

In de naam van oneindigheid

Amsterdam University Press

Amsterdam University Press

In de naam van oneindigheid

*Een waargebeurd verhaal over religieus
mysticisme en wiskundige creativiteit*

Loren Graham & Jean-Michel Kantor

Vertaling Lukas M. Verburgt

AUP

Amsterdam University Press

Oorspronkelijk verschenen als: Loren Graham & Jean-Michel Kantor *Naming Infinity. A True Story of Religious Mysticism and Mathematical Creativity*. The Belknap Press of Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts & London, England, 2009.

© 2009 by the President and Fellows of Harvard College

Published by arrangement with Harvard University Press

Vertaling: Lukas M. Verburgt

Afbeelding omslag: Michail Vasilevitsj Nesterov, *De filosofen. Sergej Nikolajevitsj Boelgakov en Pavel Florenski*, 1917. © Russisch Staatsmuseum, St. Petersburg, Rusland / The Bridgeman Art Library

Ontwerp binnenwerk: Crius Group, Hulshout

ISBN 978 94 6298 317 5

e-ISBN 978 90 4853 309 1 (pdf)

e-ISBN 978 90 4853 310 7 (ePub)

NUR 685 | 708

© L. Graham, J-M. Kantor / Amsterdam University Press B.V., Amsterdam 2016

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, Stb. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, Stb. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden.

De uitgeverij heeft ernaar gestreefd alle copyrights van in deze uitgave opgenomen illustraties te achterhalen. Aan hen die desondanks menen alsnog rechten te kunnen doen gelden, wordt verzocht contact op te nemen met Amsterdam University Press.

Inhoud

Voorwoord van de vertaler	7
Inleiding	11
1. De bestorming van een klooster	17
2. Een crisis in de wiskunde	33
3. Het Franse drietal: Borel, Lebesgue, Baire	51
4. Het Russische drietal: Egorov, Loezin, Florenski	91
5. Russisch(e) wiskunde en mysticisme	121
6. Het legendarische Lusitania	135
7. Het lot van het Russische drietal	165
8. Lusitania en erna	207
9. Het menselijke in de wiskunde, toen en nu	235
Appendix: Loezins persoonlijke archieven	251
Literatuur	259
Dankwoord	261
Illustratieverantwoording	265
Noten	269
Index	285

Amsterdam University Press

Voorwoord van de vertaler

De oorspronkelijke Engelstalige editie van dit door de Amerikaanse wetenschapshistoricus Loren Graham en de Franse wiskundige Michel Kantor geschreven werk verscheen in 2009 bij Harvard University Press. Het heeft in de jaren daarna zowel in het gerenommeerde wetenschappelijke tijdschrift *Nature* als in *The Times Literary Supplement*, *The Los Angeles Times* en *The New Republic* positieve recensies ontvangen. Dat lijkt opmerkelijk voor een academisch cultboek waarin op een halftheoretische, halfanekdotische manier wordt verteld over het obscure verband tussen religie in de vroege Sovjet-Unie en de wiskundige notie van oneindigheid. De auteurs worden echter juist geprezen om hun nieuwe benadering van het schrijven over de geschiedenis van de wiskunde. Want anders dan binnen deze discipline gebruikelijk is, en in tegenstelling tot bijvoorbeeld de geschiedenis van de natuurkunde, wordt het verleden van de wiskunde door Graham en Kantor niet gezien als een voorgeschiedenis van het heden en worden de prestaties van wiskundigen uit het verleden niet teruggebracht tot de bijdragen die deze hebben geleverd aan de huidige wiskunde. Dit blijkt niet alleen uit de nadruk die zij leggen op enerzijds persoonlijke verhalen van wiskundigen en anderzijds de politieke en sociale context waarbinnen zij werkten, maar ook uit hun centrale stelling: dat de Franse wiskundigen aan het begin van de twintigste eeuw niet verder kwamen in de wiskunde door hun rationalisme en dat de Russische wiskundigen die het onderzoek van de Fransen vervolgens oppakten, een wiskundige doorbraak teweegbrachten dankzij hun religieuze inspiratie. De auteurs geven hiermee een verrassende draai aan het gelijk van Henri Poincaré toen hij aan het begin van de twintigste eeuw schreef dat de moderne wiskundige filosoof moest worden om wiskundige te kunnen blijven.

Het is tegenwoordig algemeen geaccepteerd dat wetenschap en religie in het geval van de natuurkunde vaak onlosmakelijk

met elkaar verbonden zijn geweest – denk bijvoorbeeld aan Galileo en Newton – maar dit geldt (nog) niet voor de wiskunde: men is bereid te erkennen dat bijvoorbeeld de verzamelingenleer van de beroemde wiskundige Cantor religieus geïnspireerd was, maar men is nooit zo ver gaan om te zeggen dat het ontstaan van de verzamelingenleer afhankelijk was van de religieuze overwegingen die in zijn denken zo'n grote rol speelden. Hoewel het voordeel hiervan natuurlijk is dat de wiskunde niet tot iets al te menselijks wordt gemaakt, is het nadeel dat ervan moet worden uitgegaan dat (wiskundige) ideeën op de een of andere manier onafhankelijk zijn van, en slechts op een toevallige wijze verbonden zijn met, degenen door wie ze gedacht worden. De grootste verdienste van *In de naam van oneindigheid* is dat het de wiskunde vermenschlijkt zonder te ontkennen dat zij soms tot ideeën leidt die de menselijke rede te boven gaan en dat het wiskundigen als mensen portretteert zonder te doen alsof alles waar zij mee bezig zijn slechts menselijk is.

Deze filosofische boodschap van Graham en Kantor is tussen de regels door te vinden. Hun boek is in de eerste plaats een nieuwe toevoeging aan de bestaande historische literatuur over Sovjet-Rusland. Waar anderen vanuit een politiek, economisch of cultuur perspectief over de Russische Revolutie hebben geschreven, vertellen Graham en Kantor het belangrijke, maar zowel bij het grote publiek als bij specialisten weinig bekende verhaal van de ideologische implicaties en tragische gevolgen die het communisme had voor de Moskouse School voor Wiskunde, die in de jaren twintig en dertig sensationele bijdragen leverde aan de poging om via de verzamelingenleer door te dringen tot de aard van oneindigheid. Dit verhaal gaat tegelijkertijd over een van de belangrijkste doorbraken in de wiskunde van de twintigste eeuw als over het belang van het geloof in de leer van de Naamaanbidding voor de wereldberoemde en vergeten Russische wiskundigen die deze doorbraak tot stand brachten en dit in sommige gevallen met de dood moesten bekopen. *In de naam van oneindigheid* is evenzeer een eerbetoon aan sommigen

van deze wiskundigen uit het verleden als een stil pleidooi voor het belang van hun intellectuele moed in het heden.

Dan nog enkele opmerkingen over de vertaling. Russische plaats- en persoonsnamen zijn op een zo eenvoudig mogelijke manier naar het Nederlands vertaald. Dit geldt ook voor de achternamen die in de academische literatuur meestal anders worden gespeld, zoals Nikolaj Boegajev ('Nikolai Bugaev'), Pavel Florenski ('Pavel Florensky') of Nikolaj Loezin ('Nikolaj Luzin'). De Angelsaksische schrijfwijze van persoonsnamen en titels is in de (dikgedrukte) noten van de auteurs, omwille van de vindbaarheid van de daar genoemde literatuur, gehandhaafd. Ook de naam van de groep van Moskouse wiskundigen, Lusitania, blijft onvertaald; dit in het licht van de onenigheid over de precieze herkomst ervan (zie hoofdstuk 6, p. 135). Naast de eindnoten van de auteurs zijn er in de hoofdtekst voetnoten toegevoegd met uitleg van termen uit, bijvoorbeeld, de wiskunde en de Russisch-orthodoxe theologie om zo de leesbaarheid te vergroten. Tot slot zijn er in de noten van de auteurs enkele kleine onzorgvuldigheden gecorrigeerd.

LMV

Amsterdam University Press

Inleiding

In de zomer van 2004 werd Loren Graham uitgenodigd in het Moskouse appartement van een vooraanstaand wiskundige die bekendstaat als sympathisant van een religieus geloof dat Naamaanbidding wordt genoemd en dat door de Russisch-orthodoxe Kerk als 'ketterij' is bestempeld. Zonder het openlijk uit te spreken suggereerde de wiskundige dat hij een Naamaanbidder was en hij liet doorschemeren dat deze religieuze ketterij iets met de wiskunde van doen had.

Graham had de Russische wetenschapper opgezocht op aanraden van Jean-Michel Kantor, een Franse wiskundige met wie hij drie jaar eerder een discussie was begonnen over religie en wiskunde. Graham, een Amerikaans wetenschapshistoricus, wist al lange tijd dat er een interessant, nooit uitgezocht verhaal bestond over het prille begin van de befaamde Moskouse School voor Wiskunde, in de vroege twintigste eeuw. Na het lezen van een boek dat zinspeelde op dit verhaal, nam Kantor onmiddellijk contact op met Graham om hem te vertellen dat hij iets van deze gebeurtenissen afwist. De twee ontmoetten elkaar in 2002 en kwamen er, tot hun wederzijdse opwinding, achter dat hun respectievelijke delen van het verhaal veel dingen gemeen hadden. Daarnaast vertelde Kantor Graham dat het verhaal niet slechts over Russische wiskundigen ging, maar ook over zowel de Franse als mondiale wiskunde. Zoals Kantor stelde, was de wiskunde in de eerste jaren van de twintigste eeuw in dermate sterke contradicties verzeild geraakt dat het voor wiskundigen moeilijk was om in te zien hoe men verder moest gaan. De Fransen, die op dit gebied leidinggevend waren, en de Russen, die aansluiting probeerden te vinden, hanteerden twee verschillende benaderingen tegenover dezelfde vraagstukken. De Fransen hadden gemengde gevoelens over deze kwesties; ze gingen gepassioneerde discussies aan en er werden door Émile Borel, René Baire en Henri Lebesgue belangrijke doorbraken bereikt, maar uiteindelijk hielden ze vast aan hun rationalistische,

cartesiaanse vooronderstellingen. De Russen, die de nieuwe wiskunde leerden via de Parijse seminars die ze bijwoonden, werden gedreven door mystieke en intuïtieve benaderingen die gerelateerd waren aan een ‘religieuze ketterij’, Naamaanbidding, waar enkelen van hen trouw aan waren.

Wij tweeën, Graham en Kantor, begonnen dieper in het verhaal te graven en lazen alles wat we konden vinden over het begin van de verzamelingenleer in Frankrijk en Naamaanbidding in Rusland. In beide landen gingen we op zoek naar mensen die ons er meer over konden vertellen. Het spoor leidde naar de Russische wiskundige in Moskou, die ermee instemde om met Graham over Naamaanbidding te praten.

Het appartement was een typisch gebouw uit de Sovjettijd – klein en benauwd, met net genoeg ruimte om te wonen en te werken. Langs de wanden van de gang die de vier kamers van het appartement met elkaar verbond, stonden boekenkasten gevuld met werken over wiskunde, linguïstiek, filosofie, theologie en zeldzame boeken over Naamaanbidding. Op een van de weinige lege plekken aan de wand hingen ingelijste portretten van twee mannen die volgens de wiskundige vroege leiders van de Naamaanbidding waren: Professor Dmitri Egorovⁱ en Vader Pavel Florenski. Een andere foto toonde het Panteleimonklooster op de berg Athos in Griekenland, waarvan de wiskundige stelde dat het de vroege thuisbasis was van de Naamaanbidders. Op weer een andere foto stond een boekomslog met de titel: *Filosofie van de Naam*, geschreven door een Russische filosoof die in de jaren twintig de Naamaanbidding had aangehangen.ⁱⁱ

Graham vroeg of het mogelijk was om getuige te zijn van een Naamaanbidder die zich in de trance van het Jezusgebed bevond. Kort daarvoor had hij geleerd dat dit gebed centraal stond in het Naamaanbiddingsgeloof. ‘Nee’, antwoordde de wiskundige,

i In het Nederlands kan Egorovs naam, Егоров, worden geschreven als ‘Egorov’ of ‘Jegorov’. Hier wordt gekozen voor het korte ‘Egorov’.

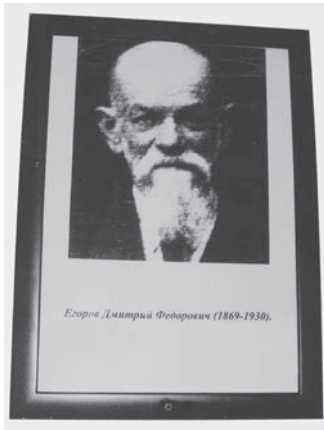
ii De auteur van dit boek, dat in 1920 verscheen, was de Russisch-orthodoxe geestelijke Sergej Boelgakov (1871-1944).

‘deze praktijk is uiterst intiem en kan het best alleen worden bedreven. Als u er getuige van bent, zou dat als een inbreuk worden gezien. Echter, als u op zoek bent naar bewijs voor hedendaagse Naamaanbidding, zou ik willen voorstellen om de kelder van de Kerk van St. Tatjana de Martelares te bezoeken. In die kelder bevindt zich een plek die onlangs heilig is geworden voor de Naamaanbidders.’

Graham wist van de kerk. Decennia eerder was deze tijdens een antireligieuze campagne door Sovjetautoriteiten gesloten en heringericht als een studentenclub en theater. In de post-Sovjetperiode was het gebouw echter in zijn oorspronkelijke staat van officiële kerk van de Universiteit van Moskou hersteld, net als vóór de Russische Revolutie het geval was geweest. De kerk is gelegen op de oude campus nabij het Kremlin, in een gebouw dat verbonden is met een andere locatie die in de hoogtijdagen van Dmitri Egorov en Nikolaj Loezin, de grondleggers van de Moskouse School voor Wiskunde, het Departement Wiskunde huisvestte. Het is de kerk waar zij vaak heen gingen om te bidden.

Graham vroeg de wiskundige: ‘Wanneer ik de kelder betreed, hoe weet ik dan wanneer ik de heilige plek bereikt heb?’ En de wiskundige antwoordde: ‘Wanneer u er bent, zult u het weten’.

Wat was het verband tussen Naamaanbidding en wiskunde? En waarom sprak de wiskundige op zo’n behoedzame manier over Naamaanbidding? De volgende dag ging Graham naar de Kerk van St. Tatjana de Martelares en baande zich een weg naar de ondergrondse verdieping met haar gewitkalkte muren, waar hij aanvankelijk niets opmerkelijks aantrof. Toen zag hij een alkoof, die leidde naar een hoek waar de muren samenkwamen op minder dan de normale negentig graden. Daar trof hij afbeeldingen aan van dezelfde twee mannen wier gezichten het appartement van de wiskundige sierden: Dmitri Egorov, van oudsher de president van het Moskous Wiskundig Genootschap, en Pavel Florenski, zijn voormalig student, die zowel een wiskundige als een orthodoxe priester werd. Graham stond op de plek waar Naamaanbidders het Jezusgebed kwamen beoefenen.



Егоръ Дмитрій Федоровичъ (1869-1930).



Павелъ Флоренскій (1882-1937).

Ingelijste foto's van Dmitri Egorov en Pavel Florenski, gefotografeerd door Loren Graham in de kelder van de Kerk van St. Tatjana de Martelares, 2004.

Graham had net foto's genomen van de twee portretten, toen hij voetstappen achter zich hoorde. Hij draaide zich om en zag een jonge man met een afkeurende uitdrukking op zijn gezicht. De man kwam op hem af en zei hem vermanend: 'Je moet vertrekken'. Graham voelde dat hij een soortgelijke inbreuk pleegde op iets mysterieus als toen de Russische wiskundige zijn verzoek afwees om een Naamaanbidder in de trance van het Jezusgebed te zien. Hij borg zijn camera op en vertrok. Wie was deze jongeman? Een Naamaanbidder? Een werknemer van de kerk? Hij droeg geen kerkelijke gewaden en hij zag eruit alsof hij een student had kunnen zijn. Geïntrigeerd door het verhaal dat zich begon te ontvouwen, hoopte Graham dat de jongeman een getalenteerde jonge wiskundige was.

In Franse en Russische bibliotheken en archieven zetten wij beiden ons onderzoek naar de Franse school voor wiskunde en naar de Naamaanbidding voort. Tijdens een onderzoeksreis in december 2004 voelde Graham zich opnieuw aangetrokken door de kelder van de Kerk van St. Tatjana de Martelares – de plek van de Naamaanbidders. Hij ging erheen en ontdekte tot zijn verrassing dat het een totaal andere ruimte was geworden.

De heilige plek was door de Kerk verwijderd, omdat zij zich uiteindelijk had gerealiseerd dat de Naamaanbidders naar de kelder kwamen om hun ketterij uit te oefenen die door de officiële Orthodoxe Kerk werd afgekeurd. Tegenwoordig bevindt er zich in de kelder een reguliere kapel, die door een priester in de gaten wordt gehouden. Hij ziet toe op de orthodoxie van alle gelovigen. Jezusgebeden worden er niet langer beoefend. De strijd over Naamaanbidding is tot op de dag van vandaag actueel. Hoewel ze het verder over weinig eens zijn, verzetten de communisten en de beambten van de Kerk zich er beide tegen.

Dit boek gaat over een weinig bekende, maar exemplarische fase in de recente geschiedenis van de relatie tussen wiskunde en religie; en dit alles binnen de context van veel grotere kwesties zoals religieuze ketterij, het rationele denken, politiek en wetenschap. Het is bedoeld voor een algemeen publiek, hoewel we hopen dat ook wiskundigen het de moeite waard vinden. Het is het verhaal van een eerste doorbraak door een Duitse wiskundige die werd aangegrepen en verder werd uitgewerkt door de Fransen. Zij liepen vast, maar onderwezen de Russen in de nieuwe ontwikkelingen. Daarop keerden de Russen terug naar hun land en slaagden erin om door middel van een fundamenteel inzicht vooruitgang te boeken.

Centraal in het verhaal staat een kennismaking tussen wiskundigen in Rusland die aan het begin van de twintigste eeuw werkten aan de verzamelingenleer met de religieuze praktijken van de ketterse Naamaanbidders. De verzamelingenleer werd in eerste instantie op een briljante manier ontwikkeld in Frankrijk, maar maakte toen een heftige crisis door die ertoe leidde dat de Russen het podium met een nieuwe energie konden betreden. We zullen beschrijven hoe twee verschillende geestestoestanden, verbonden met twee verschillende culturele contexten, tot contrasterende uitkomsten voerden: Frans scepticisme en aarzelings versus Russische creativiteit en ontplooiing. Een centraal idee van dit boek is dat religieuze ketterij een rol speelde bij de geboorte van een nieuw gebied binnen de wiskunde.

De originele benadering van de Russische wiskundigen maakte in de vroege twintigste eeuw een bloeitijd door, toen Dmitri Egorov, Nikolaj Loezin en hun studenten een zeer specifieke visie ontwikkelden op de nieuwe verzamelingenleer, die toen voor vele Europese wiskundigen en filosofen al het middelpunt van de discussie vormde. Egorovs en Loezins verrichtingen hebben tot nu toe relatief weinig aandacht getrokken van het algemene publiek en van wetenschapshistorici, alhoewel het werk van de Moskouse School voor Wiskunde, die zij oprichtten, onder professionele wiskundigen alom bekend is. Wat men niet weet, is dat hun werk verbonden was met intens mysticisme, politieke vervolging en persoonlijk drama. Dat is het verhaal dat we hier willen vertellen – een verhaal dat licht werpt op het creatieve proces van de wiskunde zelf.

1. De bestorming van een klooster

‘Ketter, krokodil uit de zee, zevenogige serpent,
wolf in schaapskleren!’
– *Beschrijving door een monnik van de berg Athos van
een kerkelijke beambte vanuit St. Petersburg gezonden
om hem en zijn collega’s te onderwerpen*

Begin juni 1913 stoomde op bevel van tsaar Nikolaj II een aantal schepen van de Russische Keizerlijke Marine de azuurblauwe wateren binnen die de heilige berg Athos (al zo’n duizend jaar een centrum van het orthodoxe christendom) omringen. De schepen, de kanonneerboot *Donetsk* en de transportschepen *Tsaar* en *Cherson*, gingen nabij het St. Panteleimonklooster, het heilige bolwerk van de Russische orthodoxie en thuisbasis van honderden Russische monniken, voor anker. Aan boord van de *Tsaar* bevonden zich 118 mariniers onder bevel van Z.A. Tsjipoelinski en vier andere officieren.

Op 13 juni gaf Tsjipoelinski het bevel tot de bestorming van het klooster. De zwaarbewapende mariniers begaven zich in kleine boten naar de kloosterlijke haven, waar de mannen aan wal gingen. Daarna begaven ze zich naar de grootste ruimte van het religieuze complex, de Pokrovkathedraal, die op dat moment vrijwel leeg was. Daar had Tsjipoelinski een ontmoeting met een aantal religieuze asceten en hij vertelde hun dat ze hun broeders ervan moesten verwittigen hun monnikscellen te verlaten en zich te verzamelen in de kathedraal. Toen de monniken van het bevel hoorden, weigerden ze en barricadeerden de deuren van hun monnikscellen met meubels en planken. Binnen lieten ze zich op hun knieën vallen en begonnen ze ‘Heer Jezus Christus, ontferm U over ons!’ (*Gospodi pomiloej*) uit te roepen terwijl velen van hen zich in een uniek gebed stortten (het zogenoemde ‘Jezusgebed’), dat binnen de kerk opschudding aan het veroorzaken was.



Klooster van St. Panteleimon, berg Athos, Griekenland.

Het was in de eerste plaats vanwege dit gebed dat de Russische mariniers hier waren. De recitatie van het gebed, door sommige leiders van de Russisch-orthodoxe Kerk als ketters bestempeld, had op de berg Athos voor grote onrust gezorgd. Dit schiereiland in de Egeïsche Zee was sinds het vroegchristelijke tijdperk de plek geweest van orthodoxe kloosters. De Russen waren het talrijkst onder de monniken, van wie er meestal enkele duizenden aanwezig waren. Eeuwenlang hadden de Ottomaanse Turken het grootste deel van de Balkan bezet, waaronder Athos, maar ze verleenden de monniken daar aanzienlijke autonomie. Ze waren vrij om te doen en laten wat ze wilden, zo lang ze de Turken niet rechtstreeks uitdaagden. Doorgaans konden de Russische monniken op Athos rekenen op steun en bescherming van de regering in hun thuisland in St. Petersburg. Maar de ineenstorting van het Ottomaanse Rijk en de terugtrekking van de Turken van Athos in 1912 leidden tot een moeilijke situatie. Zou de autonomie van de heilige berg Athos en de Russische zeggenschap onder Griekse heerschappij voortduren? De Grieken, die het orthodoxe geloof met de Russen deelden, leken bereid om de kloosters redelijk wat vrijheid te verlenen en trokken hun soldaten terug. De Russische

monniken begonnen daarna op te roepen tot de stichting van een onafhankelijke republiek Athos, wat neer moest komen op een protectoraat van de tsaristische regering – een provocatie van de Grieken.

Te midden van dit diplomatieke probleem barstte er een theologische discussie los die Russische regerings- en kerkelijke leiders van hun stuk bracht. Het laatste wat de Kerk en de regering in St. Petersburg konden gebruiken, was een stel monniken dat elkaar bevocht over een gebed, daarmee de Grieken een voorwendsel gevend voor interventie en voor de eliminatie van de traditionele autonomie van de berg Athos.

Onder de monniken was inderdaad een dramatisch gevecht gaande tussen degenen die de uitoefening van het Jezusgebed steunden (zij stonden bekend als de Naamaanbidders) en degenen die dat niet deden (de anti-Naamaanbidders).ⁱ De strijd nam vaak de heftigste vorm aan op het moment dat de bestuurlijke leiders van de kloosters werden gekozen. Ieder kamp wilde dat de eigen mensen de leiding hadden. Het venijn nam snel toe, en leidde zelfs tot fysieke botsingen. Ieder kamp probeerde de leden van het andere kamp uit de kloosters te gooien. Soms lukte dat, tenminste tijdelijk. In een aantal gevallen werden monniken tijdens de schermutselingen uit het raam gegooid of sprongen ze daar zelf uit. Ieder kamp beweerde dat het andere kamp niet langer voor de communie in aanmerking kwam. Om steun te

i Dit debat, dat in de eerste decennia van de twintigste eeuw woedde tussen de Naamaanbidders (onomatodoxen of onomatodoulen; in het Russisch *imjaslavci* ('zij die de naam vereren') of *imjabozniki* ('zij die de naam vergoddelijken')) en anti-Naamaanbidders (of onomatoclasten; in het Russisch *imjaborci*), had in bredere zin betrekking op de status van de godsnaam. De Naamaanbidding gaat terug op het hesychasme, de mystieke traditie van gebed binnen het oosters christendom, die door Gregorius Palamas werd verdedigd (zie voetnoot v van dit hoofdstuk) en die zelf nauw verweven is met de ontwikkeling van het Jezusgebed – een gebed dat zijn oorsprong vindt in bepaalde passages in het Oude en Nieuwe Testament waarin aan de naam 'Jezus' reddende krachten worden toegeschreven. Uiteindelijk ging het gebed deel uitmaken van een ascetische gebedspraktijk gericht op *theose*, dat wil zeggen, op vergoddelijking van de mens door middel van het 'met het hart' herhalen van de naam Jezus of van het Jezusgebed.

verwerven deed ieder kamp een beroep op hogere autoriteiten – op de Russische consul in Salonika (Thessaloniki), op de Russische ambassadeur in Constantinopel, op de Heilige Synode in St. Petersburg en uiteindelijk op de tsaar zelf. Op de Balkan en in het Russische Rijk ging het verhaal dat er in de kloosters op de Heilige Berg Athos vaak ‘wanordelijkheden’ voorkwamen.

Aanvankelijk probeerde de Russische regering de rebelse monniken met vreedzame middelen te beteugelen. In februari 1913 werd een blokkade opgeworpen tegen de Naamaanbiddende monniken op de berg Athos, met het Pantelemeinonklooster als hun bolwerk. Het klooster bleef vijf maanden lang verstoken van voedselbevoorrading, financiële ondersteuning en post. De koppige monniken bleken echter vindingrijk in het verkrijgen van wat ze nodig hadden; dit deden ze via lokale contacten met Griekse boeren en welwillende monniken in naburige kloosters. De verhalen over ‘opstanden’ en ‘muiteringen’ onder de monniken hielden aan en uiteindelijk reageerde de Griekse regering door de leiders van de kloosters te zeggen: ‘Breng zelf orde in de kloosters of wij zullen het voor jullie doen’. Griekse troepen verzamelden zich dicht bij de kloosters ter voorbereiding op het eventuele bezetten ervan.

Deze internationale problematiek draagt veel bij aan de verklaring van waarom de tsaristische regering inging op het verzoek van de hoogste bestuurders van de Russisch-orthodoxe Kerk om de Naamaanbidders van de berg Athos militair te bedwingen. Tsaar Nikolaj II was niet bijzonder geïnteresseerd in de theologische discussie, en zijn vrouw Aleksandra droeg de Naamaanbidders zelfs een warm hart toe. Maar zijn adviseurs, vooral het hoofd van de Heilige Synode V.K. Sabler, vertelden hem dat als de onrust op de berg Athos aanhield, niet alleen het Russisch-orthodoxe geloof door afscheidingen hopeloos uiteen zou vallen, maar ook dat de Russische regering veel van haar invloed zou verliezen in een cruciaal gebied in Griekenland en op de Balkan. Geconfronteerd met deze waarschuwing stemde Nikolaj met de nodige tegenzin in met de invasie van het klooster.

Officier Tsjipoelinski volgde het bevel van de tsaar op en leidde zijn mariniers naar de monastieke kathedraal en eiste dat de monniken uit hun cellen kwamen en zich voor hem verzamelden. Toen hij werd genegeerd, beviel hij zijn mannen om zich klaar te maken voor de strijd. De mariniers installeerden hogedrukwaterkanonnen en stelden ook enkele machinegeweren op. Daarop doorbraken ze de barricades bij de ingangen van de kloostercellen en richtten de waterkanonnen op de mannen binnen. Wat er vervolgens gebeurde, wordt tot op de dag van vandaag, meer dan een eeuw later, nog steeds fel bediscussieerd. Bronnen die sympathiseren met de monniken, zeggen dat de mariniers het vuur openden, vier van de kluzenaars vermoordden en achtenveertig anderen verwondden. De officiële verslagen van de Russische marine stellen dat de mariniers op 'gewelddadig verzet' stuitten, dat met geweld moest worden neergeslagen. Ook wordt hierin beweerd dat niemand werd vermoord, alhoewel er enkele 'fanatici' werden verwond. Het was zonder enige twijfel een bloedig tafereel. De mariniers sloegen de monniken met hun bajonetten en geweerkolven, en beukten een groot aantal hoofden in.

De mariniers verjoegen de kluzenaars uit hun monnikscellen en dreven ze de kathedraal in. Daar deelde de officier aan de doorweekte, doodsbanne en gewonde monniken mee dat ze óf hun ketterse overtuigingen moesten opgeven óf zouden worden gearresteerd. De aartsbisschop Nikon van Vologda vergezelde de mariniers. Deze afgevaardigde van de hoogste autoriteiten binnen de Russisch-orthodoxe Kerk las de samengekomen monniken met een stem die trilde van angst en emotie de les over de details van hun 'Naamaanbiddingsketterij': 'Jullie geloven ten onrechte dat namen hetzelfde zijn als God. Maar ik zeg jullie dat namen, zelfs van goddelijke entiteiten, niet God zelf zijn. De naam van Jezus is niet God. En de Zoon is minder dan de Vader. Zelfs Jezus zei: "de Vader is groter dan ik". Maar jullie geloven dat jullie zowel Christus als God bezitten.' Enkele monniken reageerden door uit te schreeuwen dat de aartsbisschop en de mariniers de 'Antichrist' vertegenwoordigden. Velen van hen riepen wat

de onofficiële leus van de Naamaanbidders was geworden: 'De Naam van God is God'. Eén monnik noemde Nikon een 'ketter, krokodil uit de zee, zevenogige serpent, wolf in schaapskleren'. Nikon stampte woest met zijn versierde bisschopsstaf op de vloer en eiste dat de samengekomen monniken een-voor-een werd gevraagd of ze hun ketterij afzwoeren of onverzettelijk bleven.¹

Volgens de officiële telling verklaarden 661 monniken dat ze het beginsel van de Naamaanbidding niet ondersteunden, maar 517 monniken waren onvermurwbaar en maakten duidelijk dat ze zogenoemde Naamaanbidders waren en zouden blijven. 360 anderen weigerden mee te werken aan de peiling en werden door de aartsbisschop beschouwd als aanhangers van de ketters. Enkele tientallen monniken waren zo ernstig verwond dat ze mee werden genomen voor medische zorg en niet werden onder-vraagd. In het nabijgelegen Andrejevski-klooster en elders op de berg Athos trof de aartsbisschop nog meer Russische monniken aan die hij beschouwde als niet-berouwvolle Naamaanbidders. Onthutst door het geweld in het Panteleimonklooster verzet-ten zij zich niet tegen hun arrestatie. Uiteindelijk werden er bij benadering duizend monniken in gevangenschap naar Rusland teruggebracht. De meesten van hen op een tot gevangenis omgebouwd schip, de *Cherson*. Anderen op het stoomschip de *Tsjichatsjev*.

Toen de *Cherson* en de *Tsjichatsjev* op 13 en 14 juli Odessa, een belangrijke Oekraïens-Russische haven aan de Zwarte Zee, binnenvoeren, verhoorde de tsaristische politie de gevangen-genomen monniken en verdeelde ze vervolgens in groepen. Sommigen waren zo oud en zwak dat hun werd toegestaan om naar plaatselijke kloosters te gaan waar men mogelijk voor ze kon zorgen. Acht van hen werden teruggebracht naar Athos en veertig monniken werden beschuldigd van criminele activiteiten en naar gevangnissen overgebracht. De rest – zo'n achthonderd – werd uit het priesterambt gezet. Hun werd verteld dat ze niet konden terugkeren naar de berg Athos, noch konden verblijven in St. Petersburg of Moskou. In plaats daarvan werden ze, op basis van het Russische regeringssysteem van woonregistratie

(*propiska*), verbannen naar provinciale en landelijke oorden over heel Rusland verspreid. Soms kwamen ze terecht in afgelegen kloosters waarvan de bestuurders niet erkenden of wellicht niet wisten dat deze monniken uit het priesterambt gezet waren. Een van de leiders van de Naamaanbidders, Aleksandr Boelatovitsj (bekend als broeder Antonie), werd naar zijn familielandgoed nabij Charkov gestuurd, waar veel van zijn kameraden zich bij hem voegden.

