt bijna 500 fouten van ongeveer 300 – grotendeels zeer vermaarde – wiskundigen. Zelfs Cauchy, Euclides, Gauss, Lagrange en Newton ontbreken niet!
Tenslotte nog een enkel woord over de boeiende – want menselijke – soms amusante, soms tragische, petite histoire. Hiervoor zou ik willen verwijzen naar de vele (auto-)biografieën en werken als *Men of Mathematics* van Bell [2].

* In de wiskunde mogen fouten, hoe klein ook, niet over het hoofd gezien worden.

De wisselwerking wiskunde–maatschappij

Over de *wisselwerking wiskunde–maatschappij* is reeds veel materiaal beschikbaar, zodat mijn enkele opmerkingen dit onderwerp geen recht kunnen doen wedervaren [15]. Toch waag ik een ruwe schets: de behoeften van de praktijk waren in de oudheid aanleiding de wiskunde te entameren, een axiomatische bezinning volgde in de Griekse Oudheid eerst later. De pragmatische instelling van de Romeinen vroeg eerder om aandacht voor het recht en de codificatie daarvan dan om mathematische studies. In de westerse wereld van de Middeleeuwen liet de preoccupatie met theologie weinig ruimte voor wiskunde-beoefening.

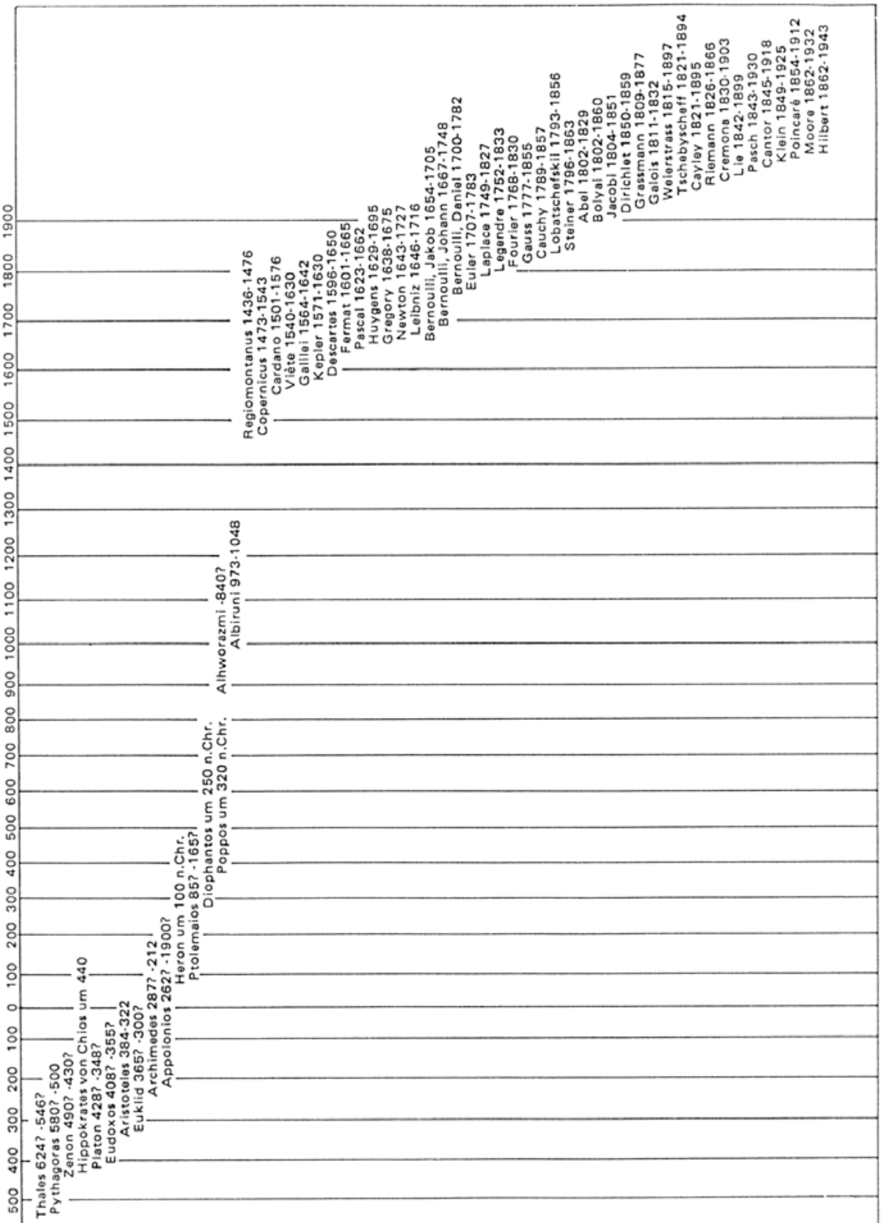
De reislust en de rijkdom van de Italiaanse kooplieden in de Renaissance voerden hen over een groot deel van de toen bekende wereld: naast de rekenkunde en de algebra die zij al nodig hadden voor hun boekhouding, behoefden zij hulp bij navigatie en cartografie. Maar ook noopten opdrachten aan kunstschilders tot een nauwkeurige bestudering van de perspectief; later zou hieruit de projectieve meetkunde ontstaan. Ook stelde hun rijkdom hen in staat waardevolle handschriften te verwerven in het Oosten om daarmee de Westerse bibliotheken te verrijken, hetgeen de propagatie van de Arabische en Griekse wiskunde in hoge mate bevorderde.