Het beginsel van de Naamaanbidding dat deze hartstocht had doen ontstaan, heeft wortels die te herleiden zijn tot zowat het begin van het christendom. De twintigste-eeuwse periode ervan begon in 1907, toen een monnik en *starets* (een gerespecteerde ouderling)ⁱⁱ genaamd Hilarion, een boek uitbracht met de titel *In de Bergen van de Kaukasus*.ⁱⁱⁱ In deze tekst vertelde Hilarion over zijn mystieke en spirituele ervaringen tijdens het reciteren van het Jezusgebed – een bekend gebed binnen de orthodoxe traditie, maar één waaraan Hilarion een bijzonder belang hechtte.

Tussen 1872 en 1892 (de jaartellen zijn slechts bij benadering bekend) leefde Hilarion als monnik in het Panteleimonklooster op de berg Athos, waar hij zich in de omvangrijke bibliotheekcollectie onderdompelde in de geschiedenis van de christelijke mystiek, die terugging tot de vierde eeuw. In die tijd ontwikkelden heremieten in de woestijnen van Palestina een nieuwe

ii 'Starets' is een onofficiële titel gebruikt voor een oude monnik (geestelijk leider of spiritueel vader) in een Russisch-orthodox klooster, waarvan wordt gezegd dat hij zijn wijsheid en speciale gaven via ascetische praktijken van God zelf heeft ontvangen.

iii Bisschop en *schema*-monnik ('monnik van het grote habijt') Hilarion Alfejev (of Ilarion Alfeev) werd omstreeks 1845 geboren en stierf in 1916. Na twintig jaar in het Panteleimonklooster op de Heilige Berg Athos te hebben geleefd, vertrok Hilarion naar de Kaukasus om als anachoreet (een naam die is afgeleid van het Griekse woord voor 'terugtrekking'), een vertegenwoordiger van een vroegchristelijke vorm van het kluizenaarschap, te leven. Daar schreef hij een boek over de naam van God en over het Jezusgebed met de titel *In de Bergen van de Kaukasus, Onderhoud Tussen Twee Starcy-Anachoreten over Innerlijke Vereniging van Ons Hart met de Heer door het Jezusgebed*. De eerste editie van het boek werd in 1907 uitgegeven in Batalpas, het huidige Cerkessk, in de Noord-Kaukasische regio.

gebedspraktijk: het 'Gebed van het Hart', bedoeld om kalmte te verkrijgen door fysieke en geestelijke samensmelting met God (zij zouden later hesychastische monniken worden genoemd; *hesychia* betekent rust of verstillings). De gebedstechnieken combineerden honderden herhalingen van korte reeksen van dezelfde woorden (glossolalie,^{iv} 'zonder ophouden bidden', een citaat van de apostel Paulus) met controle over ademhaling en de hartslag. De hesychastische monniken, die rond 1340 werden aangevallen door intellectuele, meer rationalistische monniken uit Byzantium, werden gesteund door Gregorius Palamas (1296-1359),^v die op de berg Athos reeds het Jezusgebed beoefende.

Hilarion verliet Athos rond 1892 en trok naar een bergklooster in de Kaukasus (in Abchazië, tegenwoordig een afgescheiden provincie van Georgië), op zoek naar meer afzondering en sereniteit. Daar schreef hij zijn boek waarvan hij afdrukken naar zijn voormalige collega's in het Panteleimonklooster stuurde, waar het zeer populair werd.

Hilarion geloofde dat hij contact met God had gemaakt door de namen van Christus en God keer op keer te reciteren totdat zijn gehele lichaam een staat van religieuze extase bereikte waarin, naast zijn ademhalingscyclus, zelfs het kloppen van zijn

iv Glossolalie, ook wel tongentaal genoemd, is een samenstelling van de Griekse woorden voor 'taal' of 'tong' (*glossa*) en 'spreken' (*lalein*). In godsdienstige zin duidt het op de ascetische praktijk van het herhalen van woorden zonder duidelijke, dat wil ook zeggen: met een zekere heilige, betekenis.

v Gregorius Palamas was een theoloog en mysticus die, na als monnik op Athos te hebben geleefd, later werd aangesteld tot aartsbisschop van Thessaloniki en bekendstaat als de belangrijkste theoloog van het hesychasme – de aan Naam-aanbidding gerelateerde mystieke traditie binnen het oosters christendom waarin de nadruk wordt gelegd op meditatieve ademhalingstechnieken en het daarbij uitspreken van het Jezusgebed. Gregorius Palamas wordt beschouwd als heilige en zijn theologische geschriften vormen basis voor wat Palamisme genoemd wordt, dat, in zijn theoretische vorm, sinds de Vijfde Concilie van Constantinopel (1341-1351) tot de officiële doctrines van de Russisch-orthodoxe Kerk behoort. Binnen het Palamisme staan twee zaken centraal. Enerzijds de prioriteit van innerlijke ervaring boven externe kennis en anderzijds het onderscheid tussen de (onkenbare) 'essentie' van God en de (via gebed beleefbare) 'energieën' van God.

hart schijnbaar in harmonie was met de geciteerde woorden 'Christus' en 'God'.

Deze staat van extase en inzicht wordt door J.D. Salinger in zijn roman uit 1961 *Franny en Zooey* levendig beschreven. Salinger laat Franny het volgende opmerken:

[A]ls je dat gebed [het Jezusgebed] maar aldoor zegt – je hoeft het eerst alleen maar met je *lippen* te doen – dan gaat het gebed ten slotte uit zichzelf verder. Er *gebeurt* iets na een poosje. Ik weet niet wat, maar iets gebeurt er, en de woorden worden gesynchroniseerd met de hartslag van de betrokken persoon, en dan begin je werkelijk te bidden zonder ophouden. Wat werkelijk een enorm mystieke invloed heeft op je hele levensopvatting. Ik bedoel, dat is de *kern* ervan, min of meer. Ik bedoel, je doet het om je hele levensopvatting te zuiveren en je krijgt een volstrekt nieuw begrip van alle dingen.²

De woorden die doorgaans de kern van het gedicht vormden, waren 'Heer Jezus Christus, Zoon van God, ontferm U over mij, een zondaar'. Ingewijden in het gebed verkortten deze acht woorden echter tot slechts drie woorden, 'Heer Jezus Christus' of zelfs maar één, 'Jezus'.

Volgens Hilarion was het op de juiste manier leren beoefenen van het Jezusgebed een proces dat om veel oefening vroeg en dat jaren kon duren. De verbondenheid met God die het gebed naar verluidt op zou leveren, bracht drie stadia van onderdompeling met zich mee. Eerst was er het 'woordelijke gebed', waarin de uitgesproken namen van God en Jezus voor de aanbidder centraal stonden. Als de persoon die bidt voldoende devoot en op de opgave geconcentreerd was, kon het gebed daarna overgaan naar het 'geestelijke stadium', het moment waarop 'de geest zich vast begint te klampen aan de woorden van het gebed en hierin Gods aanwezigheid ziet'. Als laatste was er het 'Gebed van het Hart', het moment waarop het hart 'spirituele bezieling' en 'verlichting' verkrijgt en de persoon een 'één-zijn' met God bereikt.³

Hilarion maande beoefenaars om het proces van het bereiken van deze verschillende stadia niet af te raffelen, maar om het proces zijn eigen tempo te laten volgen. Als de persoon die bidt het laatste stadium probeert te bespoedigen, daalt er volgens Hilarion warm bloed naar lagere delen van het lichaam, iets wat volgens hem zelfs 'seksuele opwinding' kan opwekken. Volgens de aanhangers ervan had de beoefenaar van het Jezusgebed dus te maken met een proces dat, wanneer het correct werd uitgevoerd, de mens in het meest directe contact met God bracht, maar dat tot zonde kon leiden wanneer het verkeerd werd uitgevoerd. Deze uitdaging en verleiding zouden kunnen helpen verklaren waarom de non-conformistische en roemruchte Raspoetin, de adviseur van de tsarina Aleksandra die genezende krachten beweerde te hebben, een aanhanger van de Naamaanbidding werd.

Het verschijnen van Hilarions boek op de berg Athos in 1907 trok eerst slechts gematigd positieve aandacht. Hilarion was overduidelijk een vroom christen en de monniken in het Panteleimonklooster waren voornamelijk geïnteresseerd in het boek omdat velen van hen zich Hilarion persoonlijk herinnerde uit de tijd dat hij daar was. Het is niet moeilijk om zich de monniken voor te stellen die in hun cellen in het klooster het Jezusgebed reciteerden, en het soms goed, soms fout uitvoerden. Uiteindelijk lazen meer en meer monniken het boek, en de invloed ervan begon zich te verbreiden. De Patriarch van Constantinopel, Joachim III, sprak positief over het boek. (Waarschijnlijk keek hij het slechts vluchtig in; later zouden hij en zijn adviseurs het zorgvuldiger bestuderen en afkeuren.)^{vi}

Eén priester in het Panteleimonklooster, Vader Chrisanf (Khrisanf of Minajev), besprak het boek in 1909 en maakte hevig bezwaar tegen de inhoud. Met het gelijkstellen van God of Jezus

^{vi} *In de Bergen van de Kaukasus* werd in 1912 verboden door het patriarchaat onder Joachim III van Constantinopel en opnieuw in 1913 onder patriarch Germanus V. Toen de Heilige Synode de Naamaanbidding in 1913 als ketterij bestempelde, stonden de aanhangers van Hilarion officieel buiten de kerk.

aan hun namen begingen de Naamaanbidders volgens Chrisanf een fundamentele theologische dwaling. Door de essentie van God in Zijn naam buiten Hemzelf te plaatsen vielen de Naamaanbidders ten prooi aan de ketterij van het pantheïsme – aldus Chrisanf (klaarblijkelijk bedoelde hij ‘polytheïsme’, het geloof dat er meer dan één godheid is). Hoeveel verschillende namen zijn er in verschillende geloofsovertuigingen per slot van rekening niet aan God gegeven?

Gedurende de maanden na de bestorming van Athos werd de tsaar onzeker over de juistheid van zijn beslissing. In februari 1914 had hij zowaar enkele Naamaanbidders aangehoord, die zonder resultaat voor een pardon pleitten. In mei 1914 besloot de Metropoliet^{vii} van Moskou, Makari, de Naamaanbidders toe te staan om aan kerkdiensten deel te nemen. (Tsaar Nikolaj had hem onlangs een brief geschreven waarin hij aandrong op clementie.)⁴ In diezelfde maand bepaalde de Heilige Synode, de hoogste autoriteit binnen de Kerk, dat de Naamaanbidders, ondanks het feit dat hun theologische overtuigingen nog steeds als een dwaalleer werden beschouwd, binnen de kerk mochten blijven. Maar de precieze status van Naamaanbidding binnen de Russische orthodoxie bleef onduidelijk. In september 1917 bracht de Kerk een kerkvergadering (*Pomestni Sobor*) bijeen om over de kwestie na te denken; zowel vóór als tégen Naamaanbidding werden sterke argumenten gegeven. Een van de verdedigers van de cultus was Pavel Florenski, een voormalig wiskundige die net tot priester was gewijd. (Florenski’s persoonlijke artikelen tonen aan dat hij de Naamaanbidders van de berg Athos al vanaf maart 1913, nog vóór de gewapende bestorming van het

vii Een metropoliet, die in de Russische traditie, in tegenstelling tot de Griekse traditie, hoger staat dan een aartsbisschop, is binnen de Orthodoxe Kerk de titel van een kerkvader die aan het hoofd staat van een metropool (de specifieke stad waar een metropoliet zetelt). In 1326 werd de zetel van de metropoliet van de gehele Orthodoxe Kerk van Vladimir naar Moskou verplaatst, waarmee de stad het karakter van geestelijke hoofdstad van heel Rusland verkreeg. Om die reden ging de stad zichzelf in de eeuwen die volgden meer en meer beschouwen als het Derde Rome (met Constantinopel als het Tweede Rome) van het ‘heilige’ Rusland.

Panteleimonklooster, steunde.) Florenski was bevriend met een aantal van de voornaamste wiskundigen in Rusland en zou een belangrijke rol spelen in de latere wiskundige gebeurtenissen. De Kerkvergadering slaagde er niet in om tot een overeenstemming te komen over de Naamaanbidding en door de Oktoberrevolutie, die de communisten aan de macht bracht, werd haar werk vroegtijdig afgebroken.

Na uit Odessa te zijn verjaagd bleven de meeste Naamaanbidders toegewijd aan hun geloofsvorm en achtten ze zichzelf niet verslagen. Ze zetten hun praktijken, die nu officieel als 'kettters' werden gedefinieerd, op het Russische platteland voort en kregen geleidelijk aan meer aanhangers. Het uitbreken van de Eerste Wereldoorlog minder dan een jaar later betekende dat de tsaristische regering dringender zorgen had dan ruziën met religieuze dissidenten. De Naamaanbidders verkregen stilzwijgend meer invloed. De machtsovername door de communisten in 1917 gaf de Naamaanbidders in eerste instantie zowaar een uitzonderlijke kans om te groeien (later werden ze op wrede wijze vervolgd). Ze vormden immers al een ondergronds geloof, dat was verbanen uit de officiële kerken. Dus toen het Sovjetregime een antireligieuze campagne lanceerde, kerken begon te sluiten en priesters arresteerde, werden de ondergrondse Naamaanbidders aanvankelijk niet onderdrukt. Ze leken zelfs te gedijen in hun verboden status. Ze hadden geen kerkgebouwen, geen priesters en geen kerkelijk bestuur nodig. Verder werden ze niet bezoedeld door de compromissen, die de officiële orthodoxe Kerk al gauw met de Sovjetautoriteiten moest sluiten om te overleven. Het reciteren van het Jezusgebed en het aanbidden van de namen van Christus en God waren praktijken die men alleen kon uitvoeren, in huis of zelfs in een kast ('Wanneer gij bidt, gaat in uw binnenkamer'; Mattheüs, 6:6).

De Naamaanbidders breidden geleidelijk aan hun invloed uit naar de steden, waar hun leer verboden was. De beweging die in haar beginfasen vooral aanhangers had onder onopgeleide, soms zelfs ongeletterde, monniken, trok langzamerhand ook de aandacht van de stedelijke intelligentsia, en dan voornamelijk

van wiskundigen en filosofen. René Fülöp-Miller, een Centraal-Europese journalist die Moskou in de vroege jaren twintig bezocht, raakte geïntrigeerd door de ondergrondse religieuze beweging van de Naamaanbidding. Hij interviewde enkele van haar aanhangers en meldde: 'De beste mannen van Rusland leiden deze school die de magische kracht van de goddelijke naam verkondigt. Van de verspreiding van haar religieuze doctrines wordt de ware heropleving van de Russische religie verwacht.'⁵ Een van die 'beste mannen' was Dmitri Egorov, professor in de wiskunde aan de Universiteit van Moskou en toekomstig voorzitter van het Moskous Wiskundig Genootschap.

De twijfel van de officiële Kerk over Naamaanbidding hield aan. In oktober 1918 herriep de Heilige Synode zichzelf opnieuw en gaf aan dat Naamaanbidders niet aan kerkdiensten mochten deelnemen tenzij zij berouw toonden – iets wat een groot aantal Naamaanbidders weigerde. In januari 1919 gaf hun *de facto* leidsman Aleksandr (Antonie) Boelatovitsj, die net was teruggekeerd uit de oorlog waarin hij als priester in het Russische leger had gediend, zijn poging om de Kerk over te halen om Naamaanbidding te erkennen op en keerde terug naar zijn familielandgoed nabij Charkov. Daar werd hij op de avond van 5 op 6 december onder mysterieuze omstandigheden vermoord. Een aantal mensen stelde dat hij werd vermoord door overvallers, anderen zeiden dat de indringers soldaten van het Rode Leger waren.

Na Boelatovitsj' dood werd onder de volgelingen van de beweging (Naamaanbidders kenden geen formele hiërarchie) door de archimandriet^{viii} David, die nog steeds de steun van de hoofdstroom binnen de orthodoxe Kerk hoopte te verkrijgen, een leiderspositie ingenomen. In de vroege jaren twintig stichtte hij in Moskou een 'Kring van Naamaanbidders'. Rond diezelfde tijd

viii Binnen het oosterse christendom (vroeger de kerken in het oosten van het Middellandse Zeegebied (in het Byzantijnse Rijk), tegenwoordig de kerken in Oost- en Zuidoost-Europa en het Midden-Oosten) is 'archimandriet' de naam voor de overste van een klooster of, als eretitel, voor priestermonniken die niet in kloosters leven.

werden elders in Rusland meer van dit soort kringen opgericht. David trachtte priesters en hoge functionarissen van de Kerk die zich voorheen niet hadden aangesloten bij de cultus van de Naamaanbidding, bij zijn kring te betrekken. Enkele keren slaagde hij er zelfs in deel te nemen aan religieuze diensten met de patriarch Tichon zelf.^{ix} Een van de leden van een zo'n Naamaanbidderskring was de wiskundige Dmitri Egorov, die nota bene een ontmoeting had met de patriarch van de Kerk waarin hij hem smeekte om de Naamaanbidders te vergeven.

Een aantal andere Naamaanbiddingsgroepen had alle hoop op het verkrijgen van de steun van de hoogste gezagsdragers van de Kerk al opgegeven en was mogelijk zelfs trots op de 'ketterse' status. Er bestonden dus accentverschillen tussen de verschillende Naamaanbidders. David, nog steeds aansluiting zoekend bij de leiders van de Kerk, deed zijn uiterste best om te bewijzen dat de beschuldiging dat de Naamaanbidders aanhangers van een sekte waren die geloofden in magie of polytheïsme onjuist was. Hij was het ermee eens dat wanneer men de bewering 'De Naam van God is God' letterlijk nam, de beschuldiging van polytheïsme enige plausibiliteit had, omdat de naam van God in veel verschillende talen anders is. Hij trachtte deze conclusie te vermijden door te zeggen dat de naam van God niet in termen van 'letters' of 'specifieke woorden' zou moeten worden begrepen, maar in plaats daarvan als een 'essentie' die achter de naam staat. David kritiseerde sommige van zijn mede-Naamaanbidders, inclusief priester Pavel Florenski, vanwege het geloof in de 'magie' van het woord 'God'.

Florenski weersprak de beschuldiging dat hij in letterlijke zin geloofde in de goddelijkheid van de letters die samen het woord 'God' vormen. Hij riep de hulp van filosofen en schrijvers als Aleksej Losev en Sergej Boelgakov in om de Naamaanbiddingskring een neo-platonische oriëntatie te geven die zijn ideeën met

ix Tichon van Moskou (Vasili Ivanovitsj Bjelavin (1865-1925)) was van 1917 tot zijn dood in 1925 de patriarch van geheel Rusland en, daarmee, de zogenoemde *primus* van de Russisch-orthodoxe Kerk.

het Christendom probeerde te verzoenen. Hij en zijn aanhangers waren er niet in geïnteresseerd om de officiële Kerk voor zich te winnen. Integendeel, ze waren gericht op het verkennen van de betekenis van symbolisme, linguïstiek en 'betekenaars'^x waarvan ze 'God' als de belangrijkste beschouwden. Florenski, die vele talen beheerste en een grondige kennis van de patristieke tradities^{xi} had, slaagde erin om een diepgaande intellectuele interpretatie van Naamaanbidding te combineren met een mystieke, zelfs magische, opvatting van het universum. Hij kritiseerde wat hij 'westers positivisme' noemde, fel. In plaats daarvan gaf hij de voorkeur aan traditioneel orthodox mysticisme, terwijl hij tegelijkertijd de interpretatie van dat mysticisme die de kerkelijk leiders trachtten op te leggen, bestreed. Gedeeltelijk vanwege deze intellectualistische wending van de Florenski-Losevgroep hebben mensen binnen veel recentere ontwikkelingen, zoals de theorieën van Jacques Derrida, interesse getoond in Florenski en Losev.⁶

Florenski hechtte met name aan de relevantie van Naamaanbidding voor de wiskunde, het gebied waarin hij aan de Universiteit van Moskou door Dmitri Egorov was geschoold. Florenski zag een verwantschap tussen het noemen van 'God' en het noemen van verzamelingen in de verzamelingenleer: zowel God als verzamelingen kwamen tot stand door hun benoeming. De 'verzameling van alle verzamelingen' zou zelfs weleens God Zelf kunnen zijn...

x Binnen de taalwetenschap, of specifiek gezegd de semiotiek, wordt voor de definitie van een teken een onderscheid gemaakt tussen de 'betekenaar' (*'signifiant'*) en de 'betekende' (*'signifié'*). De 'betekenaar' is de materiële drager van taaluitingen (het woord, de klank etc.) en de 'betekende' is de conceptuele betekenis ervan (in de vorm van een idee of mentaal concept).

xi Deze term verwijst naar de tijd van de orthodoxe (rechtgelovige) kerkvaders – een periode die rond het einde van de eerste eeuw en het begin van de tweede eeuw begon en tot ongeveer de zevende eeuw voortduurde. De studie van de geschriften van deze vroegchristelijke kerkvaders wordt de patristiek genoemd. Een voor de Naamaanbidders belangrijke kerkvader was Gregorius van Nyssa (335-394).

Amsterdam University Press

2. Een crisis in de wiskunde

[...] de leer der gehelen, de *Mengenlehre*, die uitgaat van en graaft naar de onmetelijke getallen die geen onsterfelijk mens, al zou hij zijn eeuwigheden tellend uitputten, kan bevatten en welks denkbeeldige dynastieën door de letters van het Hebreeuwse alfabet worden gesymboliseerd. In dat subtiele labyrint is het me niet gegeven door te dringen.¹
– Jorge Luis Borges, *Het geheimschrift* [La cifra], *Madrid*, 1981

Op ongeveer hetzelfde moment dat de Russische orthodoxie werd verscheurd door het theologische vraagstuk van de Naamaanbidding, bevond de wiskunde zich ook in een staat van beroering doordat ze dát meemaakte wat de Duitse wiskundige Hermann Weyl later de ‘Grundlagenkrise der Mathematik’ (grondslagen-crisis van de wiskunde)² zou noemen. Deze twee verhalen, die qua oorsprong zo van elkaar verschillen, kwamen zo’n eeuw geleden samen in de discussies van Dmitri Egorov en Nikolaj Loezin met hun Franse collega’s. Korte tijd later zouden er tussen de Franse en Russische benaderingen verschillen optreden.

De crisis in de wiskunde was veroorzaakt door de geboorte en opkomst van de verzamelingenleer in Duitsland in de laatste decennia van de negentiende eeuw. Een verzameling is een collectie van objecten die bepaalde eigenschappen delen en een ‘naam’ krijgen. Bijvoorbeeld de verzameling van alle giraffen in South Carolina zou ‘Giraffen uit South Carolina’ kunnen worden genoemd. Deze verzameling heeft uiteraard een eindig aantal elementen. Gegeven de beschrijving ervan verschilt deze verzameling van de verzameling van alle bloemen in de tuin of

i Deze passage is afkomstig uit het gedicht ‘Nihon’, dat is uitgegeven in een bundel met dezelfde titel als een gedicht van Borges uit 1981: *Het geheimschrift* (*La cifra*). De vertaling is ontleend aan Jorge Luis Borges, *Het Geheimschrift* (vertaling Robert Lemm), Amsterdam: De Bezige Bij, 1984, p. 123.

alle inwoners van Cyprus, maar in ieder voorbeeld is het aantal elementen van deze verzamelingen eindig. Interessanter zijn verzamelingen met een oneindig aantal elementen, zoals de verzameling van alle natuurlijke getallen (1, 2, 3, 4, 5, 6 ...), later aangeduid als \mathbb{N} , waarbij de weglatingen betekenen dat men zich de gehele reeks van natuurlijke getallen als potentieel zonder einde voorstelt. De verzameling van alle punten op een lijn is ook oneindig, maar van een andere soort. Deze voorbeelden werpen de vraag op naar een definitie van oneindigheid, iets wat wiskundigen meer dan duizend jaar lang niet hadden weten voort te brengen. Zoals Weyl echter opmerkte, is 'wiskunde de wetenschap van de oneindigheid'. De verzamelingenleer tracht een raamwerk te verschaffen waar alle wiskunde in kan worden gepast en een definitie van oneindigheid vormde een cruciaal onderdeel van de gedetailleerde uitwerking hiervan.

De meeste niet-wiskundigen geloven dat ze een idee hebben van wat oneindigheid betekent; vermoedelijk zullen ze zeggen 'iets zonder einde of grens'. Toch is het vraagstuk van oneindigheid voor wiskundigen diep raadselachtig geweest. Discussies over oneindigheid zullen een belangrijke rol spelen in ons verhaal over Franse en Russische wiskundigen in de vroege twintigste eeuw.

Hoe definieert men oneindigheid? Bestaat het echt of is het enkel een abstractie? Is er maar één oneindigheid, of zijn er verscheidene, wellicht vele? Kunnen sommige oneindigheden 'groter' zijn dan andere? Georg Cantor, een Duitse wiskundige, creëerde de verzamelingenleer vanuit zijn diepgravende onderzoek naar deze vragen. Cantor gaf de oneindigheid na 2500 jaar van niet-geslaagde pogingen een wiskundige definitie en het uiteindelijke resultaat van zijn inspanningen was dat de verzamelingenleer de *lingua franca* van de wiskunde werd. De evolutie van culturele ideeën over oneindigheid van vóór en na Cantor toont het belang van zijn prestatie.

De eerste glimp van een conceptie van oneindigheid deed zich vermoedelijk voor op het moment van het ontstaan van de beschaving. Is het mogelijk om de eerste niet-triviale gedachten van onze voorouders van millennia geleden te vatten? De

grenzeloze horizon te bekijken, de tijd continu, van het verleden naar een onbekende en angstaanjagende toekomst, voorbij te voelen gaan? Wanneer begonnen zij een idee over ruimte en tijd te krijgen? En combineerden zij dit idee vanaf het begin met een begrip van de onbegrensde macht van een goddelijk of niet-menselijk wezen waarvan zij geloofden dat het zich in de hemel bevond? Goddelijke perfectie werd uiteindelijk synoniem aan onnipotentie, dat wil zeggen, oneindige macht. Was oneindigheid vanaf het begin een goddelijk voorrecht? Dat zullen we naar alle waarschijnlijkheid nooit te weten komen. Maar in een antiek Grieks woord dat al deze concepten met elkaar verbindt – *απειρον* of *apeiron* – vinden we enkele vroege aanwijzingen.

Dit woord wordt aangetroffen in de eerste filosofische teksten uit de Griekse traditie die worden toegeschreven aan Anaximander van Milete, die vermoedelijk leefde van 610 tot 540 voor onze jaartelling. Hij beschreef de ultieme materiële principes als *apeiron*, 'het Oneindige' of onbepaalde; 'iets zonder grens, vorm of kwaliteit'. Vanaf het begin bevat het woord dus een contradictie: het tracht uit te drukken wat niet uitdrukbaar is.

Hermann Weyl, een van de meest vooraanstaande wiskundigen van de eerste helft van de twintigste eeuw, raakte geïnspireerd door de geschiedenis van de school van Pythagoras (ca. 569-500 voor onze jaartelling) en de fascinatie ervan met oneindigheid. Hij schreef:

Nog afgezien van het feit dat wiskunde het noodzakelijke gereedschap van de natuurkunde vormt, is het volgens vele grote denkers zo dat zuiver wiskundig onderzoek zelf, door toedoen van haar speciale karakter, haar zekerheid en striktheid, de menselijke geest optilt naar een grotere nabijheid tot het goddelijke dan door middel van welk ander medium dan ook bereikbaar is. Wiskunde is de wetenschap van het oneindige, het doel ervan het symbolische begrip van het oneindige met behulp van menselijke, oftewel eindige, middelen. De grote prestatie van de Grieken is dat zij het contrast tussen het eindige en het oneindige vruchtbaar hebben gemaakt voor

het kennen van de werkelijkheid. Het *apeiron*, de religieuze intuïtie van het oneindige, afkomstig uit de Oriënt, kreeg vat op de Griekse ziel. Deze spanning tussen het eindige en het oneindige en de verzoening ervan wordt vanaf dat moment de stuwende motivatie voor Grieks onderzoek.³

Weyls uitdrukking ‘afkomstig uit de Oriënt’ vormde ongetwijfeld een verwijzing naar de vele jaren die Pythagoras, naar men dacht, in Egypte had doorgebracht, waar hij de mystieke rekenkunde en geometrische leer van de priesters van Memphis bestudeerde.

Het Griekse woord *apeiron* bevatte drie hoofdideeën die in latere eeuwen standhielden:

- de ongelimiteerdheid van ruimte en tijd
- een niet-rationeel, religieus of mystiek aspect van oneindigheid
- de ondefinieerbaarheid en onmogelijkheid van de beschrijving (onnoembaarheid) van oneindigheid

Alle drie deze kenmerken zijn negatief en definiëren wat oneindigheid niet is (niet-gelimiteerd, niet-rationeel, niet-definieerbaar) in plaats van wat het wel is.

Aristoteles (384-322 voor onze jaartelling) introduceerde een onderscheid dat ook in latere tijden meestal werd geaccepteerd: oneindigheid is een potentialiteit, geen actualiteit. Hij merkte op dat als men een lijnsegment neemt (eendimensionale ruimte) het mogelijk is om dat segment door de helft te knippen en om de resulterende helft dan opnieuw door de helft te knippen, en zo eindeloos verder. Zoals hij observeerde, is het ‘altijd mogelijk om aan een groter getal te denken: want het aantal keren dat een grootte kan worden gehalveerd is oneindig. Het oneindige is derhalve potentieel, nooit actueel;ⁱⁱ het aantal delen dat kan

ii Het potentiële oneindige dient zich aan doordat het proces van tellen nooit tot een einde kan worden gebracht, bijvoorbeeld bij het tellen van het aantal punten op een lijnstuk. Het actuele oneindige dient zich aan wanneer een oneindig geheel *als* geheel overzien wordt, waarmee de mogelijkheid van verschillende oneindigheden ontstaat.

worden weggenomen overtreft elk aangeduide getal.' Aristoteles' benadering bleef eeuwenlang de dominante. Deze benadering vormt de kern van de 'calculus'ⁱⁱⁱ en van de meeste andere wiskundige behandelingen van oneindigheid tot de tijd van Cantor. Zelfs vandaag de dag vormt het idee van oneindigheid als enkel een potentialiteit het intuïtieve denkbeeld van de leek die best weet dat elk getal dat hij of zij noemt altijd kan worden overtroffen.

Discussies over oneindigheid eindigen vaak in paradoxen of antinomieën.^{iv} Aristoteles vatte een van Zeno's verscheidene paradoxen samen in zijn uiteenzetting over de poging van een snelle hardloper om weer bij te raken bij een langzamere hardloper met een start-voordeel:⁴

In een race kan de snelste hardloper de langzaamste hardloper nooit inhalen, omdat de achtervolger eerst het punt moet bereiken waarvandaan de achtervolgde startte, zodat de langzamere hardloper altijd een voorsprong moet hebben.

iii De calculus (de wiskundige studie van verandering) bestaat uit twee delen: differentiaal- en integraalrekening (of -calculus). Er wordt een onderscheid gemaakt tussen de 'klassieke' en 'moderne' calculus. De eerste term duidt op de periode waarin in Griekenland, Egypte, India en andere landen aanzetten werden gegeven tot de systematische uitwerkingen, in de periode waar de tweede term naar verwijst (de zeventiende eeuw van Newton en Leibniz), van de twee delen van de calculus in termen van, enerzijds, de 'infinitiesimaalrekening' en, anderzijds, de uitbreiding hiervan in de richting van wat nu de 'analyse' wordt genoemd.

iv De term 'antinomie' heeft een klassieke en moderne betekenis. Het komt van het Griekse woord *antinomia* wat zoiets als 'inherente tegenstrijdigheid' betekent. Tegenwoordig betekent het de tegenstrijdigheid van ware zinnen of uitspraken in het algemeen. Waar de term antinomie in de ruimere moderne betekenis als synoniem van paradox gebruikt wordt, kan in het licht van de engere klassieke betekenis worden gezegd dat een antinomie een tegenspraak is die geen paradox vormt. Wellicht enigszins verwarrend, worden binnen de moderne filosofie beide betekenissen gehanteerd. Bijvoorbeeld bij de filosoof Immanuel Kant duidt de term in de eerste plaats op de inherente tegenstrijdigheden (antinomieën) die ontstaan wanneer de zuivere rede zijn fundamentele principes op de wereld van de fenomenen toepast; op basis hiervan komt de rede via gevolgtrekkingen vervolgens tot bepaalde paradoxale conclusies die ook antinomieën worden genoemd.

In de achtervolging wordt het increment^v tussen de achtervolgde (waar vaak naar verwezen wordt als de ‘Schildpad’) en de achtervolger (vaak ‘Achilles’ genoemd) kleiner en kleiner; maar als de achtervolging beschreven wordt als een opeenvolging van momenten waarop Achilles een punt bereikt waar de Schildpad zich kort daarvoor bevond, verdwijnt het increment nooit helemaal. Hoewel iedereen zich dus een snelle hardloper die een langzamere hardloper voorbijrent kan voorstellen, is hij hier volgens Aristoteles’ schrijven over Zeno’s argument niet toe in staat; we hebben hier dus een paradox te pakken.