Het is wellicht overbodig erop te wijzen hoezeer de Tweede Wereldoorlog het karakter van de wiskunde-beoefening heeft gewijzigd.

In de Am. Math. Monthly (87, *8*), getiteld *The mathematical sciences and World War II* trof ik een opmerking aan over de wiskunde-beoefening gedurende de dertiger jaren: ‘You turned to applied mathematics if you found the going too hard in pure mathematics’.

Thans moet vaak een theoretische beschouwing gerechtvaardigd worden door de verzekering dat er ook een praktische toepassing van is! De noden van de Tweede Wereldoorlog ontsloten nieuwe gebieden en gaven een enorme uitbreiding aan reeds bestaande onderzoeksvelden. Ik denk hierbij o.a. aan Operations Research, numerieke wiskunde, statistiek en waarschijnlijkheidsrekening.

In de bijgevoegde tabel (afbeelding 6), ontleend aan Behnke’s *Enzyklopaedie der Elementarmathematik* ziet men iets van het bovenstaande weerspiegeld, zoals de koof tussen circa 400 en 1400, alsook het exponentieel stijgen van het aantal wiskundigen. Zal dit laatst zo doorgaan? In de toekomst zullen de materiële middelen aan deze groei grenzen stellen. Er zullen dan keuzen gemaakt moeten worden, keuzen waarbij maatschappelijke overwegingen een grote rol zullen spelen!



Afbeelding 6.

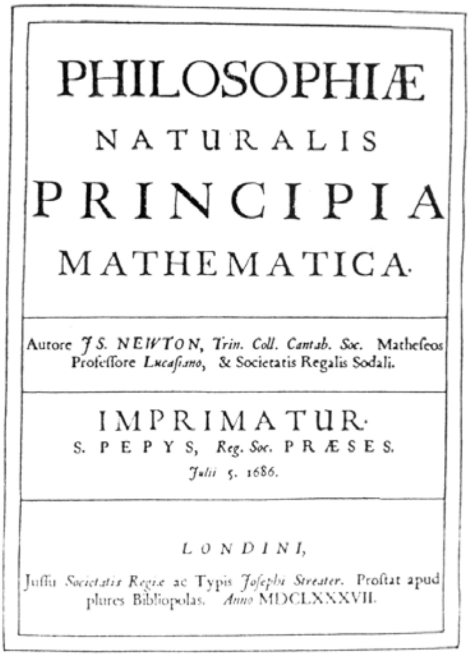
De verspreiding van de kennis van de wiskunde

De *verspreiding van de kennis van de wiskunde* had tot circa 1550 na Chr. in hoofdzaak plaats via mondelinge overdracht tussen personen onderling of in kleine groepjes, eventueel via slechts moeizaam te kopiëren handschriften. Het gezag van de meester was daarbij groot: men denke aan de spreekwoordelijk geworden zegswijze onder de leerlingen van Pythagoras: αυτὸσ εφα (hij, d.w.z. de meester, heeft het zelf gezegd).
Tegen de zeventiende eeuw werden boeken – hoewel nog slechts in geringe oplaag voorhanden – meer gemeengoed. Een belangrijke rol was voorbehouden aan de correspondentie tussen – al dan niet bevriende – vakgenoten. Vaak bevatten deze brieven mededelingen in geheimtaal of in de vorm van een anagram om prioriteit te kunnen opeisen. Daarbij was de Franse geestelijke Marin Mersenne (1588–1648) een centrale figuur. In zijn Parijse klooster ontving hij talrijke geleerden en vandaar uit voerde hij correspondentie met vakgenoten over geheel Europa. Men noemt hem wel de 'secretaris-generaal van geleerd Europa'. John Collins (1625–1683) in Londen, vervulde een soortgelijke functie in Engeland en werd dan ook wel de Engelse Mersenne genoemd.