Dit soort paradoxen zijn niet zo makkelijk op te lossen of te weerleggen. Bertrand Russell stelde dat ze onmetelijk subtiel en moeilijk te doorgronden waren en er bestaat tegenwoordig nog steeds een debat over.⁵ Neem bijvoorbeeld het ongebruikelijke antwoord naar voren gebracht door Aleksandr Esenin-Volpin, een Russische logicus van de strikt finitistische^{vi} school, die in Sovjet-Rusland in een psychiatrische inrichting gevangen werd gezet. Esenin-Volpin werd ooit gevraagd hoe ver men de meetkundige rij van de machten van 2, zeg ($2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{100}$), kan voortzetten. Hij antwoordde dat de vraag ‘specifieker zou moeten worden gemaakt’. Toen werd hem gevraagd of hij 2^1 als ‘bestaand’ beschouwde en hij antwoordde meteen ja. Daarop werd hem

v Een ‘increment’ is een (al dan niet cijfermatig uitdrukbare of berekenbare) geleidelijke toename in de hoeveelheid van iets wat kan worden gemeten, dat wil zeggen, van een bestaande waarde.

vi ‘Strikt finitisme’ (‘ultrafinitisme’, ‘ultraintuïtionisme’ of ‘actualisme’) is een zeer specifieke positie binnen de filosofie van de wiskunde. Het is een radicale uitwerking van het ‘finitisme’ – zelf een extreme vorm van constructivisme. Het constructivisme is een algemene positie binnen de filosofie van de wiskunde die stelt dat het enige bewijs van het bestaan van wiskundig object een constructie van dat object is. Het finitisme is een specifiekere positie die de wiskunde tracht te reconstrueren op basis van het uitgangspunt dat alleen die wiskundige objecten bestaan die in een eindig aantal stappen uit de natuurlijke getallen ($[0], 1, 2, 3, 4, 5 \dots$) kunnen worden geconstrueerd. Een kenmerk van ‘strikt finitisme’ is dat er een sterke nadruk wordt gelegd op de praktische, bijna fysieke, uitvoerbaarheid van een dergelijke constructie. Een van de centrale ideeën van deze positie is dat de verzameling N van natuurlijke getallen niet bestaat.

gevraagd of 2^2 'bestond'. Opnieuw antwoordde hij ja, maar met een nauwelijks waarneembare vertraging. Daarna werd hem gevraagd naar 2^3 , en ja, maar met meer vertraging. Dit bevragen duurde voort totdat het duidelijk werd hoe Esenin-Volpin de vragen zou benaderen. Hij zou altijd met 'ja' antwoorden, maar hij zou 2^{100} zoveel tijd nemen om ja te antwoorden op 2^{100} dan op 2^1 . Esenin-Volpin had zijn eigen manier ontwikkeld om met een paradox van de oneindigheid om te gaan.⁶

Deels vanwege deze paradoxen koesterden de oude Grieken een angst voor oneindigheid; van tijd tot tijd kreeg het woord *apeiron* zelfs negatieve connotaties als 'vormloze chaos' – iets wat zou moet worden vermeden. Aristoteles' beschrijving van oneindigheid als enkel een 'potentialiteit', in plaats van een 'actualiteit', vormde één manier om met dit probleem om te gaan. Wat Aristoteles betreft kon oneindigheid worden begrepen, maar kon het nooit direct worden ervaren.

Plotinus, een mysticus en filosoof van de neo-platonische^{vii} school van rond het eind van de klassieke periode (hij leefde van 204 tot 270 na onze jaartelling) trad de oneindigheid op een positievere manier tegemoet. Hij zag een overeenkomst tussen zijn god, het *Ene*, en het onnoembare oneindige. Hij argumenteerde dat als het Ene niet oneindig was, er dan iets moest bestaan wat eraan voorbijging, wat voor hem onhoudbaar was. Interessant genoeg wekte Plotinus' zienswijze, die het oneindige verbond aan het goddelijke, de belangstelling van een van de hoofdfiguren in dit boek, de Russische wiskundige Nikolaj Loezin. In 1909 was Loezin net hersteld van een intellectuele en spirituele crisis, veroorzaakt door politieke en intellectuele gebeurtenissen. De Russische Revolutie van 1905 had zijn eerdere radicale, materialistische denkwijze vernield en het werk van Georg Cantor en dat van Franse wiskundigen (Lebesgue, Borel, Baire) had nieuwe

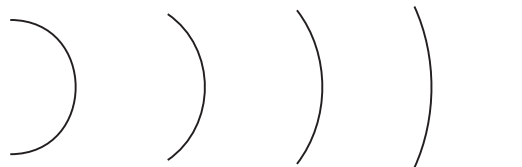
vii Met neoplatonisme wordt doorgaans de filosofisch-speculatieve en op religieuze-mystiek georiënteerde stroming bedoeld (grofweg derde tot zesde eeuw na onze jaartelling) die afkomstig is uit Griekenland en het Midden-Oosten en die met de filosofische ideeën van Plotinus tot stand kwam.

raadsels binnen de wiskunde zichtbaar gemaakt. Met Vader Pavel Florenski als leraar onderging Loezin een religieuze bekering. Vervolgens wendde hij zich, op zoek naar verdere filosofische en religieuze steun, tot Plotinus.

Omdat oneindigheid werd beschouwd als iets wat kennis van God opleverde, was er tijdens de middeleeuwen sprake van een fascinatie voor Oneindigheid. Bijvoorbeeld Gregorius van Rimini (1300-1358) voorvoelde dat iets wat oneindig was, gelijk kon staan aan een deel van het gehele oneindige. Galileo beseftte iets soortgelijks toen hij inzag dat er evenveel gehele getallen bestaan als even getallen. Als we '1, 2, 3, 4, ...' opschrijven, kunnen we uiteraard voor onbepaalde tijd doorgaan en zo'n reeks is in zijn totaliteit oneindig. Maar als we alleen de getallen '2, 4, 6, 8, ...' opschrijven, kan die reeks op een even overduidelijke manier voor altijd worden voortgezet en is dus oneindig. Maar het gezond verstand lijkt aan te geven dat er slechts half zoveel even getallen zijn als alle getallen (even en oneven) bij elkaar, dus hoe kan er in beide reeksen eenzelfde aantal bestaan? (In moderne termen gezegd, levert verdubbeling een een-op-eencorrespondentie tussen twee verzamelingen op.) Op basis van dit voorbeeld concludeerde Galileo dat er geen definitie van oneindigheid kon bestaan.

Een vollediger en positievere benadering werd naar voren gebracht door Nicolaas van Cusa (1401-1464), die een groot aantal vooruitziende ideeën had geformuleerd, waaronder een heliocentrische kijk op de verhouding tussen de aarde en de zon. Ook voegde hij metafysische overwegingen aan meetkundige analogieën toe om de betekenis van oneindigheid te verduidelijken. Nicolaas beschreef cirkels met steeds grotere diameters om te laten zien dat een segment van dergelijke cirkels de rechte lijn steeds dichter benadert, zoals in dit diagram wordt getoond:

Een segment van een cirkel met een oneindige diameter zou om die reden samenvallen met een rechte lijn. Nicolaas hield echter vol dat de rationele geest een dergelijke oneindigheid niet kan begrijpen. Hij geloofde dat zo'n begrip alleen door middel van een mystiek, religieus inzicht bereikt kon worden.



Steeds grotere cirkels met segmenten die de rechte lijn benaderen, zoals voorgesteld door Nicolaas van Cusa.

Een belangrijke verdere doorbraak werd tot stand gebracht door Bernard Bolzano (1781-1848), een Tsjechische priester die een grondige studie deed naar de speculatieve traditie binnen de middeleeuwse filosofie. Bolzano was verontrust over de ‘antinomieën’ van de oneindigheid. In zijn boek *Paradoxen des Unendlichen* (*Paradoxen van het Oneindige*) probeerde hij op eenzelfde manier met uiteenlopende wiskundige oneindigheden om te gaan als met gewone eindige getallen. Hij introduceerde het woord ‘verzameling’ (*die Menge*) en verdedigde het concept van het ‘actuele oneindige’. Verder beweerde hij nadrukkelijk dat twee oneindigheden hetzelfde zijn als er een wet bestaat die aan ieder element van de eerste verzameling een-op-een een element van de tweede verzameling koppelt.

De eigenlijke verzamelingenleer werd in het leven geroepen door Georg Cantor, die in 1845 werd geboren in St. Petersburg, Rusland, waar zijn vader koopman was. De vader, Georg Waldemar Cantor, had joodse ouders, maar was door de doop in het lutheranisme opgenomen. In 1856, toen de zoon elf was, verhuisde de familie naar Duitsland, waar de jonge Georg lessen volgde aan scholen in Wiesbaden en Darmstadt. Al vroeg bewees hij over een uitzonderlijk talent voor de wiskunde te beschikken, in het bijzonder voor de trigonometrie (driehoeksmeting). Ook bestudeerde en genoot hij van filosofie en theologie. En religie bleef hem zijn hele leven in belangrijke mate beïnvloeden. In 1862 ging hij naar de Polytechnische School van Zürich en zijn vader, die wilde dat hij ingenieur werd, overtuigde hij ervan dat hij in

plaats daarvan de wiskunde in zou moeten gaan. Hij studeerde ook aan de Universiteit van Berlijn en aan die van Göttingen. Na zijn promotie te hebben afgerond, werd hij in 1862 aangesteld aan de Universiteit van Halle.

De verzamelingenleer begon in december 1873, toen Cantor tot zijn eigen verbazing bewees dat de verzameling van natuurlijke getallen \mathbb{N} (vanaf 1895 zou Cantor het 'aantal elementen' ervan \aleph_0 alef-nul, noemen) en de verzameling van reële getallen^{viii} \mathbb{R} (het Continuüm) verschillende typen van oneindige aantallen elementen bezaten. Het lag dus voor de hand om te vragen of er een verzameling met een andere oneindigheid tussen de oneindigheid van natuurlijke getallen en het continuüm van de reële getallen ingeklemd zat. Dit is een zwakkere vorm van de, reeds in 1897 uiteengezette, Continuümhypothese (CH),⁷ die voor Cantor jarenlang een inspiratiebron voor verder werk zou vormen en voor enkele wiskundigen een bron van psychische problemen – eerst voor Cantor zelf (in 1884), maar later ook voor Baire en Aleksandrov.

Gedurende een periode van dertig jaar intensieve arbeid legde Cantor de fundamenten voor de verzamelingenleer. In het eerste deel van zijn onderzoek (1873-1882) bleef hij dicht bij het oorspronkelijke probleem van deelverzamelingen van de reële lijn, maar hij verkreeg opvallende resultaten, zoals de eerdergenoemden. Cantor gaf de eerste definitie van een verzameling pas in 1883, toen hij aan Richard Dedekind schreef:

Onder een variëteit of een verzameling versta ik in het algemeen iedere Veelheid die als een Een gedacht kan worden, i.e. iedere collectie van bepaalde elementen die door middel van een wet tot een geheel kan worden samengebonden, en hiermee geloof ik iets te definiëren dat lijkt op het platonische

viii Reële getallen zijn de getallen die overeenkomen met de punten op een (getallen)lijn. Binnen de wiskunde wordt de verzameling van reële getallen (i.e. het continuüm) genoteerd als \mathbb{R} . Deze verzameling bestaat uit de zogenoemde rationale getallen en irrationale getallen.

εἶδος of ἰδέα.¹⁸ [Cantor gaf, binnen het Grieks, de voorkeur aan deze termen boven Aristoteles' slechts potentiële *apeiron*; ook citeerde hij Plato's *Philebus*].

Daarna begon Cantor met de operatie die met een deel P van de lijn de verzameling P' , de zogenoemde afgeleide verzameling die is samengesteld uit haar limietpunten, verbindt. Cantor herhaalde de operatie: voor elk deel P , neem P' , en neem daarna de afgeleide verzameling van P' en noem deze P'' [...]. Hij ging vervolgens een oneindig aantal keer door met herhalen en ging zelfs 'transfinit' ^{ix} verder. Cantor bekeek dit proces en stelde vast: 'We nemen een dialectisch ontstaan van concepten waar dat altijd verder leidt en daarbij gevrijwaard blijft van willekeur en op zichzelf noodzakelijk en consistent is.'⁹

Zoals een natuurkenner onbekende bloemen plukt, verzamelde Cantor een groot aantal van dergelijke voorbeelden. En zo ontdekte hij wat later de 'ternaire verzameling van Cantor' (of middelste-derde Cantorverzameling) werd genoemd die vanaf dat moment (en zelfs in recentere jaren, als een voorbeeld van fractals) een doorslaggevende rol speelde. Cantor deelde een lijnsegment, zeg $(0, 1)$, in drie stukken. Daarna nam hij het middelste derde deel weg. Dit proces herhalend, nam hij vervolgens de middelste derde delen van de twee overgebleven segmenten weg en hij zette dit alsmaar voort, zoals op de pagina hierna wordt getoond.

De intersectie van alle overgebleven deelverzamelingen die met iedere stap wordt geconstrueerd, is de ternaire verzameling van Cantor. Deze verzameling heeft hetzelfde 'aantal elementen' als het Continuüm.

Het eerste diepgravende resultaat met betrekking tot de Continuümhypothese ontstond in 1884, toen Cantor bewees dat elke

^{ix} Transfinit is het woord dat Cantor gebruikte voor oneindige getallen, dat wil zeggen die (kardinaal of ordinaal) getallen die groter zijn dan alle eindige getallen (zie voetnoot vii van dit hoofdstuk). De transfinitie getallen zijn uitbreidingen van natuurlijke getallen. Bijvoorbeeld, waar de kardinaliteit van een eindige verzameling een natuurlijke getal is, wordt de kardinaliteit van de gehele verzameling van natuurlijke getallen uitgedrukt met het kleinste oneindige getal (alef-nul, \aleph_0).



Ternaire verzameling van Cantor.

gesloten verzameling óf aftelbaar^x was óf een een-eenduidige afbeelding^{xi} van de Cantorverzameling bevatte, daarmee bewijzend dat alle gesloten deelverzamelingen van de lijn aan de CH voldoen. Voor Cantor was dit een hint dat de CH weleens in algemene zin waar zou kunnen zijn.

Ook definieerde Cantor een oneindige hiërarchie van kardinalen en ordinalen,^{xii} die het best met behulp van een voorbeeld kunnen worden uitgelegd. Laten we ons een kind voorstellen waaraan een aantal appels is gegeven. Het zou

x Dat eindige verzamelingen aftelbaar zijn betekent dat alle elementen ervan stuk voor stuk geteld kunnen worden. Dat een verzameling zoals de verzameling van natuurlijke getallen oneindig aftelbaar is, betekent dat er een telsysteem bestaat of te bedenken valt zodat alle elementen van de verzameling een-voor-een geteld zouden kunnen worden. Er zijn ook verzamelingen die niet aftelbaar zijn, zoals de verzameling van reële getallen. Dit kan op twee manieren worden uitgelegd. In niet-technische zin betekent het dat een verzameling op een bepaalde significante manier meer elementen bevat dan de verzameling van natuurlijke getallen. In technische zin is een verzameling overaftelbaar wanneer deze niet in een bijtief verband (zie voetnoot xi van dit hoofdstuk) staat met de verzameling van natuurlijke getallen en, dus, een kardinaliteit heeft die groter is dan \aleph_0 .

xi Een een-eenduidige afbeelding is een ander woord voor *bijjectie* en een benaming voor een een-op-eencorrespondentie tussen verzamelingen. Twee verzamelingen hebben evenveel elementen (i.e.; hebben dezelfde kardinaliteit) als die elementen een-eenduidig aan elkaar gekoppeld kunnen worden, dat wil zeggen; als ze een-op-een met elkaar corresponderen, zodat er sprake is van een bijjectie. Dat de verzameling van natuurlijke getallen en de verzameling van reële getallen niet dezelfde kardinaliteit hebben wil zeggen dat er geen bijjectie tussen deze twee verzamelingen bestaat en dat het, dus, verschillende oneindigheden zijn.

xii Kardinaalgetallen (of: kardinalen) en ordinaalgetallen (of: ordinalen) zijn transfinitie (of: oneindige) getallen (zie voetnoot ix van dit hoofdstuk). Een kardinaalgetal is een hoeveelheidsgetal; een ordinaalgetal een telgetal.

de appels kunnen bekijken en zeggen: 'Eén, twee, drie, vier, vijf, zes, zeven. Ik heb zeven appels.' Waar de eerste 'zeven' werd uitgesproken op het moment dat de laatste appel werd waargenomen, was de tweede 'zeven' bedoeld als een bewering die op de totale verzameling appels sloeg. De eerste 'zeven' kan een ordinaalgetal genoemd worden (*Zahl* in Cantors Duits) en de tweede 'zeven' een kardinaalgetal (*Anzahl*). Cantor breidde de twee noties uit tot iedere verzameling S (eindig of oneindig), waarbij hij veronderstelde dat de elementen in een bepaalde ordening gegeven zijn.

Een voorbeeld: laat ω (omega) het ordinaalgetal zijn van de gewone verzameling van gehele getallen in een normale ordening

1, 2, 3, ...

Breng een andere ordening aan in de verzameling van gehele getallen door eerst even getallen te schrijven, dan oneven getallen en vervolgens aan het eind een 1 toe te voegen:

2, 4, 6, ...; 3, 5, ...; 1

Deze geordende verzameling heeft het ordinaalgetal $\omega + \omega + 1$, maar de kardinaal is, zoals bij alle aftelbare verzamelingen, alef-nul. Dus, als je een verzameling een andere ordening geeft, verander je het ordinaalgetal ervan, maar niet de kardinaal.

In Cantors fundamentele werk uit 1883, 'Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre' ('De Grondslagen voor een Algemene Verzamelingenleer'), ontwikkelde hij, in reactie op Leopold Kroneckers kritiek, metafysische ideeën over de 'Vrije Wiskunde'. Hij bleef zijn hele leven achter deze ideeën staan die nauw verbonden waren met zijn sterke religieuze overtuigingen. Dat Cantor geloofde dat wiskundige concepten een op welgedefinieerdheid en non-contradictie gebaseerde 'immanente realiteit' hebben en een van representatie in de externe wereld afhankelijke 'transsubjectieve of tijdelijke' realiteit, getuigt van

de invloed van Spinoza. Beide soorten van bestaan (of existentie) staan met elkaar in verbinding.^{xiii}

De nieuwe vrijheid voor de wiskunde schiep ruimte voor haar toekomstige ontwikkeling en maakte een sterke indruk op de door de Naamaanbiddingsbeweging beïnvloede Russen. Ook stimuleerde het de in de jaren dertig door David Hilbert voortgebrachte axiomatische school. De Russen keken terug op wat Cantor had gedaan en kenden binnen de wiskunde een nieuw belang toe aan 'noemen'; Cantor had immers een hele hiërarchie van alefs genoemd die in zijn ogen een 'immanent' bestaan hadden. De Russen geloofden dat de nieuwe oneindigheden, nadat zij genoemd waren, een bestaan verkregen dat zij daarvoor niet hadden.

Cantor was zich bewust van het belang van de stappen die hij had gezet. In dezelfde brief als waar hierboven naar wordt verwezen, schreef hij aan Dedekind:

Het heeft God Almachtig behaagd dat ik de meest opvallende [...] resultaten binnen de verzamelingenleer [...] heb verkregen [...] [en] dat ik heb gevonden wat jarenlang in mij giste en waar ik lang naar op zoek ben geweest.

xiii Cantors argument voor de vrijheid van de wiskunde hing samen met zijn onderscheid tussen 'immanente' (of 'intrasubjectieve') realiteit en 'tijdelijke' of 'transsubjectieve' realiteit. Over de eerstgenoemde realiteit schreef hij in een beroemd artikel uit 1883 onder andere het volgende: 'Ten eerste kunnen we de gehele getallen als bestaand opvatten voor zover zij, op basis van definities, een volkomen duidelijke plek in ons verstand innemen, goed zijn onderscheiden van alle andere delen van ons denken en in duidelijke verbindingen staan met deze delen en, dus, de inhoud van onze geesten op een duidelijke manier veranderen.' Over de laatstgenoemde realiteit merkte Cantor in datzelfde artikel vervolgens dit op: 'Maar er kan ook realiteit aan getallen worden toegeschreven voor zover zij moeten worden begrepen als een uitdrukking of kopie van de gebeurtenissen en verbindingen in de externe wereld waarmee het intellect wordt geconfronteerd, of voor zover het zo is dat, bijvoorbeeld, de verscheidene soorten getallen staan voor krachten die zich daadwerkelijk voordoen in de fysieke of mentale natuur.' Cantor stelde dat de, in essentie vrije, wiskunde alleen wordt beperkt door de eisen van de immanente realiteit, dat wil zeggen, van een realiteit die niet losstaat van de wiskunde zelf.

De reacties op de nieuwe theorie waren in Duitsland vrij gemengd: de jongere generatie wiskundigen stond er redelijk open voor, maar de Berlijnse School was, onder leiding van Leopold Kronecker, uitgesproken vijandig. Kronecker geloofde dat 'de gehele analyse en algebra' op een dag 'gegrond zullen zijn op het strikte concept van het gehele getal',^{xiv} en dat alle wiskunde in een eindig aantal stappen zou moeten worden geconstrueerd. Dit verzet had een negatief effect op Cantors academische carrière en op zijn geestestoestand.

Charles Hermite, een belangrijke Franse wiskundige, oom van Paul Appell en schoonvader van Émile Picard, was niet zo rigide als Kronecker. Hij was opgeleid in de traditionele Franse filosofie en had een afkeer van discontinue functies (functies die niet aaneengesloten of vloeiend zijn, maar sprongen of onderbrekingen bevatten),^{xv} maar toch erkende hij hun bestaan. Hermite analyseerde zijn eigen filosofische achtergrond in een brief van 24 december 1880 aan de Zweedse wiskundige Gösta Mittag-Leffler:

Analyse is voor mij hoofdzakelijk een wetenschap van de observatie. Analisten schijnen mij toe als naturalisten die met de ogen van de geest naar een wereld kijken die even werkelijk is als die van de natuur, naar wezens buiten hen zelf, die zij geenszins tot stand hebben gebracht, en wier bestaan evenzeer in de noodzaak der dingen gelegen ligt als dat van dieren en planeten. De studie van de subjectieve wereld maakt om die reden een inzicht mogelijk, een visie op de werkelijke wereld.¹⁰

xiv De verzameling van gehele getallen bevat de natuurlijk getallen (positieve en niet-negatieve gehele getallen: 1, 2, 3, 4, 5, ...) en de negatieve gehele getallen (-1, -2, -3, -4, -5, ...).

xv Een functie drukt een afhankelijkheid uit van een afhankelijke variabele ('functiewaarde') van een onafhankelijke variabele ('argument'). Een functie is discontinu wanneer er zich in de afbeelding ervan (in een grafiek) punten voordoen waar de functie niet continu is, wat betekent dat de lijn daar niet vloeiend getrokken kan worden. Er bestaan ook discontinue functies die niet alleen op bepaalde punten *niet* continu zijn, maar die *overal* discontinu zijn.

Hermite gaf toe dat de ontdekking van zeer discontinue functies het geloof van 'natuurfilosofen' in de volledige continuïteit van de wetten van de Natuur kon doen afnemen en hen ertoe kon brengen hun opvatting over de werkelijke wereld te wijzigen.

Onder de jongere Duitse wiskundigen maakte Paul du Bois-Reymond (1831-1889) bezwaar tegen een deel van de nieuwe verzamelingenleer. Hij accepteerde het 'actuele oneindige', maar verwierp de filosofie die ten grondslag lag aan de behandeling van het Continuüm, omdat Cantor geen enkel onderscheid maakte tussen verzamelingen. In tegenstelling hiermee wilde Du Bois-Reymond het Continuüm een soort mystieke status buiten de wiskunde geven. Hij meende dat begrip van het Continuüm de vermogens van wiskundigen te boven ging.

Mittag-Leffler zag onmiddellijk de mogelijke toepassingen van Cantors ideeën binnen de (analytische) functietheorie; functies waren veel vatbaarder voor wiskundig onderzoek dan de problemen omtrent het Continuüm. Mittag-Leffler groeide uit tot een actieve voorstander van de verzamelingenleer en hielp Cantors ideeën te verspreiden onder de belangrijke Franse en Duitse wiskundigen die zijn collega's en vrienden waren. Een van hen was Charles Hermite; een ander was Henri Poincaré, die binnen korte tijd de ster, en later de nestor van de Franse wiskunde zou worden en die vaak 'de laatste universele wiskundige' werd genoemd.

In 1882 opperde Mittag-Leffler dat Cantors werk in het Frans zou moeten worden vertaald, al stond hij positiever tegenover Cantors wiskunde dan zijn filosofie. Hermite en Poincaré waren het erover eens dat Franse lezers van Cantor bezwaar zouden kunnen hebben tegen 'onderzoek dat tegelijkertijd filosofisch en wiskundig is en waarin willekeur een buitenissige plaats inneemt'. Hermite vond dat Cantors werk eerder Duitse metafysica dan wiskunde was. Mogelijk stelde hij om die reden een jezuïtische priester van Saint-Sulpice voor als vertaler, daarbij opmerkend dat '[Cantors] filosofische manier van denken geen obstakel zal vormen voor een vertaler die kennis heeft van Kant'.¹¹ Tijdens het vertaalwerk deden Hermite en Poincaré suggesties

voor weglatingen in de filosofische stukken. En zelfs een deel van de wiskunde kwam als te abstract op hen over; zoals Poincaré opmerkte, zagen ze in dat hogere oneindigheden een ‘vleugje vorm zonder materie leken te bezitten, wat voor de Franse geest weerzinwekkend is’.¹²

Op dit punt legde Poincaré zijn eigen filosofische benadering ten aanzien van de wiskunde en wiskundige objecten bloot: zij kunnen geen puur abstracte noties zijn, maar moeten verwijzen naar materiële objecten – lichamen, planeten, populaties. Deze aristotelische benadering maakte deel uit van een oude Franse traditie (Laplace, Fourier), die tot de Tweede Wereldoorlog de Franse school van de mathematische fysica en het belangrijkste deel van de Franse wiskundige school beïnvloedde. Deze Franse benadering zou uitlopen op een onenigheid tussen Poincaré en Hilbert op het Internationale Congres voor Wiskundigen in 1900 in Parijs. Zelfs de Franse wiskundige Émile Borel, die noties uit Cantors verzamelingenleer voor puntverzamelingen gebruikte, vertoonde een groeiend wantrouwen jegens de algemeenheid van de theorie. Ondanks deze Franse argwaan over de verzamelingenleer raakten de ermee verbonden concepten in de allerlaatste jaren van de negentiende eeuw wijd en zijd bekend onder wiskundigen.

In augustus 1897 gaf een andere Franse wiskundige, Jacques Hadamard, in Zürich een lezing waarin hij voorstelde om de verzamelingenleer niet alleen voor de beschouwing van punten op het Continuüm, maar ook voor de studie naar ‘verzamelingen van functies’ te gebruiken. Dit voorstel was ingegeven door de problemen binnen de variatierekening en werd tegelijkertijd door de Italiaanse School ter hand genomen. Ongeveer tien jaar later zou deze onderzoeksrichting door Maurice Fréchet, een leerling van Hadamard, verder worden uitgewerkt, wat leidde tot het ontstaan van de functionaalanalyse.

De Franse wiskundige René Baire maakte van de gelegenheid van een *fellowship* gebruik om Turijn te bezoeken en daarop zorgde hij voor een doorbraak in de moderne analyse van functies. Hij construeerde een classificatie van de meeste continue en

discontinue functies. Baires proefschrift uit 1889 over dit thema veroorzaakte een behoorlijk schandaal binnen de Franse gevestigde orde. Een van de leden van zijn promotiecommissie, Émile Picard, kon het opbrengen om het proefschrift – samen met de andere leden van de commissie, Darboux en Appell – uit eerbied voor Baires onmiskenbare wiskundige bekwaamheid goed te keuren, maar hij was sceptisch over Baires algehele benadering. Sterker nog, Picard wantrouwde alle pogingen om filosofie en wiskunde met elkaar te vermengen. Baire was ontvankelijker voor zulke pogingen, maar zelfs hij had enige twijfel, zoals velen in de Franse school dat hadden.

Onder de Franse wiskundigen waren Émile Borel (1871-1956), Henri Lebesgue (1875-1941) en René Baire (1874-1932) – naar wie in dit boek wordt verwezen als het Franse Drietal – de leiders op het gebied van het worstelen met de implicaties van de verzamelingenleer. In navolging van Cantor voegden ze vervolgens een illustere bladzijde toe aan de geschiedenis van de wiskunde. Later zouden ze echter worden overmand door twijfels over wat ze aan het doen waren. Uiteindelijk kwamen ze bij een intellectuele afgrond waarvoor ze tot stilstand kwamen. Geconfronteerd met dit angstaanjagende uitzicht en beïnvloed door de rationalistische cultuur waarin ze leefden, verloren ze hun moed. Ieder van hen drukte deze frustratie op een andere manier uit, wat veel zei over hun afzonderlijke persoonlijkheden.

Maar voordat dat gebeurde, gaven ze de Russische wiskundigen Dmitri Egorov (1869-1930) en Nikolaj Loezin (1883-1950) – die samen met hun vriend Pavel Florenski (1882-1937) het Russische Drietal vormden – les in wat ze zelf over de verzamelingenleer geleerd hadden. Gesterkt door het mystieke geloof in de kracht van de Naamaanbidding, die de monniken van de berg Athos over heel Rusland hadden verspreid, slaagden de Russen erin om hun weg over de afgrond te vinden. In de van elkaar afwijkende reacties van de Fransen en Russen werd de invloed van hun kenmerkende culturele en religieuze tradities zeer duidelijk zichtbaar.

3. Het Franse drietal: Borel, Lebesgue, Baire

‘Wie van ons zou zich niet verheugen om de sluier waarachter de toekomst verborgen ligt op te tillen en om een blik te werpen op de geheimen van de wiskunde in de loop van de toekomstige eeuwen?’

– David Hilbert, *Internationaal Congres voor Wiskundigen*,
Parijs, 8 augustus, 1900

Het moment waarop het belang van de verzamelingenleer voor wiskundigen, en dan vooral voor de Franse wiskundigen, duidelijk werd, was na het tweede Internationale Congres voor Wiskundigen, dat in 1900 in Parijs gehouden werd. De bijeenkomst opende met een toespraak van de Duitse wiskundige David Hilbert (1862-1943), een voordracht die onmiddellijk als belangrijk werd erkend en die tegenwoordig als wellicht de beroemdste voordracht in de geschiedenis van de moderne wiskunde wordt beschouwd. Hilbert liet duidelijk blijken dat hij verwachtte dat Cantors verzamelingenleer een zwaarwegende rol zou spelen in de toekomst van het vakgebied. Hij zette de CH, de Continuümhypothese, bovenaan op zijn lijst met de drieëntwintig grootste wiskundige problemen.

In deze tijd bevond Europa zich midden in de ‘belle époque’, een periode van stabiliteit, vrede en voorspoed. Onder de oppervlakte van het welzijn bevonden zich, uiteraard, problemen. Er waren internationale spanningen, vooral tussen Duitsland en een Frankrijk dat nog steeds rouwde om het verlies van Alsace-Lorraine in 1871. Er vond een toenemende strijd plaats tussen de welvarenden en degenen op de laagste trede van de economische ladder. De Tweede Internationale verbond socialistische en arbeiderspartijen die het kolonialisme en imperialisme kritiseerden en die een volkomen ander economisch systeem voorzagen. En binnen amper vijf jaar zou Rusland geteisterd worden door

een gewelddadige en mislukte revolutie, die een keerpunt zou vormen in het leven van de belangrijkste wiskundige in dit boek, Nikolaj Loezin.

Maar in augustus 1900 leek Parijs nog het vredige en prachtige centrum van de ontwikkelde en beschaafde wereld. Van overal in Europa kwamen wiskundigen aan op het congres en een klein aantal van hen maakten gretig gebruik van hun tocht naar Parijs om, net voor aanvang van de wiskundige bijeenkomst, enkele lezingen op het Internationale Congres voor Filosofie aan de Sorbonne bij te wonen. Daar hoorden ze Émile Boutroux en zijn schoonbroer Henri Poincaré spreken over de wetenschapsfilosofie. Gedurende hun tijd in Parijs wandelden de jongere wiskundigen laat op de avond langs de rivieroever, waar ze de paviljoens van de Wereldtentoonstelling, die al miljoenen toeristen naar Parijs had getrokken, en de recentelijk gebouwde Eiffeltoren bewonderden. Later, aan het einde van het congres, zouden enkele deelnemers zich bezondigen aan een avond in het Théâtre de la Renaissance om Sarah Bernhardt, 'Goddelijke Sarah', de beroemdste actrice ter wereld, te zien.