Weer later werd een belangrijke rol gespeeld door de genootschappen en Academies, die in hoofdzaak – en in hoge mate – bijdroegen door de publikatie van tijdschriften en steun aan hun leden die, vaak vrijgesteld van onderwijs, in de gelegenheid gesteld werden zich geheel aan hun vak te wijden.
Ik noem u er enkele met hun stichtingsdatum:
Accademia dei Lincei, Rome (1603); Royal Society, Londen (1662). In 1686 gaf deze onder voorzitterschap van Samuel Pepys de *Principia* van Newton uit (zie afbeelding 7). Académie Royale des Sciences, Parijs (1666); Berliner Akademie (1700), met als eerste president Leibniz.
In deze tijden ging er op dit gebied nog weinig invloed uit van de universiteiten, waar die studierichtingen prevaleerden die hun afgestudeerden een redelijke kans op een maatschappelijke functie konden bieden: theologie, rechten, medicijnen. De cultuurhistoricus Huizinga noemt deze de 'broodrichtingen'. Eerst later kreeg men speicale opleidingsinstituten, zoals het Franse instituut dat in hoofdzaak tot stand kwam door de inspanningen van Gaspard Monge (1746–1818) en dat vanaf 1795 bekend staat onder de naam 'Ecole Polytechnique'.

Wat leert ons de geschiedenis van de wiskunde?

Wellicht vooral dit: de ontwikkeling van de afzonderlijke theorieën verliep niet altijd zo rechtlijnig als de leerboeken vaak suggereren. Het ging via een weg van zoeken en tasten, met vallen en opstaan. Ook de wiskunde als geheel heeft perioden gekend van bloei, verval en zelfs stilstand. Ik citeer u een gedeelte uit een brief van d'Alembert aan Lagrange uit het jaar 1781:


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *JS. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

Afbeelding 7.

'Il me semble que la mine (d.w.z. die van de wiskunde) est presque trop profonde et qu'à moins qu'on ne découvre de nouveaux filons, il faudra tôt ou tard l'abandonner; il n'est pas impossible que les places de géométrie dans les académies ne deviennent ce que sont aujourd'hui les chaires d'Arabe dans les Universités'.

Dit alles weerspiegelt zich in het – mathematische – leven van de individuele beoefenaar van de wiskunde. Ook dat verloopt wisselend en kent hoogtepunten en dieptepunten, teleurstelling en succes. Intuïtie behoort de richting aan te geven, maar voor het verwerven van diep inzicht zal er stevig gewerkt moeten worden. Dit vooral is de les van de geschiedenis. Dit heeft *men* moeten leren, dit moeten *wij* leren, dit zullen *onze studenten* moeten leren. Het is immers '*μαθηματικη τέχνη*' (mathèmatikè technè).

Aan het einde van dit hoofdstuk zou ik nog één opmerking willen maken. Wij spraken over de geschiedenis van de wiskunde en moesten ons dus veel en vaak met het verleden bezighouden. Toch vond ik op mijn speurtocht door het verleden iets voor de toekomst en daarmee wil ik eindigen.

HIERONYMI CAR
DANI, PRÆSTANTISSIMI MATHE
MATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,

ARTIS MAGNÆ,

SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS,
Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod
OPVS PERFECTVM
inſcripſit, eſt in ordine Decimus.

HAbes in hoc libro, ſtudioſe Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Coſſa uocant) nouis adinuentionibus, ac demonſtrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea uulgò tritis, iam ſeptuaginta euaſerint. Neq; ſolum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni ęquales fuerint, nodum explicant. Hunc aũt librum ideo ſeorſim edere placuit, ut hoc abſtruſiſsimo, & planè inexhauſto totius Arithmeticæ theſauro in lucem eruto, & quaſi in theatro quodam omnibus ad ſpectandum expoſito, Lectores incitarẽtur, ut reliquos Operis Perfecti libros, qui per Tomos edentur, tanto auidius amplectantur, ac minore faſtidio perdiſcant.

Afbeelding 8.

Het is het titelblad van de *Ars Magna* van Cardano uit 1545, het beroemde leerboek van de algebra, en daarvan het randschrift (afbeelding 8)

ΕΙΣ ΤΟ ΦΕΡΤΕΡΟΝ ΤΙΘΕΙ ΤΟ ΜΕΛΛΟΝ ΟΤΓΕΝΗΣΕΤΑΙ

Vertaald:
Houd de toekomst voor het betere, wat er ook gebeuren zal.

Bibliografie

1. D. Albers, G. Alexanderson, *Mathematical People*, Birkhäuser, Boston, 1985.
2. E.T. Bell, *The development of mathematics*, 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1945.
3. E.T. Bell, *Men of mathematics*, Pelican Books A 276, 277, Penguin Books, Harmondsworth, 1953.
4. N. Bourbaki, *Eléments d'histoire des mathématiques*, Hermann, Paris, 1963.
5. C.B. Boyer, *History of analytic geometry*, Scripta Mathematica, New York, 1956.
6. C.B. Boyer, *The history of the calculus*, Dover, New York, 1959.
7. C.B. Boyer, *A history of mathematics*, Wiley, New York-London-Sydney, 1968.
8. D.M. Burton, *The History of Mathematics*, Allynand Bacon, Boston, 1985.
9. F. Cajori, *A history of mathematical notations*, 3rd edition, Open Court, Chicago, 1952.
10. M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Verlag, Leipzig, 1907–1908.
11. J.L. Coolidge, *The mathematics of great amateurs*, Clarendon Press, Oxford, 1949.
12. J. Dieudonne e.a., *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700–1900*, Hermanne, Paris, 1978.
13. C.H. Edwards jr., *The historical development of the calculus*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1979.
14. H.M. Edwards, *Fermat's last theorem*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977.
15. L. Garding, *Encounter with mathematics*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977.
16. C.C. Gillespie (ed.), *Dictionary of scientific biography*, Scribner, New York, 1970–1978.
17. E. Glas, *Wiskunde en samenleving in historisch perspectief*, Dick Coutinho, Muiderberg, 1981.
18. Thomas Hoath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, 1965.
19. B.M. Kiernan, *The development of Galois theory from Lagrange to Artin*, Arch. for History of Ex. Sciences 8 (1971–72), 40–154.
20. F. Klein, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, herdruk, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1967.
21. F. Klein, *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Reprint der Erstauflage Berlin 1926 und 1927, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1979.
22. M. Kline, *Mathematics in western culture*, Oxford University Press, New York, 1953.
23. M. Kline, *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press, New York, 1972.
24. S. Kowalewskaya, *A Russian childhood*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1978.
25. G. Kropp, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Hochschultaschenbuch 413/413a, Mannheim, 1969.
26. I. Lakatos, *Proofs and refutations*, C.U.P., 1976.

27. F. le Lionnais, *Les grands courants de la pensée mathématique*, Cahiers du Sud, Marseille, 1948.
28. M. Lecat, *Erreurs de mathématiciens des origines à nos jours*, Brussel, 1935.
29. H. Meschkowski, *Mathematiker Lexicon*, Hochschultaschenbuch 414/414a, Mannheim.
30. R.E. Moritz, *On mathematics*, Dover, New York, 1958.
31. L. Osen, *Women in mathematics*, The MIT Press, Cambridge, Mass., 1974.
32. M. Otte, *Mathematiker über Mathematik*, Springer-Verlag, Heidelberg-Berlin, 1974.
33. W.M. Priestley, *Calculus: an historical approach*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1979.
34. C. Reid, *Hilbert*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1970.
35. P. Ribenboim, *13 Lectures on Fermat's last theorem*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1979.
36. W. Scharlau und H. Opolka, *Von Fermat bis Minkowski*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1979.
37. L.A. Steen, *Twelve informal lectures on mathematics*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1979.
38. D.J. Struik, *Geschiedenis van de wiskunde*, uitgebreide heruitgave, Socialistiese Uitgeverij, Amsterdam, 1980.
39. I. Thomas, *Greek mathematical texts*, Loeb, London, 1957.
40. B.L. van der Waerden, *Ontwakende wetenschap*, Noordhoff, Groningen, 1950.
41. B.L. van der Waerden, *Die Galois-Theorie von Heinrich Weber bis Emil Artin*, Arch. for History of Ex. Sciences 9 (1972), 240–248.
42. G. Verriest, *Evariste Galois et la théorie des équations algébriques*, Gauthier-Villars, Paris, 1934.