David Hilbert, professor in Göttingen, had een uitnodiging van zijn 'vriendelijke' tegenstrever Henri Poincaré geaccepteerd om op het Parijse Congres de openingstoespraak te houden. Op het eerste Internationale Congres van drie jaar eerder had Poincaré een lezing van een algemeen karakter verzorgd waarin hij het verband tussen de wiskunde en de exacte wetenschappen had benadrukt. Op advies van Hermann Minkowski, een jong genie die in Zürich doceerde, besloot Hilbert de uitdaging te aanvaarden en met een andere kijk op de wiskunde op Poincaré te reageren. Hilbert stelde de relevantie van de wiskunde voor andere vakgebieden niet aan de orde; in plaats daarvan besprak hij de problemen waar de wiskunde zich binnen haarzelf mee geconfronteerd zag.

De strijd ging hier niet alleen tussen 's werelds laatste twee universele wiskundigen, maar ook tussen twee filosofieën van de wiskunde. Poincaré vertegenwoordigde de oude Franse denkwijze (die van Fourier, Laplace en vele anderen), die de

wiskunde beschouwde als nauw verbonden met de natuurkunde en de wereld. Hilbert stelde een andere denkwijze voor, één die dichter bij Kant lag en abstracter was. Kort gezegd was dit een rivaliteit tussen de twee belangrijkste scholen van de wiskunde van die tijd, een Franse en een Duitse, met een onmiskenbare nationalistische dimensie.

Hilbert sprak zijn grote waardering uit voor de verzamelingenleer en voor Cantors werk van na de jaren zeventig van de negentiende eeuw. Zoals beschreven in het vorige hoofdstuk begon de verzamelingenleer met Cantors bewijs dat er ten minste twee verschillende oneindigheden zijn: een aftelbare oneindigheid, bestaande uit het oneindige aantal natuurlijke getallen (door Cantor later \aleph_0 , alef-nul, genoemd), en de overaftelbare oneindigheid van punten op een lijn (het Continuüm).¹ Cantors oorspronkelijke argument was gebaseerd op Eudoxus' benadering die gebruikmaakte van geneste reeksen. Het 'diagonaalargument'² waar hij zich in 1878 van bediende, toonde niet alleen aan dat er zich meer punten op het Continuüm bevinden dan in de verzameling van natuurlijke getallen, maar ook dat er een in strikte zin toenemende reeks oneindigheden bestaat die begint bij \aleph_0 – een hele hiërarchie van oneindigheden, een oneindigheid van verschillende oneindigheden. Cantor had gehoopt de classificatie van deze oneindigheden te voltooien door aan te tonen dat het Continuüm (de verzameling van punten op een lijn) na \aleph_0 de volgende alef was – de Continuümhypothese. In de jaren tachtig en negentig bleef hij voortdurend aan dit probleem werken, maar de toenemende moeilijkheden waar

i Cantors diagonaalbewijs toont aan dat er, ondanks het feit dat zowel de verzameling van natuurlijke getallen als de verzameling van reële getallen oneindig zijn, meer reële getallen zijn dan natuurlijke getallen. Of, technischer uitgedrukt, dat de kardinaliteit van de verzameling van reële getallen R groter is dan de kardinaliteit van de verzameling van natuurlijke getallen N en dat de verzameling R dus overaftelbaar is. Het bewijs had de vorm van een *reductio ad absurdum* (bewijs uit het ongerijmde). Cantor nam aan dat er evenveel natuurlijke getallen als reële getallen bestaan, liet vervolgens zien dat dit tot een contradictie leidt en concludeerde daaruit dat de aanname foutief is.

hij mee te maken kreeg, waren deels verantwoordelijk voor de reeks psychische crises die hij na 1894 doormaakte. In zijn toespraak van 1900 in Parijs benadrukte Hilbert het belang van het vraagstuk van het Continuüm, een kwestie die Cantor had geobsedeerd en betoverd.

Cantors ontvangst in Frankrijk

In 1900 namen in Frankrijk drie jonge wiskundigen, Émile Borel, René Baire en Henri Lebesgue, kennis van Hilberts lezing op het Parijse congres. Lebesgue gaf in die tijd wiskundeles in Nancy en was vermoedelijk te arm om de reis naar Parijs te maken. Borel daarentegen woonde in Parijs en zat in het publiek toen Cantor zijn inleidende toespraak gaf. Hij had de jongere wiskundige Baire, voor wie hij een sterke genegenheid begon te ontwikkelen, meegenomen.

Deze drie mannen zouden het leeuwendeel van de Franse reactie op de verzamelingenleer gestalte geven, en al doende fundamentele bijdragen aan de wiskunde leveren. De oorsprong van hun houding kan gevonden worden in de bijzonderheden van hun leven, alsook in het intellectuele milieu van Frankrijk – het land van René Descartes en Auguste Comte en de bakermat van een sterke rationalistische traditie. Ieder schoolkind leerde de woorden van de zeventiende-eeuwse literair criticus Nicolas Boileu: ‘Alles wat kan worden begrepen, kan helder worden uitgedrukt en de woorden komen dan als vanzelf’.² Dit liet weinig ruimte voor onnoembaarheid!

Descartes was onder Franse denkers en wetenschappers een dominante invloed. Volgens Descartes zouden denkers zich moeten inspannen om

alle problemen die worden onderzocht in zoveel stukken op te delen als mogelijk en noodzakelijk zou kunnen zijn om ze op een adequate manier op te lossen. Om mijn gedachten in een vaste volgorde te leiden, door te beginnen met de eenvoudigste

en de gemakkelijkst te kennen voorwerpen, zou ik stukje bij beetje kunnen opklimmen en, als het ware, stap voor stap, tot kennis van de complexere komen, in het denken zelfs een ordelijke samenhang te veronderstellen tussen die welke niet van nature aan elkaar voorafgaan.ⁱⁱ

Ieder probleem zou dus moeten worden opgedeeld in eenvoudige bestanddelen, en denken bedenkt helderheid en uitdrukbaarheid.

Men kan de kracht van Descartes' invloed zien in de talrijke artikelen en voordrachten van tegen de wisseling van de negentiende naar de twintigste eeuw die ter ere van hem waren geschreven. Bijvoorbeeld Picard, een uitgesproken tegenstander van de verzamelingenleer, verklaarde op de driehonderdste verjaardag van Descartes' geboorte in 1896: 'Ik heb, zoals het hoort, altijd een oneindig respect voor Descartes gehad. Men moet Descartes beoordelen op de volkomen nieuwe oriëntatie die hij de wetenschap, door zijn genieachtige intuïties en door zijn methode, schonk.'³

Descartes was ook een invloedrijk voorstander van de opvatting dat de wiskunde de meest universele en minst vooringegenomen vorm van kennis was. De meeste Franse wiskundigen wilden filosofische en wiskundige vragen zoveel mogelijk scheiden. De Russische wiskundigen die de verzamelingenleer later van Borel en Lebesgue leerden daarentegen wilden filosofische – sterker nog, religieuze – kwesties en de wiskunde tot één geheel samenvoegen.

Een tweede belangrijke invloed onder Franse wiskundigen was het positivisme. Het positivisme van Auguste Comte floreerde aan het einde van de negentiende eeuw, niet alleen op de Sorbonne, maar binnen het gehele Franse onderwijssysteem dat in 1902 langs comtiaanse lijnen hervormd werd.⁴ Volgens Comte was het zo dat zodra de wetenschap zichzelf ontdoet van alle metafysische invloeden en het 'positieve stadium' betreedt, haar

ii Deze passage is afkomstig uit het Tweede Gedeelte van René Descartes' *Vertoog over de Methode (Discours de la Methode)* uit 1637.

doel niet langer een metafysische zoektocht naar waarheid of een rationale theorie die de realiteit zou moeten representeren is. In plaats daarvan is de wetenschap opgebouwd uit wetten (correlaties tussen observeerbare feiten), die door de wetenschapper gebruikt kunnen worden zonder zich daarbij te bekommeren om het wezen van de realiteit.

Émile Borel leidde een intensief en zeer actief leven. Hij was dermate begaafd dat zijn vrouw Camille na zijn dood zou schrijven dat hij werd 'opgeslokt door alle mogelijke ervaringen. Hij stortte zich op het bestaan zoals een zwemmer het water in duikt, hij gaf zich over aan de wetenschap, aan zijn vrienden, aan de politiek, aan het najagen van de meest uiteenlopende soorten genot.' Op andere momenten was hij een briljante jonge wiskundige; professor, lid van de *beau monde* in Parijs; directeur van de École Normale Supérieure; journalist; uitgever van de *Revue du Mois* (die een cruciale rol speelde in de vorming van Radicaal Links); vriend van Edouard Herriot en Painlevé, en een van de voornaamste figuren van de Radicale Partij; burgemeester van zijn kleine geboortegemeente; hoofd van de wetenschappelijke en technische diensten ten behoeve van het Ministerie van Oorlog; zes maanden lang minister van Marine; activist binnen het Franse Verzet; gevangene van de Gestapo; en drager van ontelbare onderscheidingen en eretekens. Bijna zijn hele leven lang wist hij zich gesteund door de exceptionele intellectuele band met zijn vrouw Marguerite, die bekendstond als Camille Marbo (*Marguerite Borel*), later een '*femme de lettres*' – een vrouw die hij, op eenendertigjarige leeftijd en toen zij achttien was, zorgvuldig uitkoos.⁵

Borel werd geboren in het kleine dorp Saint-Paul de Fonts in het *département* Aveyron in het landelijke zuidwesten van Frankrijk. Émiles vader Honoré Borel bezat daar onroerend goed in een landschap met kleine heuvels en met een droog klimaat, typisch voor het zuiden van de Rouergue en enigszins vergelijkbaar met Corsica of andere delen van de mediterrane kust zoals Griekenland of Algerije. Het nabijgelegen grotere dorp St. Affrique was vernoemd naar de zeventiende-eeuwse

St. Africus (die naar verluidt in de streek werd begraven). St. Affrique, gelegen aan de rivier de Sorgue, wordt omgeven door prachtige lichte groene heuvels, rode aarde en diepe riviergeulen. De geschiedenis van de streek, die wordt gekarakteriseerd door religieuze en militaire conflicten, is even kleurrijk als haar geografie.

De vermaardheid van de streek om haar weigering de leer van de officiële kerk te aanvaarden, werd tijdens de zeventiende-eeuwse religieuze oorlogen versterkt, toen St. Affrique een bolwerk van de Franse protestanten, de Hugenoten, was. Hoewel zij in 1629 door het koninklijk leger werden verslagen, bleef hun invloed bestaan. Émile Borels vader Honoré was de protestantse dominee van de stad en de oprichter van een vrijzinnig-protestantse school. De toekomstig wiskundige woonde in het grote huis van zijn ouders in het centrum van de gemeenschap, naast zijn vaders kerk, een korte wandeling verwijderd van de Pont Vieux, een van de fraaiste middeleeuwse bruggen in Frankrijk.

Borel hield veel van zijn thuisomgeving en geloofde dat deze geworteld was in eeuwenoude wijsheid en waarachtig menselijke sentiment. Lang nadat hij naar Parijs verhuisd was, zou hij, tot op zeer late leeftijd, regelmatig terugkeren naar St. Affrique. Daar kon hij al wandelend door de heuvels en velden, de arbeiders en het vee bewonderend, worden aangetroffen. Hij vergat zijn thuisland in het hart van de Rouergue nooit en combineerde dit lokale 'ankerpunt' met sterk Frans patriottisme en het geloof in de verdediging van de natie. Borels jonge vriend en student Arnaud Denjoy (1884-1974) herinnerde zich zijn leraar als iemand met 'getallen en aarde uit de Rouergue onder zijn schoenen geplakt' (*'à la semelle de ses souliers'*). En wellicht zou Borel er later om deze reden moeite mee hebben om die concepten binnen de verzamelingenleer te accepteren waarvan hij dacht dat ze niet in verband konden worden gebracht met iets 'echts'.

Op zijn vaders school was Borel een briljante jonge leerling en hij vertoonde al gauw een grote honger naar het leven en naar academische kennis. In het Frankrijk van de Derde Republiek waren sommige van de principes van de Franse Revolutie nog

springlevend, waaronder laïcisme,ⁱⁱⁱ republikenisme en een nadruk op onderwijs (zoals Danton zei, ‘Eerst voedsel, dan net daarna onderwijs’).

Voor slimme, hardwerkende jongens als Émile Borel voorzag de Franse overheid in een ladder waarlangs omhoog geklommen kon worden. Hij pakte de ladder met twee handen vast en klom zo snel als hij kon omhoog. Zijn schitterende resultaten op de school in St. Affrique leverde hem toelating op tot de introducerende wiskundeles op een van de beste Parijse lyceums, Louis-le-Grand, naast de Sorbonne en het Collège de France. Daarna ging hij naar de extra wiskundeles van M. Newenglozski, doctor in de wiskunde en later algemeen inspecteur. In deze groep werd hij vrienden met de zoon van Gaston Darboux, een van de vooraanstaande wiskundigen van de voorgaande generatie. Op achttienjarige leeftijd eindigde Borel als eerste bij de toelatingsexamens voor de École Normale Supérieure (ENS) en de École Polytechnique, twee uitstekende instituten in Parijs. Onder invloed van Darboux’ voorbeeld dacht Borel al na over een mogelijke academische carrière en om die reden koos hij voor de ENS, aan de Rue d’Ulm in het Quartier Latin, waar hij in 1889 naartoe ging.

Borel bleef uitblinken in zijn studie en in 1893 studeerde hij af als beste van zijn jaar. Daarna gaf hij korte tijd les aan de Universiteit van Lille. Daar schreef hij in slechts enkele jaren niet alleen zijn scriptie, maar ook vele artikelen die duidelijk maakten dat hij voorbestemd was om een van de voornaamste wiskundigen van zijn generatie te worden. Ook diende hij een jaar in het leger, waar hij jonge soldaten in de wiskunde onderwees.

Na militaire dienst begon Borel met Gaston Darboux aan de Sorbonne een proefschrift voor te bereiden. Zijn onderwerp, de klassieke functietheorie en de distributie van functies, bevond zich in die tijd binnen de heersende stroming van de

iii Laïcisme (*laïcité*) lijkt op secularisme en het daarbij behorende principe van de scheiding van kerk en staat, maar gaat verder dan secularisme omdat het religie in z’n geheel uit de publieke sfeer verbant.

Franse school.^{iv} Borels onderzoek viel binnen het raamwerk voortgebracht door Augustin Cauchy (1789-1857), ‘de vader van de moderne analyse’, en Charles Hermite (1882-1901), die Cauchys studie naar infinitesimalen^v en de techniek om er berekeningen mee te maken verder had uitgewerkt. Cauchy grondde de concepten van de wiskundige analyse (beginnend met de noties van limiet of continuïteit) op een rekenkundige basis, een standpunt dat in Frankrijk door Charles Hermite en in Duitsland door Karl Weierstrass (1815-1897) onder de noemer van de ‘aritmetisering van de analyse’^{vi} werd hooggehouden. De laatstgenoemde uitdrukking werd geïntroduceerd door Felix Klein en Leopold Kronecker (1823-1891), die deze onderzoekslijn door middel van het gebruik van expliciet constructieve methodes radicaal volgden. Zoals Kronecker verkondigde: ‘God heeft de gewone getallen geschapen, al het andere is mensenwerk’. Hij geloofde dat er alleen eindige stappen genomen konden worden en sloot

iv Zoals gezegd (zie voetnoot iii, H. 2) ontstond uit de calculus de analyse en bestaat laatstgenoemde uit de differentiaal- en integraalrekening en houden deze zich bezig met het bestuderen van functies. Het concept van een functie kent een lange geschiedenis waarin het oorspronkelijk betrekking had op concrete toepassingen en later een zuiver theoretisch concept werd dat gaat over de relatie tussen variabele grootheden (getallen, verzamelingen) die, bijvoorbeeld in een grafiek, afgebeeld kunnen worden. Het concept van een distributie is hier dan weer een generalisatie waarvan.

v Infinitesimaal betekent letterlijk ‘oneindig klein’ en verwijst naar objecten die te klein zijn om te worden gemeten maar toch groter zijn dan 0. Om een idee te krijgen van wat dit zou kunnen betekenen, kan worden verwezen naar de (mislukte) poging van enkele zeventiende-eeuwse wiskundigen om het te definiëren als het getal 1 gedeeld door oneindigheid. Hoewel ze in de Griekse oudheid al werden bediscussieerd, werden infinitesimalen door onder andere Leibniz voor het eerst op een systematische manier gehanteerd bij de ontwikkeling van de infinitesimaalrekening, wat tegenwoordig de analyse wordt genoemd (differentiaal- en integraalrekening).

vi De aritmetisering van de analyse vormde een programmatische positie binnen het laat-negentiende-eeuwse debat over de grondslagen van de wiskunde die stelde dat de gehele wiskunde gebaseerd is op de natuurlijke getallen en dat er tot de wiskunde alleen objecten mogen behoren die, op basis van deze getallen, in een eindig aantal stappen vanuit de natuurlijke getallen geconstrueerd zijn.

de irrationale getallen uit, die voor hem niet bestonden. Kronecker verzette zich hevig tegen Cantors verzamelingenleer.^{vii}

Toen Borel met zijn werk begon, werd de 'aritmatisering' van de wiskunde door de meeste wiskundigen geaccepteerd. Hermite had bovendien het denkbeeld ontwikkeld dat de enige functies die overwogen zouden moeten worden 'vloeiende' (continue) functies waren; hij verachtte 'die jammerlijke plaag van functies zonder afgeleiden'.⁶ Ten tijde van zijn eerste onderzoek met Darboux moest Borel echter nadenken over de limieten van punten en hij gaf blijk van zijn creativiteit door van de verzamelingenleer gebruik te maken om dat te doen. (In een cursus aan de École Polytechnique had Camille Jordan Frankrijk al enigszins beschroomd kennis laten maken met de verzamelingenleer.) Borel bewees een sleutelresultaat over iedere inbedding van een gesloten interval via een oneindige reeks kleine intervallen ('Stelling van Heine-Borel'). Dit resultaat creëerde de basis voor de toekomstige theorie van Borelmaten, beginnend in een publicatie uit 1898. Lebesgue zou dit concept later verder ontwikkelen.⁷

Borels belangstelling voor de verzamelingenleer begon met wat hij in eerste instantie een 'romantische verleiding' noemde, alhoewel deze later, zoals veel van dit soort verleidingen, zou bekoelen. Borel verontschuldigde zich nadien voor deze vroege fascinatie voor de verzamelingenleer door op te merken:

Zoals veel van de jonge wiskundigen was ik onmiddellijk geboeid door de cantoriaanse theorie; ik heb er niet de minste spijt van, want het vormt een mentale oefening die de geest zich werkelijk laat ontplooiën.

In die tijd geloofden alle Franse wiskundigen dat de resultaten van Cantors theorie over de limieten van punten alleen bruikbaar

vii Kronecker verzette zich bijvoorbeeld tegen Cantors idee dat de verzameling van alle natuurlijke getallen bestaat als een afgeronde oneindige verzameling in plaats van als een reeks die in potentiële zin oneindig kan worden voortgezet.

zouden zijn binnen de studie naar functies, dat wil zeggen, binnen het natuurlijke raamwerk van de theorie van analytische (zeer reguliere) functies.

Toen Borel in 1894 zijn geniale proefschrift inleverde, waren de leden van de jury zeer naar zijn smaak en karakter: Gaston Darboux, de vader van zijn klasgenoot; Henri Poincaré, de meest vooraanstaande wiskundige van die tijd; en Paul Appell, een belangrijke wiskundige, goede vriend van Poincaré en de latere rector van de Universiteit van Parijs (en ook Borels toekomstig schoonvader). Al snel na zijn verdediging werd Borel uitgenodigd om zich aan te sluiten bij het departement van de ENS. Slechts een paar jaar later, in 1898, publiceerde Borel zijn lezingen over de resultaten van zijn proefschrift over de functietheorie (tot zijn werk, dat uit meer dan dertig boeken bestond, zouden van deze uitgave nog drie drukken behoren).⁸ Hierin presenteerde hij een gedetailleerde beschrijving van de verzamelingenleer en van nieuwe noties van een maat. Borel voelde zich aangetrokken tot *down-to-earth* problemen zoals de maat van de lengte van een cirkel; hoe definieer je de lengte ervan als je alleen de lengte van één segment kent? Je hebt natuurlijk een manier nodig om 'tot de limiet te naderen', om benaderingen te maken, zoals Eudoxus en Archimedes dat meer dan 2000 jaar eerder hadden gedaan. Hun gezichtspunt uitbreidend en verdiepend met het vocabulaire van de verzamelingenleer, definieerde Borel een nieuwe klasse van domeinen, 'meetbare verzamelingen', die later bekend kwamen te staan als B-verzamelingen of Borelverzamelingen, waar een maat aan kon worden toegekend.^{viii}

Borel nam nu niet alleen deel aan het wetenschappelijke leven van Parijs, maar ook aan haar opwindende sociale leven en zijn vrijgezellentijd kwam spoedig ten einde. De familie van Paul

viii Een Borelverzameling (of Borelstam) is een verzameling in een zogenaamde topologische ruimte (een bepaald meetkundig object gedefinieerd als een verzameling X van punten met bepaalde deelverzamelingen van X) die door middel van de toepassing van bepaalde operaties op deze deelverzamelingen kan worden gevormd. Aan een dergelijke verzameling kan vervolgens een getal toe worden gekend dat de 'maat' van de verzameling wordt genoemd.

Appell – zijn vrouw en drie kinderen – woonden in een klein *hôtel particulier* in de Rue Le Verrier, op de grens van het Quartier Latin en Montparnasse. Hier kwamen vele bekende bezoekers geregeld langs voor een etentje – Painlevé, Darboux, die ook Clémenceau meenam, en oom Joseph Bertrand in het gezelschap van briljante jonge wiskundigen. Dit is waar Borel Marguerite Appell ontmoette, de dochter van het lid van zijn commissie, die dertien jaar jonger was dan hij. Marguerite toonde onmiddellijk belangstelling voor deze lange, knappe jongeman met bruine haren en een baard. Later schreef ze dat ‘hij ervan hield om te dansen en geen afschuw had van de geneugten van de wereld’. Borel wist wat hij wilde en bekende Marguerite later: ‘Ik hield je in de gaten, omdat je anders was dan de andere meisjes’. Émile zag dat Marguerite geïnteresseerd was in zijn diepe vragen en niet alleen maar in het gebabbel over modes en de *beau monde*, dat zoveel van haar vriendinnen aantrok. Aan de andere kant maakte Émiles onmiskenbare plezier in dansen, in converseren en in de andere gemakkelikheden van het Parijse leven zijn intellectuele diepzinnigheid des te aantrekkelijker voor het jonge meisje en de toekomstig feministe.

Émiles huwelijk met Marguerite in 1901, toen zij achttien was, verstevigde zijn positie in de hogere kringen van Parijs en zijn lidmaatschap van de invloedrijkste familie van wiskundigen in Frankrijk via het proces van ‘natuurlijke families’. Dit proces werd in 1837 door Raspail als volgt beschreven:

Na voor zijn eigen bestwil samen te zweren, doet men dat voor zijn eigen kinderen, dan voor zijn schoonzonen, daarna voor hun pasgeboren kinderen; het systeem van natuurlijke families dringt binnen in alles wat heilig is; en als een schoonzoon door een almachtige tak wordt aangewezen moet hij wel erg stuntelig zijn als hij verslagen wordt door een niet-inheemse nieuwe parvenu.⁹

Het huwelijk versterkte de ironische grap onder wiskundigen dat ‘genialiteit via schoonzoons wordt overgedragen’. Marguerites

vader, Paul Appell, was per slot van rekening getrouwd met een nicht van de wiskundige Joseph Bertrand, die zelf de schoonbroer was van Hermite (en Picard, op zijn beurt, was een schoonzoon van Hermite). Marguerites moeder had twee goede joodse wiskundigen onder haar voorouders, beiden uit het begin van de eeuw. Maar Marguerite was zelf ook een creatief persoon en ze bouwde op korte termijn een schitterende carrière op als feministisch schrijfster van het 'belle époque'.

Na hun huwelijk maakten de Borels kennis, en raakten ze bevriend, met een groep Parijse intellectuelen die elkaar in het begin één keer per week ontmoetten op hun kleine etage op de vijfde verdieping van Boulevard St. Germain nummer 30. Onder hun goede vrienden waren Paul Montel, Henri Lebesgue (die uit Rennes kwam), Paul Langevin en Jean Perrin (beide beroemde fysici en populariseerders van de wetenschap), Paul Painlevé (toekomstig premier) en Émile en Pierre Broux (vader en zoon, wiskundige en filosoof), Jules Tannery (wiskundige en broer van de wetenschapshistoricus Paul Tannery) en Charles Seignobos (een beroemd historicus die in L'Arcouest in Bretagne een vakantieverblijf bouwde dat later werd gekocht door zijn vriend Borel). Na de tragische, onvoorziene dood van Pierre Curie in 1906 werd zijn weduwe Marie een zeer goede vriendin van Camille Marbo-Borel.

Marguerite Borel hield regelmatig *soirées* op hun latere grotere etage of, nog later, in hun enorme appartement nabij de ENS, waar ze zich na 1901 vestigden. Daar was Camille, in een vertrek waar Louis Pasteur ooit woonde, 's avonds de vrouw des huizes, die de sterren aan het Parijse culturele en intellectuele firmament vermaakte. Émile Borel, die afkomstig was uit een afgelegen landelijk deel van Frankrijk, klom door een combinatie van succes en geluk in slechts een paar jaar tijd dus erg hoog op. Maar ondanks zijn opkomst in sociaal en intellectueel in Parijs, behield Borel zijn banden met zijn afgelegen thuisstad St. Affrique, eerst door eigenaar te worden van zijn vaders boerderij en, daarmee, van honderdvijftig schapen, acht stuks slachtvee, honingbijen en andere boerderijdieren. Tot de Eerste Wereldoorlog maakte hij

daar een flinke winst en hij ontving er op z'n landhuis geregeld Parijse vrienden.

Borel begon les te geven op de ENS en was er van 1901 tot 1918 wetenschappelijk directeur. Camille genoot erg van het leven daar; hun appartement was zo groot dat Borel met acht *normaliens* en twee docenten kon lunchen terwijl Camille in een ander gedeelte van hun huis stilletjes zat te lezen of roddelen. Toen Marie Curie in 1911 als weduwe slachtoffer werd van een publiek schandaal als gevolg van haar affaire met de getrouwde Langevin, zocht ze haar toevlucht op de etage van de Borels waar ze twee kamers voor haarzelf had.

Later, na 1914, stopte Borel met wiskunde en legde hij zich toe op bestuurlijke functies en werd hij een afgevaardigde van politiek links (het '*cartel des gauches*'). In 1925 bekleedde hij zelfs kortstondig de post van minister van Marine (voor zijn latere Sovjetcritici een belangrijk feit), maar ook behield hij altijd lokale, verkozen posities. Borel genoot van de tweeledigheid van zijn provinciale en Parijse leven en vertelde ooit dat 'waar ik van hou is op zondag met de oude Rigaud lunchen in Broquiés [de burgemeester van een klein dorp nabij zijn huis op het platteland] en de volgende dag met president Doumerque een discussie voeren in het Élysée-paleis'.¹⁰

In de eerste lessen die Borel op de ENS gaf, liep hij twee uitzonderlijke studenten tegen het lijf, Henri Lebesgue en René Baire. De twee kwamen uit arme families, maar waren door onderwijsprestaties opgeklommen; hoewel hij redelijk welgesteld was, had Borel zichzelf ook via zijn talent verder gebracht. Daarnaast werden de mannen verbonden door een gemeenschappelijke liefde voor de wiskunde en deelden ze ook andere voorkeuren en interesses. Het Franse Drietal had zich gevormd.

Henri Lebesgue werd in 1875 nabij Beauvais geboren, waar zijn vader een typograaf was die zijn gezin slechts van bescheiden middelen voorzag. Drie jaar later overleed de vader en Henri's moeder zag zich gedwongen om thuis naaiwerk te doen om het gezin te onderhouden.¹¹ Het feit dat Lebesgue een van de grote wiskundigen van Frankrijk werd, toont aan dat het



Émile Borel.

Franse onderwijssysteem van de Derde Republiek – en dit gaat ook op voor Baire en Borel – effectief was in het identificeren en stimuleren van getalenteerde jonge jongens in het gehele land.

Beauvais, waar Lebesgue werd grootgebracht, is een kleine stad op ongeveer 95 kilometer ten noorden van Parijs, gelegen dicht bij bosrijke heuvels aan de linkeroever van de rivier de Thérain, waar deze de Avelon ontmoet. Het is de hoofdstad van het departement Oise, met een prachtige kathedraal gebouwd in de dertiende eeuw. In de zeventiende eeuw werd in dezelfde streek een andere bekende wiskundige, Gilles de Roberval (1602-1675), geboren. Roberval was een ruziezoekend en halsstarrig figuur over wie Lebesgue, wellicht denkend aan zichzelf, schreef dat 'hij werd beschreven als een afgunstig en verwaand figuur [...] maar hij was ongetwijfeld een man met inborst die al het onrecht toegebracht aan anderen en aan zichzelf bestreed, maar die in het heetst van de strijd werd meegesleurd door passie en zijn

doel voorbij schoot [...] Een dergelijke aard is niet uitzonderlijk in de Oise-regio.¹²

Lebesgue was op de plaatselijke school een erg goede leerling, maar kon het zich niet veroorloven om zijn studietijd te verlengen. De burgemeester van Beauvais, E. Gérard, had Lebesgues vader, een actieve socialist die vele culturele verenigingen had opgericht, gekend. Gérard hielp Lebesgue om op de middelbare school te komen, waar hij binnen korte tijd zowel een liefde als een groot talent voor de wiskunde tentoonspredde; later werd hij vanwege de elegantie en zuiverheid van de ideeën die hij naar voren bracht zelfs de ‘aristocraat van de meetkunde’ genoemd. Het liefst beschouwde hij de wiskunde in meetkundige termen. Lebesgue, die uitblonk in zijn examens, werd toegelaten tot de ENS, waar hij kennismaaakte met Baire en Borel.

Gedurende de Dreyfusaffaire (*L’Affaire Dreyfus*), de beroemde controverse over de tenlastelegging van verraad tegen de joodse legerofficier Alfred Dreyfus, die in de jaren 1880-1905 in Frankrijk woedde, werd de ENS een centrum van protest. De affaire werd in heel Europa bekend en was van invloed op de Russische wiskundige Dmitri Egorov, die op het hoogtepunt van de controverse in Parijs woonde. Antisemitisme bestond toentertijd zowel in Frankrijk en Rusland, net als in vele andere landen.

De Franse wiskundegemeenschap raakte diep betrokken bij de Dreyfusaffaire toen Paul Appell er door Jacques Hadamard (een verre neef van Dreyfus) van werd overtuigd dat de legerofficier onschuldig was. Een andere wiskundige (en later een beroemd politicus), Paul Painlevé, stelde in 1898 een gematigde petitie (*appel à l’union*) op die de beschuldigingen tegen Dreyfus openlijk afkeurde. Maar niet al zijn mede-wiskundigen zouden deze petitie ondertekenen. Lebesgue, een soort intellectuele anarchist die de gevestigde macht – in dit geval het leger – wantrouwde, ondertekende zonder aarzeling, maar Borel, een patriot die nog steeds vertrouwen had in de militaire autoriteiten, weigerde. Zoals bleek, was Borel in staat om van gedachten te veranderen over de kwestie, maar enkele andere



Henri Poincaré.

wiskundigen zoals Hermite en Picard (lid van een rechtse liga) waren overtuigde 'anti-Dreyfusards'.

De voornaamste Franse wiskundige van die tijd was (anders dan zijn broer Raymond Poincaré, de toekomstige premier) niet erg geïnteresseerd in politiek, maar geleidelijk aan raakte hij betrokken bij de debatten en uiteindelijk speelde hij een leidende rol. Na Dreyfus' eerste verhoor en zijn veroordeling begonnen meer en meer intellectuelen te geloven dat er door druk van het leger iemand groot onrecht was aangedaan. Borel wist over zijn patriottistische loyaliteit heen te stappen en sloot zich aan bij de critici. Appell, Darboux en Poincaré zette een onafhankelijke 'jury' op poten met als doel om het bewijs tegen Dreyfus te bestuderen. Dit berustte vrijwel helemaal op een handgeschreven briefje, dat op basis van pseudo-waarschijnlijkheidstheoretische argumenten aan de legerofficier werd toegeschreven. Poincaré, de meester van de waarschijnlijkheidsrekening, maakte de door

de legerautoriteiten aangevoerde argumenten met de grond gelijk. Er waren bij de affaire, die een blijvende indruk achterliet, dus op een diepgaande manier wiskundigen betrokken.

Net zoals Borel raakte Lebesgue geïnteresseerd in functies, maar hij verschilde van hem door zijn toewijding aan de meetkunde. Later merkte hij op dat 'er verbanden bestaan tussen de algemene functietheorie van een reële variabele en de zuivere meetkunde waarvan ik het gevoel heb dat ze zeer nauw zijn, maar ze blijven enigszins raadselachtig voor me'.^{ix} Als een eigenaardige student van de ENS zette hij de traditie van *canards* voort. Zelfs jaren later zou Borels vrouw, Camille Marbo, zich Lebesgues 'plaagzieke glimlach onder een rossige snor' herinneren. Zijn medestudenten merkten op dat hij vaak een vel papier bij zich had dat hij op verschillende manieren vouwde en verkreukelde om de eigenschappen van oppervlakten zichtbaar te maken. Lebesgue legde dan uit dat de eigenschappen van *regeloppervlakten*, zoals een vel papier, niet in hun algemeenheid waar konden blijven. Op zo'n moment riep hij uit: 'Zie je, door de kreuken verdwijnt de *regel!*' Het was precies zo'n soort meetkundige geest, toegepast op de analyse, die hem in 1901 op zesentwintigjarige leeftijd tot de prestatie leidde waar hij waarschijnlijk het bekendst om is: de 'Lebesgue-integraal'. De constructie van de integraal begint met een simpele meetkundige truc (en gaat dan verder door gebruik te maken van voorafgaand, buitengewoon werk van Borel).^x

Op de ENS werd Lebesgue sterk beïnvloed door zijn leraar Borel, die hem, meteen vanaf het begin, verzamelingenleer en

ix Lebesgues onderzoek legde de basis voor onder meer de functietheorie van reële variabelen, een tak van de moderne wiskunde die zich bezighoudt met de analytische eigenschappen van functies waarvan het domein en co-domein (de verzameling van 'inputs' en de verzameling van 'outputs') reële getallen zijn.

x De Lebesgue-integraal behoort tot een van de twee delen van de analyse; de integraalrekening. Een integraal van een functie vormt een centraal concept in de wiskunde en duidt op het gebied tussen de grafiek van een functie en de x-as. Door gebruik te maken van noties uit de verzamelingenleer veralgemeniseerde de Lebesgue-integraal de klasse van functies (en hun domein) waar de integraal betrekking op heeft.



Henri Lebesgue.

maattheorie leerde. Dit laatste onderwerp zou een hevige strijd tussen de twee mannen cultiveren die op vriendelijke voet begon, maar een voorwendsel zou vormen voor hun latere onenigheid.

Aanvankelijk was Borel echter een echt rolmodel voor Lebesgue, die zijn diplomatieke charmes, zijn *savoir faire* en zijn vriendelijkheid bewonderde. Maar tegen de tijd van de Dreyfusaffaire was het duidelijk dat hun denkbeelden over de wereld van elkaar verschilden. Daarbij raakte Borel gefrustreerd door de moeilijkheden van de verzamelingenleer. Lebesgue nam het stokje echter moedig over, niet alleen van Borel maar ook van zijn medestudent René Baire (met wie Lebesgue helaas al heel vroeg een van zijn talrijke ruzies begon).

Lebesgue, die in een hoog tempo de meester van elegante en diepe wiskunde aan het worden was, begon bij de grondvraag: wat *is* een functie? Functies worden uitgedrukt als formules;

maar soms kennen functies geen expliciete formuleringen, of niet eens impliciete. Hierop reflecterend in combinatie met de classificatie van functies die Baire in 1899 in zijn proefschrift had gegeven, begon Lebesgue met de mooiste continue functie (Baire noemde ze ‘van klasse nul’).^{xi} Daarop verkreeg hij functies van klasse één en hij ging, met behulp van nieuwe Cantoriaanse noties, ‘transfinitief’ met dit proces verder om zo het domein van in beschouwing genomen functies te vergroten. Op deze manier begon Lebesgue de classificatie van functies en verzamelingen nauwkeuriger te construeren dan Baire dat had gedaan. Het resultaat was een opmerkelijk artikel uit 1905 getiteld ‘Sur les fonctions représentables analytiquement’. In dit artikel kwam het concept van ‘genoemde’ (*nommé*) wiskundige objecten helder naar voren.¹³

Lebesgue had het woord *nommé* zelfs al eerder dan in 1905 gebruikt; het verscheen voor het eerst in zijn ‘Leçons’ van 1904. Daarin merkte hij op: ‘Ik weet niet of het mogelijk is om ook maar één functie te noemen die niet B-meetbaar is; ik weet niet of niet-meetbare functies bestaan’.¹⁴ Hier streefde Lebesgue zijn leermeester Borel, die de uitdrukking ‘naam’ niet hanteerde en het gebruik van transfinitieve getallen zelfs probeerde te vermijden, voorbij. In de volgende uitspraak toonde Borel zijn omzichtige bewondering voor en zelfs zijn scepsis over Cantor:

Door zich van ze [de transfinitieve getallen] te ontdoen, wint men aan eenvoud en helderheid. Deze opmerking vermindert geenszins de filosofische waarde of het werkelijke belang van de diepgravende ideeën van dhr. Georg Cantor, wiens invloed op de ontwikkeling van de wiskunde in het laatste kwart van de negentiende eeuw, zoals we weten, reusachtig geweest

xi Baire noemde continue functies de functies van klasse nul. Vervolgens noemde hij een functie die een zogenoemde puntsgewijze limiet (of ‘grens’) vormt van een rij van continue (‘klasse nul’) functies een functie van klasse 1. Algemeener gezegd zijn Baire-functies, functies die worden verkregen door middel van de oneindige herhaling van de operatie van het vormen van puntsgewijze limieten van rijen van functies.

is; zolang er wiskundige analytici blijven bestaan zal deze invloed voortduren, zelfs als sommige specifieke vormen binnen Cantors denken op een dag enkel een historisch belang behouden.¹⁵

In zijn artikel uit 1905 was Lebesgue veel stoutmoediger. Niet alleen benadrukte hij het belang van noemen, maar ook liet hij door middel van een moeilijk bewijs (waar elf jaar later door Aleksandrov en Hausdorff gebruik van werd gemaakt) zien dat er in elke verzameling uit de classificatie van Baire een functie bestaat. Lebesgue probeerde zo nauwkeurig mogelijk te zijn en hij complimenteerde Borel met te zeggen:

Ik zal proberen om nooit van een functie te spreken zonder deze effectief te definiëren; ik neem op deze manier een uitgangspunt in dat zeer vergelijkbaar is met dat van Borel. [...] Een object is gedefinieerd of gegeven wanneer men een eindig aantal woorden heeft uitgesproken die enkel en alleen betrekking hebben op dit object; dat wil zeggen, wanneer men een kenmerkende eigenschap van het object heeft genoemd [*nommé*].¹⁶

Deze opmerkingen van de kant van Lebesgue zijn in volledige overeenstemming met zijn latere positie ten aanzien van het keuzeaxioma, dat verderop in dit hoofdstuk wordt besproken. Ook weerspiegelen ze de filosofische debatten in het Parijs van deze jaren, bijvoorbeeld de discussies over Bertrand Russell in de *Revue de métaphysique et de morale* en het verschijnen van nieuwe paradoxen in de verzamelingenleer, alsook het debat tussen Couturat en Poincaré. Deze kwesties zouden een sterke indruk maken op de jonge Russische wiskundige Nikolaj Loezin, die in december 1905 in Parijs arriveerde.

Aan de ene kant ontwikkelde en gaf Lebesgue met zijn 'Lebesgue-integraal' een systematische uitbreiding van de Borelmaat, die ogenblikkelijk wereldwijd succes had. Anderzijds voerde Lebesgue de classificatie van functies, zoals door Baire in detail

uitgewerkt, verder, om zich zo in de richting van een standpunt te bewegen dat verschilde van dat van de oude school (vertegenwoordigd door Camille Jordan, Gaston Darboux, Charles Hermite). In zijn werk van 1904 worstelde hij dapper met al de ‘gedrochten’ van discontinue functies gevreesd door Hermite en anderen, en hij nam daarmee wat geldt als de eerste stap in de richting van de beschrijvende verzamelingenleer. Lebesgue ging tot aan de grenzen van wat in die tijd over de meest algemene functies gezegd kon worden.

In zowat het gehele werk van Lebesgue is er sprake van een rode draad van meetkundige intuïties. Maar ook feitelijk gesproken konden veel aspecten van de verzamelingenleer vanuit een meetkundig oogpunt worden gezien, zoals de beroemde problemen van het Continuüm, of vraagstukken over maten. Bovendien had Baire een ruimte met een oneindig aantal dimensies geïntroduceerd – de ruimte van alle oneindige reeksen van gehele getallen – die later Baire-ruimte genoemd werd. Hij liet zien dat men deze ruimte gelijk kon stellen aan de verzameling van alle irrationale getallen.^{xii} Zo bleek er sprake te zijn van een nieuw verband tussen de verzamelingenleer en de meetkunde. Er waren vele gelegenheden waarop Lebesgues meetkundige talenten zich konden ontwikkelen.

René-Louis Baire werd in 1874 in Parijs geboren. In zekere zin was zijn afkomst echter nog verder verwijderd van de centra van het Parijse intellectuele leven dan Borels St. Affrique in het verafgelegen landelijke zuiden. Baires vader was kleermaker en René leefde samen met drie broers onder financiële omstandigheden die aanzienlijk slechter waren dan die van Borel. Net zoals Borel bewees Baire al vroeg het bestaan van zijn genialiteit; hij las Musset, Lamartine en Chateaubriand, leerde viool spelen en luisterde naar concerten in de tuin van het Palais-Royal – maar vanuit de

xii Een irrationaal getal is een reëel getal dat noch kan worden geschreven als een verhouding van twee gehele getallen noch als een reeks decimalen met een zich herhalend patroon of met een einde. Bekende voorbeelden zijn $\sqrt{2}$ en het getal π (3,14159...).

verte, omdat hij de toegangsprijs van één *franc* niet kon betalen.¹⁷ Naast zijn materiële omstandigheden had hij problemen met zijn geestelijke en lichamelijke gesteldheid. Reeds op veertienjarige leeftijd begon hij aan spijsverteringsproblemen te lijden die hem zijn hele leven kwelden. Een kennis uit zijn jeugd beschreef hem als ‘een grote gast met een overduidelijk zwakke botstructuur, een fletse teint en donkere diepe ogen die de neiging hadden om op een verontrustende manier te staren’.

In 1886 won Baire op twaalfjarige leeftijd een beurs die zijn leven veranderde, aangezien zijn familie niet in staat zou zijn geweest om zich een goede opleiding voor hem te veroorloven. De beurs gaf hem, als kostschoolleerling, toegang tot het Lycée Lakanal, een voortreffelijke school gevestigd in de Parijse buitenwijk Sceaux. Hier trof Baire een rijke onderwijsomgeving aan waarin hij opbloede. Zoals zijn broer het zei, hield hij op met vioolspelen en ‘verving het door vergelijkingen’. Tweemaal won Baire eervolle vermeldingen bij nationale concoursen waar hooggeplaatste leerlingen van uit het hele land aan meededen. Deze prestatie leverde hem verdere toegang op tot gevorderde wiskundelessen op het Lycée Henri IV en daarna toelating tot zowel de École Polytechnique als de École Normale Supérieure. Hij koos voor de ENS en volgde colleges gegeven door Borel, Charles Hermite en Émile Picard alsook, aan de nabijgelegen Sorbonne, door Henri Poincaré – met andere woorden, colleges van de wiskundige elite van Frankrijk.

In 1898 slaagde Baire erin om een andere beurs binnen te halen die het hem mogelijk maakte om op uitnodiging van de toonaangevende Italiaanse wiskundige Vito Volterra in Italië te studeren. Samen met enkele andere Italiaanse wiskundigen die Cantor in het Duits hadden gelezen, in het bijzonder Giuseppe Peano en Ulisse Dini, werkte Volterra binnen de wiskundige analyse en wisselde hij ideeën uit met de Franse wiskundige Jacques Hadamard.

Baires problemen bleven hem teisteren. Bij examens voor gevorderden, zoals die voor zijn ‘*agrégation*’, werd hij eerste bij de schriftelijke onderdelen, maar deed hij het minder goed bij de



René Baire.

mondelinge examens. Zijn examinatoren leken meedogenloos, althans tegen hem. Al gauw kreeg Baire het gevoel dat de wereld hem niet goed gezind was. Zijn eerste aanstelling, aan een lyceum in Bar-le-Duc, paste qua aanzien niet bij zijn wiskundige vermogens. Bar-le-Duc was een kleine stad gelegen in de Lorraine, ver van Parijs. Baires onderwijslast was zwaar, maar hij vond op de een of andere manier de tijd om zijn onderzoek in de wiskunde voort te zetten.

Baires leven werd gekenmerkt door strengheid – zowel in de wiskunde als in zijn levensstijl. Hij had een strikt plichtsbesef en een immens respect voor de wetenschap. Deze strengheid bracht hem ertoe om op een nieuwe manier na te denken over de notie van een functie in de wiskunde.

Eerdere wiskundigen hadden verschillende opvattingen over functies. Er kwam in de wiskunde langzaam maar zeker een centrale notie van functies op, eerst via algebraïsche overwegingen

van Descartes, en daarna, in de handen van Leonhard Euler (1707-1783), binnen een algemenere setting, maar met strikte beperkingen. Volgens Euler kende een functie een expliciete uitdrukking; in het bijzonder was hij van mening dat functies continu en 'vloeiend' moeten zijn. Lejeune-Dirichlet was de eerste die nadacht over arbitraire functies zonder expliciete beschrijving en vroeg in 1875 begon hij niet-continue functies te bestuderen. Baire bracht een nieuwe zienswijze naar voren. Op zijn *agrégation*-examen in 1895 realiseerde hij zich dat er geen voor de hand liggend antwoord bestond op een probleem met twee variabelen en dit leidde hem tot de nieuwe notie van 'halfcontinuïteit' (waarbij continuïteit wordt aangenomen, maar alleen rechts of links)^{xiii} en daarna tot een uiterst originele stap voorwaarts; hij slaagde erin om discontinue functies die limieten van continue functies zijn te karakteriseren (iets later zouden zij functies van Baire-klasse gelijk aan nul worden genoemd).

Zijn proefschrift, dat hierop voortborduurde, was een meesterwerk en vormde de eerste stap in de richting van de toekomstige beschrijvende verzamelingenleer. Denjoy omschreef Baires werk later op deze manier: 'Om de exacte bewering te raden had men ware observatietalenten nodig, maar om deze te bewijzen moest men de cantoriaanse transfinitie getallen in een andere context aanwenden' (Denjoy, de zoon van een wijnhandelaar uit Perpignan, zou door de jaren heen nauwe banden onderhouden met Borel en Baire en zou later ook Loezins beste vriend in Parijs worden).

Met een betere gezondheid en met betere mogelijkheden had Baire weleens veel meer vooruitgang in de verzamelingenleer kunnen boeken dan waar hij nu feitelijk toe in staat was. Kort na zijn verdediging bereikten zijn mentale en fysieke problemen het punt waarop hij lange periodes niet bij machte was om te werken – in een verklaring uit 1900 had een arts het over ongemakken

xiii De technische notie van halfcontinuïteit gaat niet zover als discontinuïteit, maar staat toe dat, als alle continue functies halfcontinue zijn, er ook (halfcontinue) functies zijn die niet continu zijn.



Arnaud Denjoy.

die werden veroorzaakt door zenuwzwakte. Als gevolg hiervan zat hij vaak in financiële moeilijkheden. Wat nu de precieze aard van zijn kwalen was, blijft onduidelijk. Hij had problemen met zijn slokdarm en hij ontwikkelde een psychologische stoornis die hem, naar eigen zeggen, 'verzwakte'. Het zou kunnen dat de paradoxen en inherente complexiteiten van de verzamelingenleer zijn gezondheidsproblemen hebben geïntensiveerd. Zijn familie en vrienden geloofden dat zijn gevoelens van frustratie over het feit dat hij onvoldoende werd erkend om zijn verrichtingen, een belangrijke rol speelden. Hij raakte meer en meer verbitterd en zakte weg in een diepe depressie.

Baires werk over de theorie van discontinue functies van een reële variabele vormde een impuls voor Lebesgue, die in staat was om zijn integraal te definiëren voor alle door Baire geïntroduceerde begrensde discontinue functies. Lebesgue eerde Baire om zijn bijdragen, maar Baire zelf vond het altijd vreemd dat Lebesgue later posities kreeg op de Sorbonne en op het Collège de France en hij

niet. En door zijn leraar voorbij te streven, veroorzaakte Lebesgue ook spanningen met Borel: later bekritiseerde hij in een brief aan Borel de ‘carrière als schoonzoon’ van de laatstgenoemde zelfs.

Wolken aan een blauwe hemel, 1900-1904

Contradicties – die in de filosofie paradoxen of antinomieën worden genoemd – deden zich sinds het begin van het menselijk denken voor; denk bijvoorbeeld aan de beroemde paradoxen van Zeno, zoals beschreven door Aristoteles. Ook binnen het raamwerk van Cantors wiskundige definitie van oneindigheid ontstonden contradicties. Gedurende de eerste jaren van de twintigste eeuw kreeg de cantoriaanse verzamelingenleer te kampen met een reeks kwellende paradoxen die zelfs nu nog voor hoofdpijn kunnen zorgen. Voor Cantor zelf waren enkele van deze moeilijkheden al sinds de jaren tachtig van de negentiende eeuw duidelijk, maar hij hield ze voor zich. Het feit dat hij zich volledig op deze paradoxen toelagde, zou een reden te meer kunnen zijn geweest voor zijn toenemende psychische problemen.

Reeds in 1895 realiseerde Cantor zich dat er moeilijkheden bestonden met wat hij ‘verzamelingen die te groot waren om te corresponderen met welke kardinaal dan ook’ noemde (als voorbeeld hiervan gaf hij ‘de totaliteit van al het voorstelbare’). Hij ontkwam aan de resulterende contradictie door pluraliteiten te introduceren die te groot waren om verzamelingen te zijn. Deze correspondeerden met een theologische notie, het ‘Absolute’, dat niet gekend kan worden, niet eens bij benadering. Andere wiskundigen die de cantoriaanse verzamelingenleer aan het onderzoeken waren, waren niet tevreden met een dergelijke theologische oplossing van moeilijkheden die al gauw ‘antinomieën’ genoemd werden – dit met verwijzing naar Kants *Kritiek van de Zuivere Rede*, waarin Kant verkondigde dat er onvermijdelijk sprake zal zijn van contradicties wanneer de mens zich geconfronteerd ziet met allesomvattende noties zoals causaliteit, vrijheid of God.

In 1897 liet Cesare Burali-Forti zien dat het concept van een verzameling van alle ordinalen tot een contradictie leidt.^{xiv} Daarmee stelde hij in feite vast wat Cantor zich al gerealiseerd had. Maar de echt klap kwam pas in 1901 (en werd gepubliceerd in 1903) toen Bertrand Russell, in wat nu bekend staat als de Russellparadox, het concept van de ‘verzameling van alle verzamelingen die geen lid zijn van zichzelf’ analyseerde en de contradictie in eenvoudige bewoordingen uitlegde, zodat de paradox redelijk populair werd.^{xv} De Russellparadox leek erg op de paradox geconstrueerd over de (logische) waarheidswaarde van een zin toegeschreven aan de Kretenzer Epimenides (ca. 600 voor onze jaartelling): ‘Alle Kretenzers zijn leugenaars’.

In 1905 publiceerde Jules Richard, een Franse professor in de wiskunde uit Dijon, een paradoxale definitie van een getal: ‘Neem het kleinste getal dat niet in het Engels definieerbaar is in minder dan twintig woorden’. Maar Richard had dit getal zojuist gedefinieerd! Richards uiteenzetting van deze paradox werd gepubliceerd in een tijdschrift met een groter publiek, de *Revue générale des sciences*.

Deze nieuwe contradictie in de logica zette zowel Poincaré als Russell ertoe aan om een oplossing te vinden door problemen veroorzaakt door ‘niet-predicatieve definities’, die in de spreektaal vicieuze cirkels worden genoemd, uit te sluiten. Zoals Poincaré later over de axioma’s die niet-predicatieve definities zoals die van Richard mogelijk maakten, opmerkte: ‘De schaapskooi is

xiv De inhoud van de Burali-Fortiparadox kan als volgt worden begrepen: voor zover de totaliteit van alle verzamelingen zelf een verzameling is en onderdeel uitmaakt van het geheel aan verzamelingen kan het niet alle verzamelingen bevatten.

xv De Russellparadox legt een probleem bloot binnen wat wel de naïeve (of vroege) verzamelingenleer wordt genoemd die stelde dat iedere definieerbare collectie een verzameling is. Russell zei vervolgens het volgende: laat R de verzameling zijn van alle verzamelingen die geen lid zijn van zichzelf. Als R geen lid van zichzelf is, dan is het volgens de definitie van R zo dat R zichzelf moet bevatten. Maar als R zichzelf bevat, spreekt het de definitie van R , als de verzameling van alle verzamelingen die geen lid zijn van zichzelf, tegen.

goed vergrendeld, maar ik ben bang dat de wolf er binnen zit opgesloten’.

Al deze moeilijkheden verminderden Borels en Lebesgues enthousiasme over de verzamelingenleer. Borel en Russell ontmoetten elkaar in Parijs, maar het contact was niet hartelijk. De discussies tussen Poincaré en Russell over deze paradoxen gingen een paar jaar door. Maar het ergste moest nog komen.

De Heidelberg Conferentie van 1904: het gevecht begint

Het volgende Congres voor Wiskundigen na die in Parijs in 1900 werd in 1904 in Heidelberg gehouden. En hier deed zich een dramatische gebeurtenis voor. Terwijl Cantor samen met zijn vrouw en dochters in het publiek zat, verkondigde de Hongaarse wiskundige Julius König dat de Continuümhypothese onjuist was en dat de kardinaal van het Continuüm geen alef was. Cantor was zeer terneergeslagen, alhoewel Cantor, Bernstein en König zelf binnen korte tijd een vergissing ontdekte in het bewijs voor deze bewering. Op 26 september 1904 schreef de Duitse wiskundige Ernst Zermelo, een student in de statistische fysica bij Max Planck die zich was gaan richten op de grondslagen van de wiskunde, een brief aan David Hilbert waarin hij hem vertelde dat hij het probleem van het Continuüm had opgelost. Zijn bewijs maakte gebruik van wat onder wiskundigen al gauw alom bekend zou komen te staan als het keuzeaxioma: ‘Voor elke familie van niet-legeverzamelingen bestaat er een correspondentie die aan elk van deze verzamelingen een van haar elementen verbindt’. Dat wil zeggen, gegeven een familie van niet-legeverzamelingen kan men tegelijkertijd in ieder van hen een element kiezen. Specifieker gezegd, als een verzameling niet-leeg is, kan men één specifiek element erin kiezen. Hilbert besloot dat deze brief een breder publiek verdiende en publiceerde deze vrijwel onmiddellijk in zijn tijdschrift *Mathematische Annalen*.¹⁸ Het artikel, dat was geschreven in een ongebruikelijk ontspannen stijl, veroorzaakte een sensatie. Zoals Lebesgue opmerkte: ‘Zermelo arriveerde en het gevecht begon’.



Jacques Hadamard.

Zermelo's verkondiging zorgde inderdaad voor een debat dat meer dan tien jaar duurde. De eerste reactie kwam van Borel en werd door Hilbert in december 1904 gepubliceerd; Borel maakte bezwaar tegen het keuzeaxioma, omdat 'deze manier van redeneren niet tot de wiskunde behoort'.

In 1905 vond er tussen vier Franse wiskundigen – Borel, Baire, Lebesgue en Hadamard – een uitwisseling van vijf brieven plaats.¹⁹ In deze gepubliceerde brieven verwierpen Borel, Baire en Lebesgue allen Zermelo's keuzeaxioma. Alleen Hadamard verzette zich er niet volledig tegen. Hij hanteerde een uiterst persoonlijke benadering en stelde dat 'de vraag naar wat een correspondentie die *beschreven* kan worden is, een kwestie van psychologie is en verband houdt met een eigenschap van de geest van buiten het domein van de wiskunde'.²⁰ Het behoeft geen betoog dat deze zienswijze de vijandigheid van de critici alleen maar deed toenemen. De impliciete vraag was: is de wiskunde

een zandkasteel gebouwd op de gammele grondslagen van de psychologie en filosofie?

Door het belang van het 'selecteren van een correspondentie' te benadrukken had Zermelo de vragen 'Wat betekent het om te kiezen?' en 'Is het mogelijk om een oneindigheid aan keuzes te maken?' opgeworpen. In zijn keuzeaxioma zei Zermelo niets over hoe men geacht wordt te kiezen, of over hoe het te kiezen element moet worden gespecificeerd.

In tegenstelling tot Hadamard probeerde Lebesgue de wiskunde van de psychologie te scheiden, maar net als Hadamard verwierp hij het idee van oneindige keuzes:

Een verzameling definiëren betekent het analyseren van objecten in de zak C: we weten alleen dat de objecten in de zak C een eigenschap B delen die andere objecten niet hebben. Men weet geeneens hoe ze te onderscheiden.

Ook Lebesgue had oog voor de centrale kwestie binnen het debat toen hij vroeg: 'Kunnen we onszelf van het bestaan van een wiskundig object overtuigen zonder het te definiëren? Definiëren komt altijd neer op het *noemen* van een kenmerkende eigenschap van wat er gedefinieerd wordt' (cursivering toegevoegd). Lebesgues gebruik van de term 'noemen' (*ensembles nommés*) hint naar het latere belang van het concept voor de Russische Naamaanbidders. De ontologische status van wiskundige objecten stond op het spel.

Het is opvallend dat Borel, die in zijn recente werk durf had getoond door de transfiniten van de verzamelingenleer aan te wenden, nu, in het gevecht veroorzaakt door Zermelo's axioma, tegensprak wat impliciet aanwezig was in zijn eerdere opvattingen. Hij leek zijn enthousiasme voor de meest verregaande uitbreidingen van de verzamelingenleer te verliezen, waarschijnlijk door de verschillende paradoxen en moeilijkheden waar wiskundigen mee geconfronteerd werden.

Lebesgue hechtte belang aan de problematiek van verzamelingen waarvan bekend is dat ze niet-leeg zijn, en dan op zo'n manier

dat het onmogelijk is om in expliciete zin wat voor element dan ook te vinden, zoals in het geval van normaal getallen. Normaal getallen zijn getallen met decimale expansies die een volmaakte willekeur vertonen. Hoewel het bestaan van zulke getallen gemakkelijk kan worden bewezen, is het erg lastig gebleken om er daar zelfs maar een van te noemen. Het voorbeeld is belangrijk, omdat het voor Borel de aanleiding vormde om nieuwe ideeën te introduceren binnen de waarschijnlijkheidsrekening.²¹

Wiskundigen zouden tot de opkomst van Nikolaj Loezins Moskouse School moeten wachten voor diepgaande resultaten over de door Borel en Lebesgue opgeworpen vragen. Zo werden functies van een hogere Baire-klasse bijvoorbeeld pas meer dan twintig jaar later geformuleerd door een briljant vrouwelijk lid van de Russische groep Lusitania, Ljoedmila V. Keldysj (1904-1976).

Al deze moeilijkheden, die zich met de jaren voordeden, zorgden ervoor dat Lebesgue en Borel zich nog verder terugtrokken; ze wezen niet alleen het keuzeaxioma af, maar ook het gebruik van transfinitie getallen. Tot aan 1908 verzettede Borel zich nog tegen het gebruik van overaftelbare oneindigheden en zelfs tegen aftelbare oneindigheden wanneer deze niet stap-voor-stap effectief geconstrueerd waren.^{22,xvi}

Er bleven nieuwe aanvallen komen van de onwrikbare tegenstanders van de verzamelingenleer – zoals van Picard, die in 1909 een humoristische samenvatting gaf van de situatie:

Deze speculaties over oneindigheid vormen een volkomen nieuw hoofdstuk in de geschiedenis van de wiskunde van

xvi 'Effectief construeerbaar' duidt een specifiek soort bewijs van het bestaan van een wiskundig object aan dat centraal staat binnen het constructivisme (zie voetnoot vi, H. 2 en voetnoot i, Appendix). Het kan het best aan de hand van een voorbeeld worden uitgelegd. Neem de uitspraak 'Er is een X met de eigenschap A '. Een niet-constructief bewijs toont bij zo'n uitspraak aan dat het onmogelijk is dat alle wiskundige objecten de eigenschap A niet hebben. Een constructief bewijs moet met betrekking tot zo'n uitspraak laten zien dat er daadwerkelijk een X met een eigenschap A bestaat en dat dit object X daadwerkelijk gevonden of gedefinieerd kan worden.

recente jaren, maar het is noodzakelijk om op te merken dat dit hoofdstuk niet aan paradoxen ontkomt. Zo kan men bepaalde getallen definiëren die toebehoren en tegelijkertijd niet toebehoren aan specifieke verzamelingen. Dit soort problemen wordt veroorzaakt door een gebrek aan overeenstemming over wat bestaan betekent. Sommigen die geloven in de verzamelingenleer, zijn scholastici die de bewijzen voor het bestaan van God maar al te graag hadden willen bediscussieren met Sint Anselmus en zijn tegenstrijder Gaunilon, de monnik van Noirmoutiers.²³

Picard verwees hier natuurlijk naar Richards paradox en naar het klassieke debat over nominalisme,^{xvii} maar tegelijkertijd wierp hij de kwestie van religie op om de verzamelingenleer in diskrediet te brengen. Sommige van de Russische wiskundigen die we later tegen zullen komen daarentegen zouden een beroep doen op religie om de verzamelingenleer te verstevigen.

Picard was niet de enige die zich met betrekking tot serieuze zaken van ironie bediende. Zelfs vele jaren later zou Lebesgue zich deze rijke periode in zijn leven met humor en nostalgie herinneren. In 1938 werd Lebesgue in Lwow (Lviv) een eredoctoraat verleend en werd hij meegenomen naar het etablissement waar de beroemde Poolse wiskundige Stefan Banach vroeger werkte. De ober overhandigde hem een menu met lange beschrijvingen in het Pools. Lebesgue wierp er een blik op en antwoordde: 'Dankuwel, ik eet alleen welgedefinieerde objecten'. De wiskundige die hem vergezelde, voegde er onmiddellijk aan toe: 'Je hebt beslist gelijk om alleen maaltijden te eten die door een eindig aantal woorden worden gedefinieerd!'

xvii Nominalisme duidt hier op een specifieke filosofische positie die in de middeleeuwen opkwam. Deze positie wordt gekenmerkt door de uitspraak dat alleen individuele dingen (*particularia*) bestaan of werkelijk zijn; *universalia* en de realiteit waar zij naar zouden verwijzen, worden afgewezen. Dus; volgens het nominalisme is het mogelijk om met woorden naar een individueel wit object te verwijzen, maar is het niet zo dat dit object een instantie is van zoiets als 'witheid'.



Charles-Émile Picard.

De uitwisseling van vijf brieven over het keuzeaxioma is om verschillende redenen belangrijk:

- Het symboliseerde een wezenlijke ommekeer in de ontwikkeling van de wiskunde, waarvan de grondslagen op het spel stonden. Iets later zou het Duitse antwoord op de moeilijkheden omtrent de verzamelingenleer leiden tot het ontstaan van de axiomatische methode ontwikkeld door de Hilbert-school en, later, de Bourbaki-groep in Frankrijk.
- Het is een uniek voorbeeld van de nauwe verwevenheid van persoonlijkheden binnen een creatief proces en van de vermenging van wiskundige, filosofische en psychologische kwesties.
- Een eeuw later beschikken we over gedeeltelijke oplossingen voor de problemen die naar voren werden gebracht, in het bijzonder over de beroemde onafhankelijkheidsresultaten

van Gödel en Cohen.^{xviii} Toch is niet alles opgelost en is het woord 'Einde' nog niet op papier gezet.

Alhoewel alle vier de Franse wiskundigen die deelnamen aan de uitwisseling over het keuzeaxioma een gemeenschappelijke empiristische benadering hanteerden ten aanzien van de problemen die ter discussie stonden, kan men een onderscheid maken tussen Lebesgue en Borel – een onderscheid dat met de tijd sterker werd. Borels welgedefinieerde objecten^{xix} moesten expliciet berekenbaar zijn en met dit criterium voorspelde Borel zowat de toekomst van de berekenbaarheid (met haar sleutelbegrip van recursiviteit dat meer dan twintig jaar later werd geïntroduceerd).^{xx} Lebesgue daarentegen probeerde een minder beperkende begrenzing aan te reiken: zijn notie van 'noembaar object' (*objet nommable*), in 1904 voor het eerst geïntroduceerd, verwijst naar een object waarvoor een kenmerkende eigenschap genoemd is. (Later zullen we Russische uitwerkingen van dit idee tegenkomen.) Lebesgue vroeg niet altijd om de Borel-eigenschap van een expliciete manier van het berekenen van het object.²⁴ Deze houding van Lebesgue contrasteerde – net als de abstracte constructie van zijn integraal – met Borels nadruk op expliciete definiëring en was een stap in de richting van de axiomatische opbouw van de wiskunde, zoals die later door Duitse wiskundigen

xviii Gödel en Cohen bewezen dat de Continuümhypothese (zelfs wanneer het keuzeaxioma wordt gehanteerd) niet kan worden bewezen noch kan worden ontkracht vanuit de standaard (Zermelo-Fraenkel) axioma's van de verzamelingenleer. Dit toonde aan dat de Continuümhypothese *onafhankelijk* is van de zogenoemde Zermelo-Fraenkelverzamelingenleer.

xix 'Welgedefinieerdheid' is de wiskundige term voor 'ondubbelzinnigheid'. Een 'welgedefinieerd' wiskundig object is een object met een ondubbelzinnige (axiomatische of constructieve) definitie.

xx De recursietheorie (in het Engels ook wel *computability theory* genoemd) ontstond in de jaren dertig van de twintigste eeuw met het verschijnen van werk van onder andere Kurt Gödel, Alonso Church en Alan Turing. De theorie houdt zich bezig met de studie naar functies en relaties in de verzameling van natuurlijke getallen vanuit het gezichtspunt van de vraag wat er met betrekking daartoe, via een zogenoemde programmeertaal, wel of niet berekenbaar is.

werd geconstrueerd. Dit verklaart deels waarom het Lebesgue en niet Borel was die in 1930 de introductie bij Loëzins, in het Frans geschreven, meesterwerk schreef.

Borel en Lebesgue begrepen dat dit verschil tussen hen er was. In een artikel uit 1919 met de titel 'Over Analytische Definities en de Illusie van het Transfinitieve' gaf Borel toe dat zijn gezichtspunt beperkter was dan dat van Lebesgue. Hij erkende dat Lebesgues benadering nuttiger zou kunnen zijn, op voorwaarde dat men niet zo kritisch was als hij over de 'illusies van het transfinitieve'.

Borel kwam tot het besef dat de verzamelingenleer niet meer bij hem paste, omdat zijn (cartesiaanse) 'sensualistisch' realisme niet om kon gaan met een dergelijke mate van abstractie. Maar hij was er de man niet naar om het gevecht gemakkelijk op te geven en hij had er veel spijt van dat hij ophield met creatief werk binnen zo'n fascinerend domein. Door talrijke artikelen en boeken te schrijven (die vele herziene drukken kenden met telkens nieuwe introducties) bleef Borel aangesloten op de verzamelingenleer en de functietheorie. Om een voorbeeld te geven: op het Internationale Congres voor Wetenschapsfilosofie in 1951 gaf Borel, amper een paar maanden voor zijn dood, een lezing over 'definiëring in de wiskunde'. Jaren daarvoor had hij belangstelling gekregen voor de toepassingen van zijn maattheorie en Lebesgues integratietheorie op het bestaan van normaal getallen en later breidde hij de toepassingen uit naar de waarschijnlijkheidsrekening. In 1909 schreef hij Camille: 'De kracht niet meer hebbend voor de hogere wiskunde, ga ik, in navolging van oom Bertrand, op m'n dooie gemak aan de slag binnen de kansrekening en statistiek.'²⁵ Het stelt niet veel voor vergeleken met mijn eerdere werk in de wiskunde, maar het is nuttig.' (Of, zoals Borel het in het Frans kleurrijk uitdrukte: 'Je vais pantoufler dans les probabilités'.)²⁶

Borel raakte betrokken bij allerlei andere activiteiten. Samen met een groot aantal medewiskundigen steunde Borel de hervorming van het Franse onderwijs zoals die in 1902 plaatsvond. In 1904 nam hij deel aan een conferentie in het Musée pédagogique,

waar hij zijn zienswijzen op de wiskunde en het wiskundig onderwijs helder uitlegde: 'Men moet naar alle gelegenheden op zoek [...] waarop onze leerlingen kunnen beseffen dat de wiskunde geen pure abstractie is'. Zich op een typerende wijze aan de omstandigheden aanpassend en zijn persoonlijk belang met zijn liefde voor Camille vermengend, riep hij in 1905 samen met haar een tijdschrift, *La Revue du Mois*, in het leven, dat tot enkele jaren na de Eerste Wereldoorlog bleef bestaan. In het eerste nummer van januari 1906 stond een artikel van Vito Volterra over het gebruik van de wiskunde in de biologische en sociale wetenschappen. Borel voegde een kort commentaar toe over de huidige debatten over de verzamelingenleer en vermeldde daarin het opmerkelijke recente werk van Lebesgue en zijn 'genoemde verzamelingen'.

Lebesgue voelde zich echter nog steeds aangetrokken tot de meetkundige geheimen van het Continuüm. Het zou deze fascinatie weleens kunnen zijn geweest die hem ertoe bracht om een zeer elementaire vergissing met verstrekkende gevolgen te begaan. Deze vergissing legde de weg open voor de Russische wiskundigen Soeslin en Loezin, die de verzamelingenleer omarmden en de fout twaalf jaar later herstelden.

De Franse wiskundigen uit deze periode wilden de psychologie of filosofie (laat staan religie) niet met wiskunde vermengen. In plaats daarvan wilden ze wiskundige noties beperken tot die waarvoor een duidelijke definitie en een duidelijke representatie in de geest gevonden kon worden. Dit scepticisme van de kant van de Franse wiskundigen en hun krachtige verzet tegen de nieuwe wiskunde weerhielden hen ervan om verder te geraken in de verzamelingenleer.

Maar in 1909 schreef Borel nog het volgende: 'Vanaf de dag dat de verzamelingenleer ophoudt metafysisch te zijn en praktisch wordt, zouden de nieuwe ideeën een bloei van prachtige resultaten teweeg kunnen brengen [...] Misschien zullen er op een dag nuttige ideeën tevoorschijn komen uit deze overdaad aan formele logica, die een constructie zonder enige grond lijkt.'²⁷

De Franse tegenzin om met de verzamelingenleer door te gaan had toch een positieve uitkomst: ze dwongen de Duitse school (aangevoerd door Hilbert) om de metawiskunde,^{xxi} die de axiomatische methode voortbracht, te ontwikkelen. Zoals we zullen zien, zetten ze ook de Russische wiskundigen aan tot nieuwe creativiteit.

De hier beschreven gebeurtenissen hadden ook persoonlijke gevolgen. Baire ondervond in toenemende mate psychische problemen en pleegde uiteindelijk zelfmoord toen hij in z'n eentje in een hotel aan het Meer van Genève (Lac Lemman) woonde. Borel verliet de hogere wiskunde en bekende Paul Valéry in 1924 zelfs dat hij bang was geworden voor de psychische gevolgen van het verrichten van onderzoek naar de verzamelingenleer, hierbij verwijzend naar de 'arme Baire'.

Sterker nog, ook binnen andere onderzoeksgebieden kreeg een aantal wetenschappers te maken met psychisch lijden. Paul Langevin, de briljante fysicus en vriend van Borel, leefde als gevolg van de druk die hij van zijn vrouw ervoer – die wilde dat hij zuiver wetenschappelijk onderzoek verruilde voor het particuliere bedrijfsleven – vele jaren in een erbarmelijke mentale toestand. Zoals gezegd bracht de verzamelingenleer specifieke problemen voort. Zelfs enkele van de Russen, die opener stonden voor de verzamelingenleer, waren niet immuun voor dit soort ontwrichtingen. Pavel Aleksandrov bekende de Hongaarse wiskundige György Pólya (die het aan Jean Dieudonné vertelde) dat hij zich, na een jaar te hebben gewerkt aan de Continuümhypothese, serieus zorgen begon te maken over zijn mentale evenwicht.

Na 1917 begon Lebesgue met Borel te ruziën. Het voorwendsel hiervoor was de prioriteitsstrijd wat betreft het ontstaan van

xxi Metawiskunde heeft betrekking op een unieke eigenschap van de wiskunde, namelijk dat het als vakgebied op zichzelf kan reflecteren in termen van de wiskundige begrippen, methoden etc. van het vakgebied zelf. Als de uitspraak '1+1=2' tot de wiskunde behoort, behoort de uitspraak '1+1=2 is geldig' tot de metawiskunde. Het was Hilbert die de metawiskunde voor het eerste gebruikte om de grondslagen van de wiskunde te vestigen.

de maattheorie,^{xxii} maar ook Borels sociale leven en activiteiten stonden Lebesgue tegen, ook al probeerde Camille de twee op vriendschappelijke voet te houden. Lebesgue was razend over het feit dat hij onder Borels bevel werd geplaatst toen laatstgenoemde tijdens de Eerste Wereldoorlog het hoofd van de wetenschappelijke defensieactiviteiten was. De laatste brief van Lebesgue aan Borel, gedateerd 21 december 1917, is een prachtige en verdrietige getuigenis van de dood van wat een eeuwige vriendschap tussen twee uitzonderlijke mannen had moeten zijn. Lebesgue schreef:

Ik heb de moed niet om jouw voorstellen af te wijzen. Ik zei je, ik heb niet hetzelfde vertrouwen in je als vroeger. Ik geloof niet meer in beloftes. [...] Voorlopig zou elke relatie die verder gaat dan alledaagse vriendschap [*la banalité de la camaradie*] gewoonweg hypocrisie zijn. Ik zou niet met jou lunchen, maar met wat oude herinneringen. Ik denk dat deze brief je enig verdriet zal doen en ik voel te veel verborgen vriendschap voor je om zelf niet bedroefd te zijn.

Alle drie de leden van het Franse drietal kwamen uiteindelijk voor een intellectuele afgrond te staan waarvoor ze tot stilstand kwamen. Maar ieder lid van het drietal reageerde anders op de afgrond. Borel verliet het onderzoeksgebied, maar raakte niet psychologisch beschadigd door zijn verlegging van focus. Zijn wereld was een rijke wereld, met naast de wiskunde vele aantrekkelijkheden; zijn liefde voor zijn vrouw, politiek, cultuur. Lebesgue was minder buigzaam en grootmoedig en in zijn frustratie werd wat hij wat nors. De 'plaagzieke glimlach', die Camille Marbo in zijn jeugd had opgemerkt, verwerd tot een vorm van geïntensiveerde kritiek op zijn collega's, zelfs op

xxii De maattheorie is het deelgebied van de wiskunde dat zich op basis van noties uit de verzamelingenleer bezighoudt met de veralgemenisering van de elementaire begrippen van maat (lengte, oppervlakte en volume). Dit doet het door het te hebben over de maat van door bepaalde operaties voortgebrachte deelverzamelingen van verzamelingen.

degenen die hem diep bewonderden. Baire, gefrustreerd door zowel zijn gebrek aan professionele erkenning als zijn onkunde om de afgrond over te steken, werd steeds zwaarder depressief.

Het verhaal van de verzamelingenleer in Frankrijk bevat dus vele vervlochten factoren: persoonlijke karakteristieken (waaronder veel intellectuele creativiteit), houdingen tegenover de filosofie en metafysica, familieomstandigheden en politiek. In Rusland was een soortgelijke mix van kracht, bestaande uit grootse intellectuele creativiteit en zelfs nog meer persoonlijk verdriet, en met sterkere religieuze en politieke invloeden. Maar het belangrijkste verschil tussen de Franse en Russische analytici van de verzamelingenleer is dat het verband tussen wiskunde en metafysica dat de Fransen probeerden te vermijden, een connectie vormde die de Russen verwelkomden. Het zou zelfs kunnen worden gezegd dat de metafysica in de handen van het Russische Drietal mysticisme werd.

4. Het Russische drietal: Egorov, Loezin, Florenski

‘Het voelde alsof ik op een zuil leunde [...]
Ik heb mijn interesse in het leven aan jou te danken.’
– *Nikolaj Loezin aan Vader Pavel Florenski, juli 1908*

De levensverhalen van Dmitri Egorov, Nikolaj Loezin en Pavel Florenski onthullen veel over hun houding tegenover intellectuele en religieuze kwesties – net zoals het culturele en politieke milieu waaruit ze afkomstig waren dat doet. We zullen beginnen met dat milieu en ons daarbij toeleggen op (de denkwijzen van) enkele van hun Russische voorgangers in de wiskunde.

In de late negentiende en vroege twintigste eeuw beschouwden Russische wiskundigen hun werk als nauw verbonden met filosofische, religieuze en ideologische kwesties. Wat dat betreft verschilden ze van de meeste van hun Franse collega's. Russische wiskundigen hadden de neiging om kennis te zien als een intern samenhangend, harmonieus geheel en ze dachten dat iets nieuws wat zich in één sfeer voordeed, elders, mogelijk zelfs overal, gevolgen had. Als wiskundigen voelden ze zich verplicht om hun werk te relateren aan de bredere wereld van kennis en geloof. Dergelijke opvattingen konden uiteraard ook in West-Europa worden aangetroffen (Quetelet en Buckle gelden als voorbeelden), maar in het laat-negentiende-eeuwse Rusland waren ze bijzonder krachtig; hier raakten controverses over de monarchie, religie, determinisme, vrije wil en marxisme verhit en zij traden dikwijls wetenschappelijke onderzoeksgebieden binnen. Deze traditie vormde het toneel waarop de ontvangst van de verzamelingenleer in Rusland, die tegengesteld was aan die in Frankrijk, tot stand kwam.

Een professor in de wiskunde aan de Universiteit van Moskou die zelfs vóór de komst van de verzamelingenleer in Rusland

bij zulke debatten betrokken raakte, was Nikolaj Vasjlyevitsj Boegajev (1837-1903). Boegajev zou uiteindelijk de leraar worden van alle drie de leden van het Russische Drietal van wiskundigen. Ook was hij de vader van de symbolistische dichter Andrej Bely, die onder Egorov wiskunde zou studeren en wiens geloof in de ‘magie van woorden’ en het belang van ‘noemen’ algemeen bekend werd.

Na met een graad in de wiskunde en natuurkunde af te studeren aan de Universiteit van Moskou deed Nikolaj Boegajev in Berlijn en Parijs promotiewerk in de wiskunde. Daarna keerde hij terug naar Moskou en gaf de rest van zijn leven les aan de universiteit. Hij was een vroeg lid van het in 1864 opgerichte Moskous Wiskundig Genootschap – een van de oudste wiskundige genootschappen ter wereld. Zijn onderzoek richtte zich op de analyse en de getaltheorie en geleidelijk aan ontwikkelde hij een sterke interesse voor de discontinue functietheorie, die hij ‘aritmologie’ⁱ noemde. Dat hij zich tot discontinue functies aangetrokken voelde, was deels ideologisch en religieus ingegeven.

Boegajev woonde met zijn mooie en rijke vrouw Aleksandra Dmitrevjna in een appartement in de Arbat, het centrum van het intellectuele en artistieke leven in Moskou. Dit was de omgeving waar Egorov en Loezin uiteindelijk woonachtig zouden zijn; allen slechts enkele straten van elkaar verwijderd en niet ver van de Universiteit van Moskou. Het Boegajevappartement, gelegen nabij een gebouw waar de grote dichter Aleksandr

i ‘Aritmologie’ een ander woord voor de studie van discontinue functies (dat wil in dit verband zeggen, functies die niet causaal kunnen worden verklaard en dus op de een of andere manier ‘vrij’ zijn). De twee inspiratiebronnen voor deze studie waren de getaltheorie (het idee van de discrete, discontinue aard van getallen) en de waarschijnlijkheidsrekening (het idee van de onbepaaldheid van fenomenen). Voor Boegajev en zijn volgelingen vormde de aritmologie, in bredere zin, ook een kritiek op het westerse newtoniaanse wereldbeeld van continuïteit en determinisme dat geen ruimte liet voor, zeg, onverwachte sprongen, toevaligheden en wonderen. Bovendien is de aritmologie, als een vorm van het bedrijven van filosofie in de vorm van getallen, gerelateerd aan enerzijds renaissance neoplatonisme en anderzijds stromingen binnen de numerologie, de studie die zich bezighoudt met de mystieke aspecten van getallen.

Poesjkin ooit had gewoond, was – net zoals het appartement van Borel in Parijs – een ontmoetingsplaats voor maatschappelijk prominente intellectuelen. Boegajev was ook lid van het Russisch Psychologisch Genootschap en in 1889 publiceerde hij in het tijdschrift van dat genootschap een artikel getiteld ‘Over de Wilsvrijheid’, waarin hij de vrijheid van de wil prees als de meest menselijke van alle bestaande eigenschappen. Hier stapte de wiskundige rechtstreeks de wereld van de filosofie en ideologie binnen. Boegajev zette alles op alles om de vrije wil te verdedigen, omdat hij het beschouwde als het fundament van de autonomie van individuen en als iets wat nauw verbonden was met het recht, moraliteit, onderwijs en sociabiliteit. Hij was ervan overtuigd dat de vrije wil bedreigd werd door de deterministische filosofieën die in het negentiende-eeuwse Europa domineerden.

Acht jaar later, op het Eerste Internationale Congres voor Wiskundigen in Zürich in 1897, koppelde Boegajev zijn verdediging van de vrije wil aan de wiskunde. Discontinue functies, die door wiskundigen maar al te vaak als angstaanjagend en weerzinwekkend werden opgevat – de Franse wiskundige Hermite noemde ze ‘gedrochten’ – waren volgens Boegajev eigenlijk prachtig en in morele zin verkwikkend, omdat ze de mens van fatalisme bevrijdde. ‘Discontinuïteit’, zo vertelde Boegajev zijn medewiskundigen, is een ‘manifestatie van onafhankelijke individualiteit en autonomie. Discontinuïteit is van invloed op kwesties met betrekking tot finale oorzaken en op ethische en esthetische problemen.’¹

Het belang van wiskundige discontinuïteit zou later een centraal thema vormen voor de Naamaanbidder Pavel Florenski toen hij nog een wiskundestudent was; volgens hem was het verbonden met de handeling van het ‘hernoemen’. Florenski’s interesse was ongetwijfeld gedeeltelijk ontleend aan de opvattingen van Boegajev, die op de universiteit zijn wiskundeprofessor was. Florenski beschreef Boegajevs colleges op een manier die de verbanden die zijn professor zag tussen de wiskunde en sociale vraagstukken duidelijk blootlegde:

We hebben hier in Boegajev een waarlijk voortreffelijke professor die om zijn werken redelijk bekend is. Hij strooit in zijn colleges met scherpe opmerkingen, aforismen, vergelijkingen en hij gaat in op psychologie, filosofie, ethiek, maar doet dit alles op zo'n juiste wijze dat men er zijn uitleg beter door kan begrijpen.²

Een ander voorbeeld van het verbinden van de wiskunde met sociale vraagstukken door Russische wiskundigen wordt gevonden in een debat tussen P.A. Nekrasov uit Moskou en A.A. Markov uit St. Petersburg over de vrijheid van de wil dat in de jaren 1892-1903 plaatsvond. Markov en Nekrasov deelden de door vele Russische wiskundigen gebezigde opvatting dat wiskunde te maken had met ideologie, maar zij trokken tegenovergestelde conclusies over wat die effecten dan waren: Nekrasov werd gedreven door religie, Markov door de Franse rationalistische traditie.

Nekrasov (1853-1924) was een man toegewijd aan de tsaristische autocratie en de Russisch-orthodoxe Kerk. Hij geloofde dat ideeën zoals determinisme, atheïsme en marxisme nauw verbonden waren en hij bekritiseerde deze concepten in naam van het christendom en de vrije wil. Nekrasov schreef boeken en artikelen waarin wiskunde, theologie en filosofie met elkaar vervlochten werden.

Markov (1856-1922) daarentegen was een atheïst en een harde criticus van de Orthodoxe Kerk en de tsaristische regering (Nekrasov noemde hem, overdreven genoeg, een marxist). Het Nekrasov-Markovgeskil droeg bij aan de versteviging van de algemene opinie dat de St. Petersburg School voor Wiskunde (Markovs thuis) seculier was en in filosofische zin positivistisch, zo niet materialistisch; een centrum van de liberale democratie en het anti-monarchisme. Moskouse wiskundigen zoals Nekrasov werden daarentegen vaak gezien als religieuzer, positiever over de monarchie en vatbaarder voor filosofisch idealisme.

Het onderwerp van het debat tussen de twee was de verklaring van statistische regelmatigheden. Wanneer de wet van de grote getallen wordt toegepast op niet-menselijke situaties zoals het

trekken van balletjes uit een urn die zwarte en witte ballen bevat, bewijst deze de niet-controversiële conclusie dat hoe groter de trekking van ballen uit de urn, hoe dichter de verhouding van zwarte tot witte ballen (zoals aangetroffen in de trekking) zal liggen bij de verhouding in de urn zelf. (Jakob Bernoulli deed in de vroege achttiende eeuw belangrijk werk over deze wiskundige verhouding.) In de negentiende eeuw paste een man die vaak de grondlegger van de moderne statistiek wordt genoemd, L.A.J. Quetelet (1796-1874), de wet van de grote getallen echter toe op mensen als het ging om onderwerpen zoals de leeftijden waarop mannen en vrouwen trouwen. De jaarlijkse regelmaat van deze statistieken – wanneer het grotere aantallen betrof – bracht hem tot de conclusie dat de rol van de vrije wil lijkt ‘weg te spoelen’ en dat menselijk gedrag kan worden beschreven in termen van statistische regelmatigheden die dermate voorspelbaar zijn dat ze de in de buurt komen van de zeggingskracht van natuurwetten. Quetelet schreef bovendien een boek met de betekenisvolle titel *Sociale Fysica*.ⁱⁱ Argumenten als die van Quetelet werden door sommige verdedigers van religie als bedreigend beschouwd, omdat de heersende opvatting binnen de joods-christelijke traditie positief staat tegenover over de vrije wil (alhoewel de geschiedenis van het theologische debat over deze kwestie bont geschakeerd en ingewikkeld is). Quetelet had de mogelijkheid opgeworpen dat de vermeende vrije wil van mensen slechts een hersenschim was.

Nekrasov was diep verontrust over termen als ‘sociale fysica’ en probeerde door middel van wiskundig onderzoek een conceptie van vrije wil te redden. Hij merkte op dat de aanname achter de wet van de grote getallen – wanneer deze wordt toegepast op situaties zoals een urn met zwarte en witte ballen – de *onafhankelijkheid* van opeenvolgende experimenten is. (Ballen die uit de urn worden gehaald moeten erin worden

ii Dit boek verscheen oorspronkelijk in het Frans als *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essay de physique sociale* (1835, twee delen). Het werd in het Engels vertaald als *A Treatise on Man and the Development of His Faculties* (1842).

teruggelegd zodat geen enkele trekking door welke voorafgaande trekkingen dan ook wordt beïnvloed.) Maar Nekrasov dacht dat de situatie onder mensen anders was en hij ontwikkelde het concept van paarsgewijze onafhankelijkheid (in plaats van wederzijdse onafhankelijkheid). Hij stelde dat paarsgewijze onafhankelijkheid niet alleen een voldoende maar ook een noodzakelijk voorwaarde was voor de geldigheid van de wet van de grote getallen. Volgens hem kwam de vrije wil overeen met paarsgewijze onafhankelijkheid.

Markov, die de ideologische implicaties van de discussie begreep, voelde zich beledigd door Nekrasovs conclusies. Hij veranderde letterlijk van onderzoeksrichting om tegenstand te bieden aan Nekrasov. In een brief aan een collega van 6 november 1910 legde Markov zijn motivaties voor het inslaan van een nieuwe richting uit:

De unieke dienst die P.A. Nekrasov ons heeft bewezen is, naar mijn mening, namelijk deze: hij expliciteert op scherpe wijze zijn, naar ik meen door velen gedeelde, waanidee dat onafhankelijkheid een noodzakelijke conditie is voor de wet van de grote getallen. Deze situatie bewoog me ertoe om in een reeks artikelen uit te leggen dat de wet van de grote getallen [...] ook op afhankelijke variabelen van toepassing kan zijn. Op deze manier werd een constructie van een in hoge mate algemeen karakter bereikt waar P.A. Nekrasov niet eens van kan dromen.

Ik dacht na over variabelen verbonden in een eenvoudige keten en hieruit ontstond het idee van de mogelijkheid om de limietstellingen van de waarschijnlijkheidsrekening ook naar van een complexe keten uit te breiden.³

Zo werden Markovketens geboren, een van de belangrijke concepten van de moderne wiskunde. Een Markovketen is een opeenvolging van willekeurige variabelen met de Markoveigenschap – namelijk dat de toekomstige en vroegere toestanden, gegeven de huidige toestand, onafhankelijk zijn. Voorbeelden

van Markovketens kunnen gevonden worden in ieder spel, zoals bijvoorbeeld in Monopolie, waarbij zetten volledig bepaald worden door de dobbelsteen. Zulke spelletjes vertonen verschillen met kaartspellen als poker en *blackjack*, waar de kaarten staan voor een 'geheugen', omdat dat wat op een willekeurig moment getoond wordt, afhankelijk is van beurten uit het verleden.

Een van Boegajevs studenten, Dmitri Fjedorovitsj Egorov, zou een diepe belangstelling ontwikkelen voor de verhouding tussen religie en wiskunde.⁴ Hij werd in 1869 in Moskou geboren en bracht, met uitzondering van een buitenlandse studie in Europa en zijn gevangenschap en dood in de stad Kazan, zijn hele leven in die stad door. Egorovs vader, Fedor, was wiskundeleraar en de directeur van het Moskous Lerareninstituut, een school die toekomstig middelbareschooldocenten in de stad een driejarige opleiding aanbood. Fedor Egorov gaf daar les in algebra en meetkunde, en hij bracht een liefde voor deze studieobjecten over op zijn zoon Dmitri.

Dmitri studeerde met een gouden medaille af aan de Moskou School Nr. 6 en ging naar het natuur- en wiskundedepartement van de Universiteit van Moskou, waar Boegajev zijn hoofdprofessor was. Het was aan hem dat Egorov zijn grote belangstelling voor discontinue functies ontleende. Egorov was ook een tijdje geïnteresseerd in Boegajevs aritmologie, maar hij liet dat onderwerp al snel varen om zich bezig te gaan houden met de differentiaalgeometrie, een studieobject waarover hij een studentenpaper schreef. In 1894 werd hij *privat-dotsent* (een lector aan de universiteit zonder vaste aanstelling) aan de Universiteit van Moskou. In 1899 verdedigde hij zijn masterscriptie, in 1901 gevolgd door zijn proefschrift met de titel 'Over een bepaalde klasse van orthogonaal-systemen'. Dit artikel werd een klassieker en bracht de Franse wiskundige Gaston Darboux ertoe om één type topologische oppervlakte ter ere van hem 'Egorov-oppervlakten' te noemen. Daarmee was Egorovs reputatie als toonaangevend specialist binnen de differentiaalgeometrie gevestigd.

In 1902-1903 ging Egorov naar Europa, waar hij, in Berlijn, Göttingen en Parijs, lezingen bijwoonde van een aantal van de bekendste wiskundigen van die tijd, onder wie Frobenius, Poincaré, Darboux, Hadamard, Lebesgue, Klein, Hilbert en Minkowski. Hij voelde zich met name aangetrokken tot Lebesgues werk over de functietheorie. Na te zijn teruggekeerd naar de Universiteit van Moskou, waar hij in 1904 professor werd, begon Egorov een glansrijke carrière als docent en beïnvloedde zo een hele generatie wiskundigen. Samen met B.K. Mlodzejevski, die in 1900-1901 de verzamelingenleer op de universiteit had geïntroduceerd, onderwees Egorov zijn studenten in de laatste ontwikkelingen binnen de Europese wiskunde en nodigde ze uit om deel te nemen aan de verdere ontwikkeling ervan.

Egorov was een uiterst gereserveerde en bescheiden man, en wel zozeer dat gemakkelijk geloofd zou kunnen worden dat hij enkel en alleen voor de wiskunde leefde. Anders dan zijn leraar Boegajev, die geregeld schreef en colleges gaf over onderwerpen als de vrije wil en de psychologie, beschouwde Egorov dergelijke buitenwetenschappelijke publicaties en lezingen als onverstandig, mogelijk zelfs ongepast, alhoewel hij er zijn eigen opvattingen over religieuze en filosofische onderwerpen op nahield. Hij was een geleerde, geen publicist. Zijn publicaties vertoonden geen spoor van de 'innerlijke Egorov' – aanwijzingen voor drijfveren die zo ondubbelzinnig aanwezig waren bij veel van zijn voorgangers zoals Boegajev, Markov en Nekrasov. Een gedetailleerde studie van zijn leven wijst echter uit dat Egorov een man van diepgaande hartstocht, religieuze *commitments*, culturele identiteit en politieke voorkeur was. Zoals Sergej Demidov, een vooraanstaand historicus van de wiskunde, in de post-Sovjet-periode schreef, vond Egorov 'dat de meningen en overtuigingen van een individu (inclusief zijn religieuze opvattingen) aan een intieme menselijke sfeer toebehoorden en geen gespreksthema's vormde'. Die sfeer was voor Egorov echter van fundamenteel belang en beïnvloedde zichtbaar zowel zijn wiskunde als zijn persoonlijk leven.

Egorovs maatschappelijke opvattingen zijn gemakkelijker in zijn daden te bespeuren dan in zijn geschriften. Hij ging regelmatig naar de kerk en zijn interesse in verbanden tussen religie en wiskunde groeide gestaag, wat resulteerde in vriendschappen met vele priesters en in zijn deelname aan discussiegroepen met kerkelijke figuren, filosofen en wetenschappers. Ook als het gaat om de politiek moeten zijn *commitments* in zijn gedrag worden gezocht, niet in zijn publicaties. In 1903 vond er in Chisinau een pogrom plaats tegen joden die uitliep op gewelddadige doden. Nogal wat intellectuelen in Moskou en St. Petersburg protesteerden, onder wie wetenschappers. Enkel van hen schreven stukken waarin ze de afschuwelijke gebeurtenissen openlijk afkeurden. Egorov schreef geen artikelen, maar wanneer men naar de petitie die door een aantal van deze intellectuelen ondertekend werden kijkt, vindt men naast namen als Leo Tolstoj en Vladimir Vernadski de naam 'D.F. Egorov'.

De invloed van de Franse wiskundigen die hij net daarvoor in Parijs had bezocht, speelde een rol in Egorovs protest tegen de pogroms. Zoals we hebben gezien, was Frankrijk, toen hij daar in 1902-1903 op bezoek was, in opschudding over de Dreyfusaffaire. Enkele van Egorovs Franse collega's, onder wie Lebesgue, Poincaré en Borel, behoorden tot de Dreyfusards, de intellectuelen die Dreyfus verdedigden. Het voorbeeld van hun protesten maakte indruk op Egorov, die zich van nature niet graag inliet met politieke actie. Korte tijd na zijn terugkeer uit Frankrijk voegde Egorov – in een zeldzaam moment van een publiek gebaar buiten zijn eigen vakgebied – zijn handtekening toe aan de petitie die de pogrom in Chisinau afkeurde.

Egorovs naam wordt niet geassocieerd met de radicalen die een rol speelden in de revolutie van 1905, een tijd waarin een groot aantal intellectuelen de tsaristische autocratie kritiseerde. Egorov was voorstander van een gematigde, constitutionele monarchie. Maar zijn brieven aan Vladimir Vernadski van mei en juni 1905 laten zien dat hij de beweging die streed voor hervormingen in het universiteitsleven en die streefde naar de totstandbrenging van een meer meelevend universiteitsbestuur, actief steunde.⁵

Egorov was nauw gelieerd aan de rijkdom en politieke complexiteit van de Europese cultuur. Uiteraard waren er ten tijde van de eeuwwisseling democratische idealen aanwezig in het Europese denken, maar ze waren nog niet volledig tot wasdom gekomen. Duitsland, waar Egorov had gestudeerd en wiens universiteiten hij overduidelijk bewonderde, was nog steeds een monarchie – weliswaar een constitutionele, met politieke partijen en verkiezingen, maar nog steeds verre van democratisch. Frankrijk, waar Egorov ook studeerde, daarentegen was zeker een republiek, maar één met een tumultueus politiek leven dat Egorov waarschijnlijk enigszins verbijsterde. Maar Europa was voor Dmitri Egorov en zijn familie een krachtige culturele magneet en het gaf vorm aan hun sociale en publieke levens.

Egorovs vrouw, Anna Ivanovitsj Grzjimali, was de dochter van Ivan Grzjimali, een van de beroemdste violisten van Rusland die in heel Europa optrad. Dmitri's huwelijk met Anna plaatste het jonge koppel in het midden van de toonaangevende culturele en sociale elite van Moskou, net als in het geval van professor Boegajev en zijn vrouw. Dmitri en Anna waren regelmatig aanwezig bij diners en feesten in het appartement van de Grzjimali's, dat zich bevond in een gebouw van het Conservatorium van Moskou waar Ivan Grzjimali (Jan Hrimaly) professor was. Het appartement was ruim en luxueus en had vijf meter hoge plafonds. Daar vermaakten de Grzjimali's, vaak samen met Dmitri en Anna Egorov, de sociale en culturele *avant-garde* van Rusland, inclusief Tsjaikovski, Sjaljapin, Rachmaninov, Ilja Repin en anderen. Het huis van de Grzjimali's was gastvrij en iedereen kende Ivan Grzjimali.

Ivan Grzjimali werd geboren in Praag en bewoog zich gemakkelijk in de Europese muzikale gemeenschap. Zijn schoonvader, die slechts acht jaar ouder was dan hij, was Ferdinand Laub, ook een door heel Europa bekende violist. Laub was joods, dus Dmitri Egorovs vrouw Anna (Laubs kleindochter) was gedeeltelijk joods. Laub en Ivan Grzjimali waren goede vrienden. Beide genoten van het gezelschap van musici uit West-Europa en Rusland, onder wie Liszt en Tsjaikovski.

De Grzjimali's hadden twee dochters, Dmitri Egorovs toekomstige vrouw Anna, die bij haar goede vrienden bekendstond als Aida, en Natalja. Zowel Anna als Natalja waren muzikaal begaafd; niet verrassend gegeven het talent van hun vader. Maar de roddelaars van Moskou zeiden dat het, om haar muzikale virtuositeit te verklaren, niet nodig was om aan te nemen dat Ivan Grzjimali Natalja's vader was; volgens sommigen van hen was haar echte vader Liszt, die naar verluidt een verhouding had met Natalja's moeder tijdens een van Grzjimali's veelvuldige Europese concerttournees.

Zowel Anna als Natalja ontvingen hun muzikale opvoeding aan het instituut van hun vader, het Conservatorium van Moskou. Waar Anna een bedreven amateur pianiste en zangeres werd, werd Natalja, die nooit trouwde, een professioneel pianiste en zij leefde jarenlang bij Dmitri en Anna. De Egorovs kregen geen kinderen en de roddelaars van Moskou, die geen genoeg konden krijgen van hun verhalen, beweerden dat Dmitri en Anna nooit seksuele omgang hadden en brachten dit curieuze feit in verband met Dmitri's ongewone religieuze overtuigingen – niet een geheel overtuigend gerucht, aangezien binnen het orthodoxe geloof zelfs priesters kunnen trouwen en kinderen kunnen krijgen, zoals Dmitri's vriend Florenski, die zijn Naamaanbidtingsovertuigingen deelde, dat deed.

In het Egorovappartement, gelegen in de Boris en Glebstraat in de prestigieuze Arbat buurt van Moskou, hing de muziek vaak in de lucht. Twee piano's, een vleugel voor Natalja en een kleinere voor Anna, gingen de strijd met elkaar aan. Natalja gaf er regelmatig les aan jonge pianostudenten – waaronder één die vandaag de dag nog leeft en die het appartement beschreef. Van tijd tot tijd kwam haar vader Ivan voor sociale evenementen naar het appartement, waar hij voor de gasten op zijn zeldzame Stradivarius viool speelde. Net zoals Émile Borels huwelijk met Marguerite hem in staat stelde zich in het centrum van het Parijse intellectuele en culturele leven te begeven, plaatste Dmitri Egorovs huwelijk met Anna Grzjimali hem in Moskou in een soortgelijk select gezelschap. Toen de twee wiskundigen

elkaar ontmoetten, droegen hun vergelijkbare sociale milieus bij aan het versterken van hun band.

De sociale wereld waarin de Egorovs en Grzjimalis zich bewogen, wordt op een prachtige manier opgeroepen in het bekendste gedicht van de symbolistische dichter Andrej Bely, die dit milieu goed kende. Het gedicht heet 'De Eerste Ontmoeting'; in een van de belangrijkste passages ervan beschrijft Bely de culturele en intellectuele kopstukken van Moskou bij een van de muziekconcerten gehouden in de Sociëteit voor Notabelen. De vrouwen, die modieuze bontjes droegen, gaan gekleed in stijlvolle jurken van de beste ontwerpers van Moskou, zoals Minangois en Lamanova (die tot aan de Revolutie een 'salon de couture' hadden). De laatste mode is die van de 'cloche', een geriemde rok met een negen meter brede inslag die, bij uitstek wanneer die van zijde gemaakt was, een ritselend geluid maakte terwijl de vrouwen rondliepen. Bely observeerde:

Ik zie deze dames –
In boa's – lijvig en edelmoedig;
En – anderen; gevederde, vurige dames
Prachtige dames in hun stijlvolle capes...

Grzjimali wordt beschreven als de concertmeester van de avond en was duidelijk het object van veel bewondering. In één strofe liet Bely zich er enthousiast over uit:

Mijn mystieke panorama's
Worden rondgetold door de vloeiende strijkstok,
De streek van de strijkstok zowel huilerig als bekend –
Van Grzjimali's viool.

Anderzijds wordt er door Bely in heel andere bewoordingen tegen Egorov aangekeken; die van bescheidenheid. Terwijl hij uit de concertzaal tevoorschijn komt 'buigt hij schaapachtig voorover' voor de andere mensen in het publiek, zonder de eminentie, waar ook hij met recht aanspraak op kon maken, te doen laten

gelden.⁶ Hij was binnen zijn vakgebied immers een prominent figuur; als professor in de wiskunde van de Universiteit van Moskou stond hij onder Europese wiskundigen bekend om zijn prestaties en via zijn vrouw was hij ook nauw verbonden met een van de sterren van de avond, Ivan Grzjimali. Maar Egorov was een gesloten en bescheiden man wiens postuur alleen al zijn gehele persoonlijkheid beschreef.

Hoewel Egorov zwijgzaam en ongelooflijk beleefd was, stond hij verre van neutraal tegenover principiële vraagstukken. Ooit vertelde hij dat toen hij op een bespreking was en iets hoorde waar hij het mee oneens was, hij zich verplicht voelde om dit meningsverschil uit te spreken. Deze ongebruikelijke eerlijkheid zorgde normaalgesproken niet voor grote moeilijkheden op wiskundige seminars – waar het van mensen verwacht werd dat ze het oneens zijn – maar bij sociale bijeenkomsten kon het tot problemen leiden en in het politieke milieu van Sovjet Rusland na 1917 kon het gevaarlijk zijn.

Egorov was diep religieus. De wiskundige N.M. Beskin schreef: ‘Wanneer men Egorov leert kennen, wordt men getroffen door zijn religiositeit. Bij hem thuis zag ik priesters met wie hij vol eerbied omging, hun handen kussend bij ontmoetingen. Op zijn bureau lag, naast wiskundige literatuur, ook de Bijbel. Ter ontspanning wisselde hij het lezen van wiskundige literatuur af met het lezen van religieuze literatuur.’⁷ In juni 1914 schreef Egorov zijn collega en voormalig top-student Nikolaj Loezin dat hij zojuist Pavel Florenski’s dissertatie had gelezen en er ‘veel belangwekkends in aantrof’. Het ging hier om de door en door religieuze dissertatie waarin Florenski – zoals Boegajev dat in zijn tijd gedaan had – wiskundige discontinuïteit prees als een ontspanning aan determinisme en fatalisme.

Egorovs student Nikolaj Loezin (1883-1950) was zonder twijfel een van de grote Russische wiskundigen van de twintigste eeuw, iemand die via het Moskous Wiskundig Genootschap, dat hij samen met Egorov oprichtte, internationaal invloed had. Loezins levensverhaal is zowel fascinerend als verontrustend en er bestaan nog steeds een aantal vragen en debatten over. Maar er

is tegenwoordig voldoende bekend om ons een redelijk beeld te vormen van zijn leven.⁸

De bronnen wijken onderling af over een aantal primaire feiten, om te beginnen over zijn geboorteplaats. Sommigen zeggen dat hij werd geboren in Irkoetsk, anderen in Tomsk. Nina Bari, die Loezin als geen ander kende en meer dan dertig jaar aan zijn zijde stond, verklaarde na zijn dood in 1950 dat hij werd geboren in Tomsk en voor korte tijd naar Irkoetsk verhuisde toen hij nog een jonge jongen was.

Loezins biologische grootvader was een lijfeigene op een van graaf Stroganovs landgoederen nabij Tomsk. Zijn vader was een zakenman in de omgeving van Tomsk en zijn moeder was een Boerjaat, een boeddhistisch volk, afkomstig uit de Baikalstreek. Loezins ontving zijn onderwijs in eerste instantie aan een privéschool in Tomsk. Op achtjarige leeftijd ging hij naar een gymnasium in Tomsk, daarna een jaar naar een school in Orkoetsk (waar zijn vader voor zaken naartoe was gestuurd) en later weer in Tomsk.

Gedurende deze eerste jaren van onderwijs vertoonde Loezin geen bijzonder talent of interesse voor de wiskunde; in plaats daarvan voelde hij zich aangetrokken tot romantische literatuur en filosofie. Hij was zowaar bang voor de wiskunde, dat hem werd onderwezen als iets wat op een mechanische manier uit het hoofd moest worden geleerd – als een geheel van methodes (optelling, aftrekking, deling) of collectie van standaardstellingen of vergelijkingen. Omdat Loezin een slecht geheugen had, beschouwde hij zijn vroege wiskundeleraren meer als beulen dan als helpers. Om diezelfde reden behaalde hij slechte resultaten voor geschiedenis: hij kon namen en jaartallen niet goed onthouden.

Loezins cijfers kelderden steeds meer, tot het punt waarop zijn wanhopige vader een privéleraar voor hem inhuurde. Gelukkig hanteerde deze jongeman, een student van het Polytechnische Instituut van Tomsk, in vergelijking met Loezins eerdere leraren een volkomen andere benadering. Volgens hem was de wiskunde geen studiegebied van routinematig onthouden, maar juist een

onderzoeksmethode gebaseerd op redenerie en verbeeldingskracht. Deze nieuwe kijk op de wiskunde inspireerde de jonge Loezin en hij raakte zijn angst voor het vak kwijt. Binnen een paar jaar was hij de ster-wiskundeleerling op zijn gymnasium in Tomsk.

Na de afronding van zijn middelbare scholing werd Loezin in 1901 toegelaten tot de natuur- en wiskundeafdeling van de Universiteit van Moskou; een overgang die werd vergemakkelijkt door het feit dat zijn vader zijn bedrijf in Tomsk verkocht en naar Moskou verhuisde. Aanvankelijk woonde Loezin in het nieuwe familiehuus, maar toen zijn vader (deels vanwege gokken) te maken kreeg met een reeks financiële tegenslagen, moest hij hun huis verkopen.

Loezin vond samen met zijn vriend V.A. Kostitsjin een kamer in een huis dat in het bezit was van een weduwe van een arts genaamd Michail Malygin. Deze nieuwe woonruimte had op verschillende manieren invloed op Loezin. Zijn vriend was betrokken bij revolutionaire activiteiten en verstopte volgens latere verhalen zelfs explosieven in de kamer die hij deelde met Loezin. Hoewel Loezin geen revolutionair werd, raakte hij beïnvloed door de gesprekken met zijn vriend over de aard van het autocratische regime waaronder zij leefden. Door de explosieven van zijn vriend niet bij de autoriteiten te melden, was hij technisch gezien medeplichtig aan revolutionaire activiteiten. Als jongeman was Loezin radicaler dan zijn leraar Egorov en geloofde hij dat een revolutie in Rusland in principe een positieve ontwikkeling zou zijn. Maar Loezin was een uiterst gevoelige jongeman en was veel te angstig en besluiteloos om zelf een goede revolutionair te zijn. Toch stond hij kritisch tegenover de autocratie en haar hechte banden met de Russische orthodoxie. Zoals vele andere Russische intellectuelen beschouwde hij de wetenschap, het secularisme en het filosofisch materialisme als bevrijdende ideeën. Uiteindelijk vertrok zijn vriend en dook hij onder; de explosieven nam hij klaarlijk mee.

De gehuurde kamer had nog een andere invloed op Loezins persoonlijke leven. De weduwe van wie het huis was, had een

dochter met wie Loezin bevriend raakte en paar jaar later zou hij met Nadezjda Michajlovna Malygina, de dochter van de weduwe, trouwen. Maar voordat dat gebeurde, onderging Loezin een diepgaande crisis, die zijn leven veranderde.

Loezins aanvankelijke bedoeling op de universiteit was het verkrijgen van een wiskundeschooling die hem in staat zou stellen om ingenieur te worden. Maar hij kwam al snel onder invloed te staan van wiskunde-professoren als Boegajev en Egorov, die hem kennis lieten maken met de spannende ontwikkelingen binnen de wiskunde uit Europa, in het bijzonder uit Duitsland en Frankrijk. Ze schilderen de wiskunde af als een creatief vakgebied met vele aantrekkelijke geheimen. Opnieuw, net als eerder in Tomsk, verdiepten stimulerende leraren Loezins wiskundige interesses. Loezin raakte er zelfs door gefascineerd. Hij voelde zich sterker aangetrokken tot vragen over de grondslagen van de wiskunde, getaltheorie en verzamelingenleer dan tot het oplossen van praktische problemen waar ingenieurs in geïnteresseerd waren en hij gaf zijn vroegere ingenieursambities op. Later ging deze belangstelling zo ver dat Loezin pochte dat hij ‘nooit meer vergelijkingen oploste’.

Aan de Universiteit van Moskou werd Loezin beïnvloed door zijn docenten, maar ook door zijn medestudenten, die met hem praatte over politiek, filosofie en wiskunde. Onder deze wiskundestudenten bevonden zich Pavel Florenski en Boris Boegajev (ook bekend als Andrej Bely, de zoon van professor Boegajev). Deze beide mannen waren, net als Loezin, voorbestemd tot roem. Pavel was diep geïnteresseerd in religie en zou uiteindelijk priester en vermaarde *uomo universalis* worden. Enkele jaren nadat zij allemaal afstudeerden aan de universiteit (Boegajev in 1903, Florenski in 1904, Loezin in 1905), had Florenski een belangrijke invloed op Loezin door hem zich van het secularisme te doen laten afkeren ten faveure van het religieus geloof. Bely's ervaringen met de wiskunde drukte een stempel op zijn bekende literaire werk en datzelfde gold voor zijn latere bekendheid met de Naamaanbidding – de religieuze ketterij die Egorov, Loezin, Florenski en Bely op verschillende manieren beïnvloedde. Waar

Egorov en Florenski daadwerkelijk Naamaanbidders werden, maakte deze filosofische benadering diepe indruk op Loezin en Bely.

Van 1905 tot 1908 kreeg Loezin te maken met een psychologische crisis die zo hevig was dat hij meerdere keren overwoog zelfmoord te plegen. Eén gebeurtenis die hieraan bijdroeg, was de mislukte revolutie van 1905 – een gebeurtenis die een ontvullerende werking had op vele linkse leden van de intelligentsia die romantiserend hadden gesproken over hun hoop op een revolutie zonder het geweld dat los zou barsten te voorzien. Voor deze intellectuelen was 1905 een jaar van de waarheid. Loezin was geschokt, niet alleen door het bloedvergieten, maar ook door het met eigen ogen zien van armoede en lijden.

De revolutie van 1905 leidde in enkele delen van Moskou tot een bloedbad en Loezin was getuige van geweldplegingen van weerszijden, de revolutionairen en de verdedigers van het tsarisme. Tsaristische kozakken te paard gebruikten zweepslagen en sabels, en vielen de demonstranten aan van wie ze er tientallen afranselden en verminkten. Gewapende arbeiders wierpen barricades op en beschoten de kozakken. Legertroepen gingen in straatgevechten de strijd aan met de revolutionairen en maakten op verscheidene gelegenheden gebruik van geschut tegen de gewapende arbeiders. Loezin nam geen deel aan dit gebeuren, maar hij kreeg er veel van mee. En in de nasleep zag hij in de Aleksandrofski Tuin vlak bij het Kremlin en de Universiteit van Moskou prostituees hun lijven voor kopeken aanbieden aan de voorbijgangers terwijl ze hun borsten toonden om klanten te verleiden. Loezin was zodanig gedisilluseerd en getraumatiseerd door deze gebeurtenissen dat hij zichzelf niet meer in staat achtte om zijn studie wiskunde voor te zetten – of, preciezer gezegd, hij verloor iedere belangstelling voor de wiskunde. Hij vroeg zich af hoe hij wiskunde kon studeren als de wereld waanzinnig was geworden. Eerder had hij de wetenschap, het materialisme en het secularisme als antwoorden op Ruslands problemen omarmd. Nu twijfelde hij eraan of zij überhaupt antwoorden vormden.



Hotel Parisiana in de Rue Tournefort in Parijs, rond 1915; Parisiana bevindt zich naast de handkar.

Zijn leraar Egorov stond bekend om zijn overgave aan zijn studenten en Loezin was zijn prijswinnende student. Bezorgd om Loezins psychische toestand, adviseerde Egorov hem om naar Parijs te gaan om daar wiskundigen zoals Henri Lebesgue, Émile Borel en Jacques Hadamard te ontmoeten. Hij hoopte dat Loezin in Parijs zijn mentale evenwicht zou herwinnen en dat zijn Franse collega's zijn interesse in de wiskunde opnieuw zouden doen opblazen. Egorov slaagde erin om een buitenlands *fellowship* voor zijn getroebleerde student te regelen.

Op Egorovs aanraden was Loezin in Parijs woonachtig in hetzelfde kleine hotel als waar Egorov eerder had verbleven; het Parisiana in de Rue Tournefort in het Vijfde Arrondissement. Het Parisiana, een typisch negentiende-eeuws pand, was gevestigd in het academische hart van de stad, nabij de Sorbonne en vele andere elitaire onderwijs- en wetenschappelijke instituten. Het was niet ver van de École Normale Supérieure, het intellectuele thuis van Borel, Lebesgue en Baire en het was ook vlak bij het Panthéon, de plek waar Frankrijk haar 'grote mannen' eerde. De geschiedenis van het Panthéon was er één die later weerklank zou vinden bij Egorov en Loezin. Het was gebouwd als kerk,

de Église Sainte-Geneviève, maar tijdens de Franse Revolutie werd het gesecculariseerd, omgevormd tot een plek die de grote mannen van de literatuur en wetenschap eerde en ontdaan van haar religieuze status. Terwijl ze staarden naar de koepel van dit magnifieke gebouw – nog steeds met een kruis erbovenop – of erlangs liepen om bij de enorme Bibliothèque Sainte-Geneviève aan de noordzijde van het plein naar binnen te gaan, hadden Loezin en Egorov geen idee dat in Rusland, zoals veel eerder in Frankrijk, een ingrijpende revolutie alle religieuze en intellectuele instituties binnen afzienbare tijd zou hervormen. De kerk bij de Universiteit van Moskou, de St. Tatjana de Martelares, zou op een vergelijkbare manier worden gesecculariseerd. Deze secularisatie had gevolgen voor hen beiden.

De eigenaar van Hotel Parisiana was ene monsieur Chamont, wiens twee dochtertjes geboeid waren door de twee Russische wiskundigen, die regelmatig in hun hotel verbleven. Vele jaren later, in de jaren zeventig, zou de MIT-wiskundige Victor Guillemin daar ook logeren en een van de dochters van Chamont, nu een oude vrouw, vertelde hem dat ze zich Egorov en Loezin herinnerde en dacht daarbij terug aan hoe ijverig en vroom ze waren.

In eerste instantie leek de trek naar Parijs niet veel voor Loezin te doen. Hij had nog steeds geen enkel doel in zijn leven. In brieven uit zowel Moskou als Parijs aan zijn vriend Florenski, die zich in die periode in de Theologische Academie van Sergiev Posad bevond, liet hij zijn lijden de vrije loop. Om om te kunnen gaan met zijn mentale crisis steunde Loezin in steeds heviger mate op Florenski. In een van zijn brieven was Florenski het ermee eens dat er in Rusland ‘chaos en wanorde’ heerste. Hij vertelde Loezin dat een van de redenen voor Ruslands crisis was dat zoveel van haar slimste geesten zich (net zoals Loezin eerder) aangetrokken voelden tot agnosticisme en atheïsme. Bijna tien jaar daarvoor had Florenski zelf de overgang van sciëntisme naar religie gemaakt; hij voelde mee met Loezins toestand en drukte de hoop uit dat Loezin zijn weg zou vinden naar ‘de Bron van alle Waarheid, naar de Waarheid zelf’.

In een van zijn brieven aan Florenski schreef Loezin:

Het doet me pijn om te leven [...]! Deze wereldbeelden waar ik eerder bekend mee was (materialistische wereldbeelden) schenken me absoluut geen voldoening. [...] Eerder geloofde ik in het materialisme, maar nu kan ik er niet mee leven en ik heb geleden, onophoudelijk geleden.⁹

Loezin ging verder met te zeggen,

Op de Universiteit trof je me aan toen ik nog maar een kind en onwetend was. Ik weet niet hoe het is gebeurd, maar ik kan me niet meer tevredenstellen met analytische functies en Taylorreeksen. [...] Om de ellende van de mensen te zien, om de kwellen van het leven te ervaren. [...] – dit is een ondraaglijk schouwspel. [...] Met enkel de wetenschap kan ik niet leven. [...] Ik heb niets, geen wereldbeeld, en geen kennis.

En Loezin voegde er, uiterst onheilspellend, aan toe: ‘Als ik geen pad vind waarlangs ik de waarheid kan proberen te bereiken [...] zal ik niet verdergaan met leven’.

Florenski verschaftte dat pad naar de waarheid, tenminste wat Loezin betrof, maar de volledige overgang en bekering duurde lang, misschien wel twee of drie jaar. In de tussentijd keerde Loezin terug naar Rusland waar hij samen met Florenski vele dagen, en soms de hele zomer lang, in zijn kloosterdorp buiten Moskou doorbracht. Keer op keer wendde hij zich voor raad tot Florenski en in één brief (van 14 maart 1908) zei hij: ‘Ik wil jou zie, alleen maar jou’. (Dit was hetzelfde jaar als waarin Loezin met de dochter van zijn voormalige huisbazin trouwde.) In juni 1908 las Loezin Florenski’s proefschrift ‘Over Religieuze Waarheid’ (dat later als boek werd uitgegeven en waarvan de Engelse editie, *De Pijler en Grond van de Waarheid*, nog steeds wordt gedrukt; Egorov las het in 1914 en correspondeerde er met Loezin enthousiast over). De invloed ervan was diepgaand. Loezin schreef zijn nieuwe vrouw: ‘Ik heb het in één dag in één keer uitgelezen – veel

overgeslagen, maar de indruk was overweldigend. Terwijl ik het las deden de dreunen van een stormram mij de hele tijd VERSTELD staan.' Hij voegde eraan toe: 'Dit werk is zo waardevol, omdat het handelt over de meest fundamentele vragen van het leven'. In 1908 was Loezins religieuze bekering compleet en hij schreef Florenski dat 'het voelde alsof ik op een zuil leunde. [...] Ik dank mijn interesse in het leven aan jou.' Loezin achtte het nu mogelijk om terug te keren naar de bestudering van de wiskunde, het combinerend met een diepgaande interesse in religieus mysticisme. Zijn gedachten aan zelfmoord lagen achter hem.

Een interessant kenmerk van deze correspondentie tussen Loezin en Florenski is dat ze elkaar zo nu en dan met andere namen aanspraken. Loezin verwees herhaaldelijk naar Florenski, niet met zijn correcte naam en familienaam, Pavel Aleksandrovitsj, die hij maar al te goed kende, maar met een andere naam, Petr Afanásjevitsj. Hoewel enkele Russische wetenschapshistorici zich het hoofd hebben gebroken over dit raadsel, is het pas recentelijk duidelijk geworden waarom Florenski en Loezin elkaar andere namen gaven. In 2006, een eeuw na de samenstelling ervan in 1906-1907, werd een boek van Florenski getiteld *Het Heilige Hernoemen* door de Kerk van St. Tatjana de Martelares van de Universiteit van Moskou, een instituut dat zo belangrijk was voor Florenski, Egorov, Loezin en de Naamaanbidders, voor het eerst uitgegeven.¹⁰ In dit werk, dat gebaseerd is op onderzoek in acht of negen talen, verkondigde Florenski dat een van de wiskunde afkomstige ingeving hem tot een nieuwe waardering van het belang van het hernoemen van personen die een religieuze bekering meemaken, had gebracht. Florenski die, hierbij puttend uit de denkbeelden van zijn leraar Boegajev, discontinue functies als een 'bevrijdende' weerlegging van het determinisme beschouwde, concludeerde dat religieuze bekering een verlossende discontinuïteit in het spirituele leven vormde.

Tegelijkertijd bracht Florenski de opvatting naar voren dat mannelijke vrienden, in navolging van het antiek-christelijke gebruik van *adelphopoiesis* (letterlijk: 'broedermaking'), zich

konden verenigen in kuise liefdesbanden. Verder was het verlenen van andere namen aan elkaar volgens Florenski een manier om het bestaan van een dergelijke band aan te duiden. Florenski en Loezin verbonden zich dus met elkaar door een band van broederlijke liefde gegrond op nieuwe namen.

Hoewel homoseksualiteit in de vroege jaren van de Moskouse School voor Wiskunde een belangrijke rol zou spelen, is er geen enkel bewijs dat Loezin en Florenski een openlijke homoseksuele relatie hadden, alhoewel ze zeker een zeer hechte broederlijke relatie hadden. Er is enig bewijs dat deze band al eerder begon – in de lente van 1905, nog voordat Loezin afstudeerde aan de Universiteit van Moskou.¹¹ Een verdere aanwijzing voor hun uitzonderlijke vriendschap, die tegelijkertijd intiem en kuis was, is dat ze in hun brieven naar elkaar verwezen met de formele vorm van het voornaamwoord ‘jij’ (ты). Loezin noch Florenski was in die tijd getrouwd (Loezin trouwde in 1908, Florenski in 1910); in latere jaren zouden ook hun vrouwen bevriend raken.

Ondanks het feit dat Nikolaj Loezin met Nadezjda Michajlovna getrouwd bleef, was het huwelijk niet zonder problemen. Eerst verhiel Loezin zich tot zijn vrouw als een intellectuele zielsverwant en bediscussieerde hij met haar zijn vurige interesse in de verzamelingenleer – een ‘mysterieus terrein waar ik meer en meer van in de ban raak’. Hij schreef Florenski dat ‘mijn vrouw ook erg geïnteresseerd is in, en mijn *commitment* deelt aan, de zoektocht naar de diepe waarheden van het leven’. Na een tijdje lijkt deze poging tot intellectueel partnerschap echter te zijn mislukt, want in 1914 scheidden Loezin en zijn vrouw. Daarop wendde zij zich tot Florenski voor hulp en zei hem dat zijn bezoeken van onschatbare waarde waren voor haar man. Ze hoopte kennelijk dat Florenski haar man zou aanmoedigen om naar haar terug te keren en uiteindelijk deed hij dat ook. Maar ze moet zich hebben verbaasd over de raad die Florenski haar gaf:

Nikolaj Nikolajevitsj is een heel lief en goed mens; maar als het gaat om menselijke relaties is hij helemaal niet volwassen, vooral niet op het gebied van het intuïtief vatten van de



Nikolaj Loezin in 1917.

verborgen tendensen van het leven. [...] Je zult de relatie in handen moeten nemen en een familiale sfeer en eenvoud moeten scheppen. Mijns inziens heb je [...] juist de stemming van een ontmoeting in plaats van die van een familie gecreëerd.¹²

Alles wees erop dat Nadezjda Michajlovna naderhand al haar ideeën over meedoen aan het intellectuele leven van haar man opgaf. Ze werd een traditionele huisvrouw. Nikolaj werd, op zijn beurt, een enigszins conventionele huisman: hij had een aantal liefdesverhoudingen met andere vrouwen en kreeg bij een van hen zelfs een kind.

We richten ons nu op een analyse van het leven en werk van de Russische priester en wiskundige die zo'n enorme invloed had op Loezin. Pavel Florenski werd geboren in de afgelegen stad Yevlax in het huidige Azerbeidzjan, in de noordelijke Kaukasus, waar

zijn vader treiningenieur was.¹³ Pavels vader was Russisch – hij kwam uit de stad Kostroma – en afkomstig uit een familie van Russisch-orthodoxe priesters. Hij was betrokken bij de aanleg van spoorwegen in het Kaukasische gebied die Yevlax zouden omvormen tot een belangrijke transporthub. Florenski's moeder – haar meisjesnaam was Saparova of Sapanian – kwam uit een culturele, adellijke Armeense familie die naar het nabijgelegen Georgië was getrokken. Door geboorte en afkomst was Florenski dus met de Kaukasus verbonden, een regio die voor hem en voor zijn volgelingen altijd belangrijk bleef. De Kaukasus was een plek waar Naamaanbidders later, zowel in de tsaristische- als in de Sovjetperiode, bescherming vonden tegen hun aanklagers.

Als jongeman woonde Florenski in Azerbeidzjan en in Georgië, en bezocht hij Armenië, zijn moeders thuisland, veelvuldig. Het natuurschoon en de romantische eigenschappen van de Kaukasische bergen spraken hem aan en in deze omgeving groeide hij op en kreeg hij zijn eerste onderwijs. In 1892 ging hij naar een klassiek gymnasium in Tiflis, of Tblisi, de hoofdstad van Georgië. Tot zijn klasgenoten daar behoorden de toekomstig filosoof V.F. Ern, die zich later bij hem aansloot bij een radicaal christelijk genootschap, dat door de tsaristische autoriteiten werd neergeslagen.

Aan het begin van zijn leven was Florenski niet religieus. Ondanks het feit dat zijn vader afstamde van orthodoxe priesters en zijn moeder van Armeens-christelijke komaf was, waren zijn ouders lid van de seculiere intelligentsia die zich omwille van de wetenschap, opgevat als moderniserend wereldbeeld, tegen de religie had gekeerd. Florenski schreef later: 'Opgeleid zonder welke christelijke noties dan ook en zelfs zonder eenvoudige sprookjes, zag ik religie als iets wat me volledig vreemd was, en alle religielessen op het gymnasium riepen slechts vijandigheid en spot in me op'.¹⁴

Maar in 1899, toen hij pas zeventien jaar oud was, maakte Florenski een spirituele crisis mee die resulteerde in zijn religieuze bekering. Deze belangrijke gebeurtenis in Florenski's intellectuele en spirituele leven maakte deel uit van een

laat-negentiende-eeuwse trend onder sommige Russische intellectuelen. Enkelen van hen kwamen in opstand tegen de verspreiding van marxisme en revolutionaire ideologie en begonnen binnen de Russisch-orthodoxe Kerk, en een aantal van haar dissidente vormen, naar alternatieven te zoeken. Vaak waren ze kritisch over de controle van de staat over de Kerk, die dateerde van de heerschappij van Peter de Grote.

Vanuit de Kaukasus trok Florenski naar de Universiteit van Moskou, waar hij zich in 1900 liet inschrijven op de wiskundeafdeling en onder Egorov en Boegajev studeerde. Dit was de plek waar hij zijn medewiskundestudenten Loezin en Boegajevs zoon Andrej (Bely) leerde kennen. In 1902 richtte Florenski de studententak van het Moskous Wiskundig Genootschap op en in 1904 benoemde hij Loezin als zijn opvolger als secretaris. Het was als bachelorstudent aan de universiteit dat Florenski aan zijn werken over wiskunde en religie begon die later zowel Egorov als Loezin zouden beïnvloeden.

In deze geschriften verdedigde Florenski het belang van het idee van discontinuïteit – een thematiek die hij ongetwijfeld van zijn professor Boegajev had overgenomen – zowel in de wiskunde als in sociaal gedrag. Net zoals een groot aantal leden van de Russische intelligentsia van deze tijd meende Florenski dat het gehele intellectuele leven een samenhangende eenheid is en dat ideeën uit de wiskunde en filosofie naar maatschappelijke en morele sferen konden worden uitgebreid.

Florenski was ervan overtuigd dat de negentiende eeuw, die net ten einde was gekomen, intellectueel gezien een ramp was geweest en hij wilde wat hij beschouwde als het 'leidende principe' van haar rampzalige effecten identificeren en in twijfel trekken. Hij vond dat principe in het concept van continuïteit, dat wil zeggen in de overtuiging dat men de transitie van het ene naar het andere punt niet kan maken zonder alle tussenliggende punten te doorlopen. Tegenover dit 'bedrieglijke' principe van continuïteit stelde Florenski wat hij beschouwde als de in morele en zelfs religieuze zin superieure tegenpool ervan: discontinuïteit. Natuurlijk realiseerde hij zich dat dit

geen nieuw onderwerp was en dat discussies over de antinomie continuïteit/discontinuïteit zeer oud waren en teruggingen tot de antieke Grieken. Florenski was er echter van overtuigd dat het probleem een specifieke relevantie had voor het begin van de twintigste eeuw omdat 'het rotsvaste idee van continuïteit' tijdens de negentiende eeuw zijns inziens 'alles in één gigantisch monolithisch geheel samenbracht'.¹⁵

Florenski bekritiseerde zijn eigen vakgebied, de wiskunde, om het voortbrengen van dit betreuenswaardige monolithische geheel. Florenski beweerde dat wiskundigen en filosofen gegeven de kracht van de differentiaalrekening geneigd waren die problemen die niet op deze manier geanalyseerd konden worden – de in essentie discontinue fenomenen – te negeren. Alleen continue functies waren differentieerbaarⁱⁱⁱ en daarom trokken alleen dat soort functies de aandacht. Florenski geloofde dat deze nadruk op het continue vele andere denkgebieden buiten de wiskunde beïnvloedde. Differentieerbare functies waren 'deterministisch' en het benadrukken ervan leidde tot wat Florenski zag als een ziekelijk determinisme in het gehele politieke en filosofische denken in het algemeen, en dan het meest ondubbelzinnig in het marxisme.

Florenski zei dat intellectuele modes gebaseerd op continuïteit zich hadden verspreid naar de geologie (de uniformistische ideeën van Lyell) en naar Darwin (het concept van evolutie door middel van graduele, kleine veranderingen). Beide figuren verzetten zich tegen 'sprongen' in natuurprocessen en poneerde in plaats daarvan gelijkmatigheid, of zelfs transformaties. Florenski geloofde dat soortgelijke ideeën een groot aantal andere vakgebieden hadden beïnvloed, waaronder de psychologie, sociologie en religie. Hij ging verder met te zeggen: 'Het idee

iii Differentieerbaarheid houdt in dat een functie een afgeleide heeft, dat wil zeggen, een maat voor de verandering die een functie (f) ondergaat wanneer de argumenten (bijvoorbeeld x in $f(x)$) ervan een kleine verandering ondergaan. Een ander woord voor discontinue functie is niet-differentieerbare functie (dus als een functie op een bepaald punt discontinu is dan is die functie op dat punt niet-differentieerbaar).



Pavel Florenski.

van een continuïteit die dit soort transitieën doormaakt, maakte zich meester van alle disciplines – van de theologie tot aan de mechanica – en het leek alsof iedereen die bezwaar maakte tegen de uitingen ervan een ketter was'.¹⁶

Maar nu, zo stelde Florenski, bevatte het vakgebied dat volgens hem schuldig was aan het feit dat het menselijk denken op een dood spoor was geraakt – de wiskunde – zelf de oplossing. In de jaren tachtig van de negentiende eeuw had Georg Cantor, de grondlegger van de verzamelingenleer, het Continuüm gedefinieerd als enkel een 'verzameling van punten'^{iv} en daarmee had hij het concept continuïteit van haar metafysische, dogmatische kracht beroofd. Bovendien had Florenski's leraar Boegajev op het Eerste Internationale Congres voor Wiskundigen in 1897 in Zürich erop gewezen hoe concepten van discontinuïteit konden

iv De uitspraak dat het continuüm een verzameling van punten zou zijn, impliceert dat het continuüm een discreet, in plaats van een continu, karakter heeft. Daarmee wordt het discrete naar het oneindige uitgebreid.

worden verbonden aan vrijheid, esthetica en ethiek toen hij schreef: 'Discontinuïteit is een manifestatie van onafhankelijke individualiteit en autonomie'. Florenski was ervan overtuigd dat de weg nu openlag om discontinuïteit haar rechtmatige plaats binnen eenieders wereldbeeld terug te geven. Hij zag discontinuïteit bijna overal opnieuw verschijnen – in de wiskunde (de nieuwe belangstelling voor discontinue functies, die later met succes werd uitgewerkt door zijn vriend Loezin), in de biologie (het concept van mutaties), in de moleculaire fysica (elektronen die tussen de discrete, gesloten ketenen rondom atomen springen) en in de psychologie (subliminaal bewustzijn, creativiteit).

Kort na zijn afstuderen aan de Universiteit van Moskou in 1904 kreeg Florenski een positie als promovendus aangeboden, zodat hij met wiskunde door kon gaan. Loezin moedigde Florenski aan om hierop in te gaan en haastte zich zelfs naar zijn appartement om er bij hem op aan te dringen.¹⁷ Florenski sloeg het aanbod echter af en in plaats daarvan ging hij naar de Theologische Academie, gevestigd in het kloosterdorp Sergiev Posad.

Loezin en Florenski, die nu verschillende professionele doelen nastreefden, bleven vele jaren corresponderen. Hoewel ze wat meningsverschillen hadden – Loezin hield een tijd lang vol dat oneindigheid slechts een 'potentialiteit' was, terwijl Florenski oneindigheid, net als Cantor, als een 'actualiteit' beschouwde – bleven ze goede vrienden. De vriendschap duurde tot de jaren twintig, toen de nieuwe politieke sfeer in de Sovjet-Unie een dergelijke band tussen Loezin, een prominente universiteitsprofessor en Florenski, een priester, gevaarlijk maakte. Loezin ging zelfs niet meer naar de kerk, zij het dat hij deze gewoonte na de Tweede Wereldoorlog weer hervatte.

Net zoals Egorov en Loezin was Florenski tegen maatschappelijk activisme, tegen het idee dat intellectuelen zich zouden moeten inlaten met politieke activiteiten. Toch sprak Florenski op 12 maart 1906 een preek uit waarin hij de executie van de marineofficier Pjotr Sjmids betreurde. Florenski deelde Sjmids politieke opvattingen niet, maar hij was tegen de doodstraf. De studenten die in de kerk aanwezig waren en de preek

aanhoorden, drukten deze af en brachten deze zelf in omloop, met als resultaat dat Florenski door de tsaristische politie werd gearresteerd en een week in de gevangenis werd vastgehouden. Terwijl hij gevangenzat, schreef Florenski een essay getiteld 'Over de elementen van het alef-getsysteem'.¹⁸

Na in 1908 te zijn afgestudeerd aan de Theologische Academie bleef Florenski er lesgeven en leefde hij samen met zijn familie in Sergiev Posad, niet ver van het Drievuldigheidsklooster van St. Sergej. Hij woonde daar in een eenvoudige blokhut met houten sierzaagwerk boven de ramen en met een centrale dakkapel, vergelijkbaar met vele andere traditionele huizen in Russische dorpen. (Tegenwoordig zit er een gedenkplaat op het huis die aangeeft dat het jarenlang zijn huis was.) In dit huis stelde Florenski een enorme veeltalige bibliotheek samen, bestaande uit filosofie, wetenschap en theologie. Deze zou daar blijven totdat ze in 1933 door de Sovjet geheime politie in beslag werd genomen.

Amsterdam University Press

5. Russisch(e) wiskunde en mysticisme

‘In den beginne was het Woord, en het Woord was bij God,
en het Woord was God.’

– *Het Evangelie volgens Johannes, eerste vers*

‘Wanneer ik een object met behulp van een woord noem,
verklaar ik daarmee het bestaan ervan.’

– *Andrej Bely, symbolistisch dichter en voormalig wiskundestudent
van Dmitri Egorov, in zijn essay ‘De Magie van Woorden’*

‘Nommer, c’est avoir individu’

(noemen is het hebben van individualiteit).

– *Nikolaj Loezin, leider van de Moskouse School voor Wiskunde*

Gedurende de gehele geschiedenis van de wiskunde, die teruggaat tot lang voor de klassieke Griekse periode, tot de pre-Socraten, de Egyptenaren en de Babyloniërs, zijn wiskunde en theologie vaak met elkaar in verband gebracht. Deze verbindingen komen niet alleen voor in het westerse denken, maar ook in de geschiedenis van de wereldbeschaving en in alle religies en filosofieën, inclusief de Chinese, Indiase, islamitische, joodse, christelijke en boeddhistische tradities. Religieuze denkers en filosofen op zoek naar een begrip van het ‘Absolute’, het ‘Oneindige’ of het ‘Ultieme’ geloofden vaak dat ze hier in de wiskunde inspiratie of een basis voor vonden.

Religie is echter niet hetzelfde als mysticisme, dat doorgaans gedefinieerd wordt als het geloof dat rechtstreekse kennis van de realiteit of van God verkregen wordt door middel van onmiddellijk inzicht of verlichting, en niet door middel van gewone zintuiglijke waarneming of rationele analyse. Descartes was religieus – hij geloofde in God – maar hij was geen mysticus;

hij dacht dat het bestaan van God middels rationeel denken bewezen kon worden en ondernam zelfs een poging tot een dergelijk bewijs.¹ Een ware mysticus zou niet geïnteresseerd zijn in zo'n soort inspanning.

Sommige figuren die mysticisme en wiskunde vermengden, bevonden zich dermate in een toestand van irrationele bedwelming dat ze eigenlijk weleens geestelijk gestoord zouden kunnen zijn geweest; anderen waren genieën. Soms is de grens tussen deze twee groepen niet scherp afgetekend. Maar de lijst van wetenschappers en filosofen in de geschiedenis die erkend worden om het leveren van authentieke bijdragen aan hun vakgebieden, maar die, ten minste op bepaalde momenten, ook mystieke verlangens toonden, is lang en indrukwekkend: Pythagoras, Blaise Pascal, Hermann Weyl, Arthur Stanley Eddington, Alexander Grothendieck, en vele anderen behoren ertoe. De astronoom en wiskundige Eddington had het over zijn 'mystieke contact met de Natuur' en over 'het oog van het lichaam of het oog van de ziel'.² Hermann Weyl maakte in zijn *God and the Universe* de opmerking dat 'wiskunde [...] de menselijke geest optilt naar een grotere nabijheid tot het goddelijke dan door middel van willekeurig welk ander medium bereikbaar is'.³ Dit soort opmerkingen kon, begrijpelijkerwijs, op afkeuring rekenen van veel van hun wetenschappelijke collega's – of, en dat gebeurde vaker, ze werden stilzwijgend genegeerd.

Het zou onmogelijk zijn om hier alle soorten verbindingen tussen religie, mysticisme en wiskunde te onderzoeken. Er bestaat een omvangrijke literatuur over het thema, zowel goede als slechte.⁴ Onze interesse in dit boek gaat uit naar de rol van mysticisme binnen de ontvangst en ontwikkeling van de verzamelingenleer in Rusland en daarom leggen wij ons toe op het Russische Drietal.

Als het hierom gaat, is de belangrijkste figuur Loezin, een van de grote wiskundigen van de twintigste eeuw. Het reconstrueren van Loezins filosofische ontplooiing is niet gemakkelijk – hij publiceerde er vrijwel niets expliciets over en was er van tijd tot tijd, en dan met name gedurende het Sovjettijdperk, gesloten

over; voor zijn dood in 1950 verbrandde hij zijn dagboeken, zodat zijn diepste geheimen nooit bekend zouden worden. Maar wanneer men zijn brieven en wiskundige artikelen (zie de Appendix), waarvan er vele bewaard zijn gebleven in archieven en familiecollecties, bestudeert, ontvouwt zich een verhaal van diepe filosofische en religieuze *commitments*. Loezins intellectuele banden met zijn leraar Egorov en zijn voormalige medestudent Florenski, beiden Naamaanbidders, waren van belang voor de vorming van zijn wereldbeeld.

Een vroege en veelzeggende aanwijzing voor Loezins belangstelling voor het mysticisme kan worden gevonden in een brief die hij op 29 juni 1908 schreef aan zijn nieuwe vrouw, Nadezjda Michajlova.⁵ Hij had zojuist Florenski's masterscriptie – geschreven op de Theologische Academie van Moskou en getiteld 'Over Religieuze Waarheid' – gelezen. Loezin was razend enthousiast over het manuscript en schreef Nadja vol opwinding:

Naast het zintuiglijke verstand ('fysica') en het geestelijke verstand ('wiskunde', 'logica') te bespreken, heeft Florenski een ander soort verstand, één waar je op de universiteit nooit over hoort, namelijk het intuïtief-mystieke verstand, evenveel recht gedaan.

Hier onthulde Loezin dat hij zich aangetrokken voelde tot 'andere manieren van kennen', een kenmerk van de ware mysticus. Hij zocht naar boeken en geschriften die hem hielpen om naar dat ongreepbare doel toe te werken.

Hoewel het verlenen van 'realiteit' aan verzamelingen door ze 'namen' te geven – een idee ontleend aan de Naamaanbiddingsbeweging – van invloed was binnen Loezins benadering van de wiskunde, zien we in deze brief uit 1908 dat hij door mysticisme werd aangetrokken nog voordat hij ooit van Naamaanbidding had gehoord. De Naamaanbidders deden zijn belangstelling voor mysticisme enkel toenemen; ze brachten het niet tot stand. Gedurende de jaren 1908-1910 bestudeerde hij tegelijkertijd de

diepste kwesties van de verzamelingenleer en de klassiekers van het religieuze mysticisme.

Op 12 april 1909 schreef Loezin Florenski dat hij van plan was om Plotinus (204-270 na onze jaartelling), ‘een mysticus [...] die niet onbekend was met het moeilijke logische werk dat een vereiste is voor een wezenlijk wereldbeeld’, aandachtig te lezen. Plotinus sprak Loezin aan omdat hij zich bevond op de grens tussen de klassieke periode van de oudheid en het begin van het christelijk mysticisme, dat in de middeleeuwen zo invloedrijk was. Als wiskundige voelde Loezin een verwantschap met de systematische logica van een Griekse filosoof en geloofde hij dat hij niet in dezelfde mate zou sympathiseren met het religieuze denken van de mystici uit het middeleeuwse tijdperk.⁶ Hij was overduidelijk op zoek naar een manier om strengheid met mysticisme te verenigen – geen gemakkelijke opgave.

Plotinus wordt vaak de grondlegger van het neoplatonisme genoemd. Hij baseerde zijn denken op de geschriften van Plato, maar werkte een complexe kijk op de wereld uit die nadruk legde op een spirituele component. Binnen dit systeem was er sprake van drie hoofdbestanddelen: het Ene, de Intelligentie en de Ziel. Het Ene transcendeert alle zijnden en door middel van een proces dat Plotinus ‘emanatie’ⁱ noemde brengt het alle zijnden, inclusief de Intelligentie en de Ziel, tot bestaan. Eén onderdeel van Plotinus’ wereldbeeld dat Loezin het meest in het oog moet hebben gesprongen, was dat Intelligentie, via contemplatie van ‘Het Ene’, vormen (*eide*) voortbrengt die als de referentiële basis dienen van alle andere bestaande dingen. Plotinus geloofde dus dat de geest een actieve rol speelt in het vormen van de objecten van haar gewaarwordingen, in plaats van dat het slechts een ontvanger van zintuiglijke waarneming was. Later zou Loezin de opvatting naar voren brengen dat ‘de natuurlijke reeks van getallen zelf absoluut geen objectief bestaan heeft [...] deze bestaat

i ‘Emanatie’ duidt in de geschiedenis van de filosofie op een proces van ‘voortvloeiën’ of ‘uitstromen’. Bij Plotinus gaat het specifiek om het ‘voortvloeiën’ van alle zijnden uit het hoogste beginsel van het ‘Ene’.

als een functie van de geest van de wiskundige'. Op dit punt is de overeenkomst met het denken van Plotinus onmiskenbaar.

Op 22 december 1910 schreef Loezin Florenski dat hij de gehele voorgaande zomer had doorgebracht met het lezen van William James' boek *The Varieties of Religious Existence (De Vormen van Religieuze Ervaring)* en dat hij het werk erg bewonderde. Een van de belangrijkste hoofdstukken in James' boek gaat over religieus mysticisme. Loezin voelde zich dermate gesterkt door zijn studie naar het specifiek soort mysticisme zoals verwoord door Plotinus dat hij naar een algemenere analyse van het mysticisme op zoek ging; deze vond hij in James. Loezin zal onmiddellijk hebben opgemerkt dat James in zijn bespreking van het mysticisme naar Plotinus verwees en hem als volgt citeerde: 'In het zien van God is het niet onze rede die ziet, maar iets dat aan onze rede voorafgaat en dat onze rede te boven gaat'.⁷

James beschreef twee specificiteiten van het mysticisme die weerklank moeten hebben gevonden in Loezins eigenlijke wiskundige interesses. Ten eerste hield James zich bezig met het vermogen van mensen om rechtstreekse toegang tot kennis te hebben en hij sprak van bepaalde 'toestanden van inzicht in dieptes van waarheid die door het logisch verstand niet kunnen worden gepeild. Het zijn verlichtingen, openbaringen [...] zinvol en belangrijk, al zijn ze niet onder woorden te brengen.'⁸ James merkte op dat deze inzichten een 'noëtische kwaliteit' hebben, wat betekent dat die mystici die ze bezitten, geloven dat het 'kennistoestanden' zijn. Het woord 'noëtisch' komt van het Griekse woord *nous* (νοῦς of νόος, een filosofische term voor geest of intellect) en zal Loezin hebben doen denken aan Plato's kijk op de wiskunde, waarin 'men van essenties lijkt te dromen'. Daarnaast karakteriseerde James een mystieke toestand als 'onuitspreekbaar', dat wil zeggen, als een toestand die 'elke uiting in woorden te boven [gaat] [...] [en waarvan] de inhoud niet adequaat kan worden beschreven'.

Een dergelijke 'onuitspreekbaarheid' zou om twee redenen kunnen bestaan: óf omdat de toestand elke mogelijke beschrijving trotseert óf omdat het elke logische regel die nodig is voor talige

uitingen tart. Het eerste geval doet zich vaak voor in het hart van intensief wiskundig onderzoek, op momenten waarop wiskundigen, zonder enige mogelijke verklaring voor de oorsprong ervan, verwijzen naar ‘wonderbaarlijke ingevingen’. De antinomieën die ontstonden toen Cantor de gehele hiërarchie van oneindigheden ontdekte, gelden als een voorbeeld van het tweede geval. Cantor bewees vervolgens de wiskundige onmogelijkheid van een groter kardinaalgetal, de ‘verzameling van alle verzamelingen’ – een notie die óf onbevattelijk was óf, in bepaalde fasen van Cantors denken, een gepast symbool vormde van het ‘Ene’ van Plotinus.ⁱⁱ

We weten niet wanneer Florenski en Loezin achter het bestaan van Naamaanbidding kwamen, al is het duidelijk dat beiden al in 1906, toen ze elkaar als teken van een broederlijke band nieuwe namen gaven, geïnteresseerd raakten in het nieuwe belang van ‘noemen’.⁹ Bovendien schreef Florenski in 1906-1907 het manuscript van zijn boek *Het Heilige Hernoemen*. Hoewel het boek aanvankelijk voornamelijk bekend was in een kleine kring van orthodoxe monniken, zal Florenski, als seminarist die voor het priesterschap studeerde, ongetwijfeld kennis hebben genomen van de publicatie van Hilarions klassieke werk over Naamaanbidding, *Na gorach Kavkaza*,ⁱⁱⁱ in 1907. De gebeurtenissen op de berg Athos die ervoor zorgden dat het lezende publiek in Rusland bekend raakte met de

ii Nadat Cantor bewees dat de ene oneindigheid groter kan zijn dan de andere, suggereerde hij het bestaan van een hele hiërarchie van oneindigheden. Dit bracht hem ertoe om na te denken over de verzameling van alle verzamelingen en om de in absolute zin oneindige opeenvolging van transfinitie getallen als passend symbool voor het Absolute of God te beschouwen. Cantor beseftte (en Burali-Forti maakte later expliciet) dat iedere verzameling tot een grotere verzameling leidt en dat dit zelfs geldt voor de verzameling van alle verzamelingen. Wat hieruit volgde, was dat voor zover de verzameling van alle verzamelingen een verzameling moest bevatten die groter was dan deze alomvattende verzameling zelf, deze alomvattende verzameling zowel wél een ‘grootste verzameling’ als níet een ‘grootste verzameling’ was. Ook hier vond Cantor inspiratie bij de neo-platonische school, die al had nagedacht over de tegenstrijdige notie van een absoluut oneindige dat meer bevatte dan zichzelf.

iii *In de Bergen van de Kaukasus*. Zie voetnoot ii, Inleiding en voetnoot iii, H. 1 voor details.

Naamaanbidders vonden pas in 1913 plaats. We weten echter dat Florenski daarvoor al geïnteresseerd was in de beweging, omdat hij en zijn vriend M.A. Novosjolov in oktober 1912 het werk van de Naamaanbidders bestudeerden.¹⁰ Loezin, in deze jaren een intieme vriend van Florenski, zou van deze ontwikkelingen op de hoogte zijn geweest. Toen, in maart 1913, begon Florenski zich, enkele maanden voor de invasie in het klooster door de mariniers, openlijk uit te spreken vóór de opstandige monniken van de berg Athos. Florenski werd een van de meest overtuigde en invloedrijkste voorvechters van de Naamaanbidding en schreef uitgebreid over het onderwerp.¹¹ In het klooster buiten Moskou kwam hij in contact met deelnemers aan de gebeurtenissen op Athos.

Binnen het specifiek soort mysticisme zoals vertegenwoordigd door de Russische Naamaanbidders werden de verbanden tussen wiskunde en religie naar een nieuw niveau getild. In de vroege twintigste eeuw stonden wiskundigen versted van de mogelijkheid van nieuwe typen oneindigheden. Georg Cantor wees op deze nieuwe oneindigheden en deed ze als bestaand voorkomen door verschillende namen aan ze toe te kennen. Voor sommige mensen leek de handeling van het noemen van deze oneindigheden ze in het leven te roepen. Hier vonden de Russische Naamaanbidders hun opening: ze geloofden dat ze God tot werkelijkheid maakten door zijn naam te aanbidden en de wiskundigen onder hen dachten dat ze oneindigheden tot bestaan brachten door zich op een vergelijkbare manier op hun naam te concentreren.

Pavel Florenski informeerde Loezin en Egorov over de ideeën van de Naamaanbidders en vertaalde ze naar de taal van de wiskunde. Florenski beweerde dat de Naamaanbidders de kwestie van het 'noemen' op een voor de wiskunde relevante manier een nieuw belang hadden gegeven. Iets noemen betekende het scheppen van een nieuwe entiteit. Florenski was ervan overtuigd dat de wiskunde een product was van de vrije creativiteit van de mens en dat het een religieuze betekenis had. De mens kon zijn vrije wil uitoefenen en de wiskunde en filosofie in perspectief plaatsen. De beroemde uitspraak van Georg Cantor dat de 'essentie van de wiskunde in haar vrijheid besloten ligt'¹² sprak

Florenski duidelijk sterk aan. Simpelweg door ze te noemen, konden wiskundigen bepaalde zijnden – verzamelingen – creëren. Om een eenvoudig voorbeeld te nemen: het op zo'n manier definiëren van een verzameling van getallen dat het kwadraat ervan kleiner is dan 2 (noem het 'A') en, op een soortgelijke manier, het op zo'n manier definiëren van een verzameling van getallen dat het kwadraat ervan groter is dan 2 (noem het 'B') bracht het reële getal $\sqrt{2}$ tot bestaan. Soortgelijke 'benoeringen' kunnen zeer complexe nieuwe verzamelingen van getallen voortbrengen (zie pp. 158-159 en de Appendix).

Florenski beschouwde de ontwikkeling van de verzamelingenleer als een schitterend voorbeeld van hoe 'noemen' tot wiskundige doorbraken kan leiden. Een verzameling was niets meer en niets minder dan een entiteit die was genoemd volgens een willekeurig geestelijk systeem, niet een in ontologische zin bestaand object. Wanneer een wiskundige een verzameling creëerde door deze te noemen, schiep hij een nieuw wiskundig zijnde. Het noemen van verzamelingen was een wiskundige handeling, net zoals het noemen van God volgens de Naamaanbidders een religieuze handeling was – en de activiteit werd op dezelfde manier uitgevoerd. Een nieuwe vorm van wiskunde was geboren, aldus Florenski, en het zou de mensheid verlossen van de materialistische, deterministische manieren van analyseren die in de negentiende eeuw zo gangbaar waren. En, inderdaad: de verzamelingenleer, nieuwe inzichten over continue en discontinue fenomenen en discontinue functies werden handelsmerken van de Moskouse School voor Wiskunde.¹³

Het idee dat 'noemen' een creatieve handeling is, heeft een lange geschiedenis binnen het religieuze en mythologische denken. Er wordt wel beweerd dat de Egyptische god Ptah door middel van noemen met zijn tong voortbracht wat hij in z'n hoofd bedacht.^{iv} In Genesis wordt ons verteld dat 'God zei: "Laat er

iv Er bestaat een lofzang aan Ptah, afkomstig uit Memphis, die dateert uit de Negentiende Dynastie (1307-1196 voor onze jaartelling). Een kopie ervan die in de jaren dertig van de negentiende eeuw door een Britse archeoloog werd ontdekt, is

licht zijn”; en er was licht’. Anders gezegd, hij noemde het ding voordat hij het schiep. Namen zijn woorden en het eerste vers in het Evangelie volgens Johannes zegt: ‘In den beginne was het Woord, en het Woord was bij God, en het Woord was God’. Binnen de joodse mystieke traditie van de kabbalistiek (Boek van de Creatie, Zohar)^v ligt de nadruk op creatie door middel van noemen en wordt de naam van God als heilig beschouwd.¹⁴

Andrej Bely, student van de wiskundigen Egorov en Boegajev (zijn vader) en de klasgenoot van Loezin en Florenski, deed de volgende uitspraak over de kracht van noemen: ‘Wanneer ik een object met behulp van een woord noem, verklaar ik daarmee het bestaan ervan’. Vervolgens kunnen we ons afvragen: Is dit zowel op de wiskunde als op de poëzie van toepassing? Als het object in kwestie een nieuw type oneindigheid is, bestaat die oneindigheid dan net nadat je deze genoemd hebt?

Er bestond een direct linguïstische verband tussen de religieuze dissidenten in Rusland die het belang van de namen van Jezus en God benadrukten en de nieuwe trends binnen de Moskouse wiskunde. Zoals we hebben gezien, stonden Loezin en Egorov in nauw contact met Franse wiskundigen die zich met vergelijkbare kwesties bezighielden. In 1904 introduceerde Lebesgue het concept van ‘genoemde verzamelingen’. Hij sprak van het ‘noemen van een verzameling’ (*nommer un ensemble*) en zo’n verzameling noemde hij om die reden een ‘genoemde verzameling’ (*ensemble nommé*). Het Russische equivalent hiervoor was *imennoj mnozjestvo* (genoemde verzameling). Het

vandaag de dag te vinden in het British Museum. Eén specifieke passage luidt als volgt: ‘De *ka*-zielen van alle levenden werden gecreëerd naar het beeld van Ptah. Allen vormden zich in zijn hart en door zijn tong. Horus werd gecreëerd door de gedachten van Ptahs hart. Thoth werd gevormd door de woorden van Ptahs tong. Ptahs hart gidst de Enneaden, Ptahs tong leidt de mensen. Ptah creëert de Enneaden met enkel zijn tanden en lippen, Atoem moet creëren met zijn handen en zaad.’

v De Zohar is een verzameling van commentaren op de Thora, interpretaties van de Tenach en theosofische en mystieke overwegingen. Het verscheen voor het eerst in de dertiende eeuw en vormt het centrale werk binnen de joodse mystiek, de kabbalistiek.

Russische woord *imja* (naam) wordt dus zowel gebruikt voor de nieuwe typen verzamelingen als aangetroffen in de religieuze praktijk van de *imjaslavie* (Naamaanbidding) aangetroffen. En het is inderdaad zo dat Loezins werk over de verzamelingenleer de studie naar effectieve of 'genoemde' verzamelingen betrof.¹⁵ Voor Florenski betekende dit dat religie en wiskunde zich in dezelfde richting aan het bewegen waren.

Zoals in de analyse, in de Appendix, van de materialen uit zijn archief in meer detail zichtbaar wordt gemaakt, legde Loezin grote nadruk op het belang van noemen bij het verrichten van zijn wiskundige arbeid. Een westerse wiskundige die Loezins persoonlijke archieven in Moskou bestudeerde, merkte op dat hij

herhaaldelijk het concept van een 'noembaar' object onderzocht. [...] Voor Loezin vormde de continuümstelling slechts één aspect van het algemene probleem van *noemen*. [...] Loezin deed hard zijn best om alle ordinaalgetallen te *noemen*.¹⁶

Op een bepaald punt in zijn notities schreef Loezin: 'Alles lijkt een dagdroom, een spel met symbolen dat desondanks grootse dingen oplevert'. Ergens anders krabbelde hij in ongelukkig, maar begrijpelijk Frans, 'nommer, c'est avoir individu' ('noemen is het hebben van individualiteit').¹⁷

Van de Franse wiskundigen werd Arnaud Denjoy, een man met wie hij enkele van zijn religieuze interesses in 'noemen' deelde, Loezins beste vriend. Toen Denjoy Loezin vroeg om de peetvader van zijn zoon René te worden, was de Russische wiskundige verrukt en antwoordde hij:

Ik dank je hartelijk voor de eer en vriendschap waar je blijk van geeft door mij als peetvader van jouw kleine René te kiezen. [...] Zoals je weet, heeft de doop voor mij een diepzinnige betekenis. Het Universum kan niet worden gereduceerd tot sociale en fysieke krachten, er blijft een veel belangrijker deel over: de levende ziel.¹⁸

En daarna suggereerde Loezin dat de kleine René Denjoy een aanvullende naam gegeven zou worden en stelde ‘een naam die binnen de katholieke en orthodoxe religies gebruikelijk is, zoals “Pierre” voor.

Zowel de Franse als de Russische wiskundigen waren aan het worstelen met problemen omtrent wat een wiskundig object is en wat wiskundigen allemaal mogen doen binnen de wiskunde. Lebesgue schreef Borel in 1905: ‘Is het mogelijk om jezelf te overtuigen van het bestaan van een wiskundig zijnde zonder het te definiëren?’ Florenski beschouwde deze vraag als overeenkomstig met de vraag: ‘Is het mogelijk om jezelf te overtuigen van het bestaan van God zonder hem te definiëren?’ Voor Florenski – en later voor Egorov en Loezin – was het antwoord hierop dat de handeling van het noemen het object tot bestaan bracht. ‘Noemen’ werd dus de sleutel tot zowel religie als wiskunde. De Naamaanbidders brachten God tot bestaan door zijn naam te vereren; de wiskundigen brachten verzamelingen tot bestaan door ze te noemen. Deze benadering was bij uitstek toepasbaar op de transfiniten van de Tweede Klasse^{vi} – die verworpen werden door de Franse wiskundigen – en op de complexe hiërarchie van nieuwe verzamelingen, beginnend met analytische verzamelingen zoals geïntroduceerd door Loezin, Soeslin en hun volgelingen.^{vii} Het vrijmoedige karakter van de beweringen die Loezin deed in zijn persoonlijke notities (zie de Appendix) is opmerkelijk:

vi De eerste klasse vormde volgens Cantor de verzameling van natuurlijke getallen \mathbb{N} , het kleinste transfinitie kardinaalgetal; alef-nul. De tweede klasse had betrekking op wat volgens hem de volgende kardinaal was, de verzameling van reële getallen \mathbb{R} ; alef-één (zie ook voetnoot ix, H. 2).

vii Dit alles heeft een in hoge mate technisch karakter. Zoals verderop in de hoofdstuktekst duidelijk wordt gemaakt, liet Soeslin, kort gezegd, zien dat er (analytische) verzamelingen bestaan die niet overeenkomen met Borelverzamelingen, terwijl alle Borelverzamelingen analytische verzamelingen zijn. Hiermee toonde hij het bestaan aan van een nieuwe klasse van analytische (of A-) verzamelingen die groter was dan die van de Borelverzamelingen. Loezin bewees vervolgens het bestaan van weer een andere klasse van verzamelingen, namelijk projectieve verzamelingen.

We beschouwen de natuurlijke getallen in onze geest als *objectief bestaand*.

We beschouwen de totaliteit van alle natuurlijke getallen in onze geest als *objectief bestaand*.

Ten slotte beschouwen we de totaliteit van alle transfiniëte getallen van de Tweede Klasse als *objectief bestaand*.

We willen het volgende: aangenomen dat we te maken hebben met de objectief-bestaande totaliteit van alle natuurlijke en transfiniëte getallen van Klasse II, verbinden we met elk van de transfiniëten van Klasse II een definitie, een 'naam' – en evenzo voor al die transfiniëten die we in overweging nemen.

Andere wiskundigen hebben het belang van het noemen van objecten en concepten in de wiskunde in volkomen andere, van de Naamaanbidding onafhankelijke, contexten opgemerkt. De eminente Franse wiskundige Alexander Grothendieck (1928-)^{viii} schonk bijvoorbeeld ook aandacht aan het proces van noemen (zie zijn *Récoltes et Semailles*).¹⁹ Een kenner van Grothendiecks werk schreef: 'Grothendieck had een neus voor het uitkiezen van opvallende, suggestieve namen voor nieuwe concepten; sterker nog, hij zag de handeling van het noemen van wiskundige objecten als een integraal onderdeel van hun ontdekking, als een manier om ze te vatten nog voordat zij helemaal worden begrepen'.²⁰ Onuitspreekbare concepten die zo nu en dan worden verbonden aan mystieke inspiratie en die niet voor definiëring vatbaar zijn, moeten worden genoemd voordat zij onder controle kunnen worden gebracht en op de juiste manier de wiskundige wereld binnen kunnen treden.

Wanneer we het belang van Naamaanbidding voor mannen als Loezin, Egorov en Florenski benadrukken, maken we dus geen aanspraak op een unieke of noodzakelijke connectie. We zeggen alleen dat het in het geval van deze denkers zo is dat een

viii Ten tijde van het verschijnen van de oorspronkelijke Engelse editie van dit boek was Grothendieck nog in leven. Hij overleed korte tijd geleden, op 13 november 2014, in Saint-Lizier, Frankrijk.

religieuze ketterij waar op het moment dat er in de verzamelingenleer creatief werk werd verricht over werd gesproken, een rol speelde binnen hun opvattingen. Een en ander had op een andere manier kunnen gebeuren, maar dat was niet het geval.

Amsterdam University Press

6. Het legendarische Lusitania

‘En wij, de wijze mannen en dichters
Bewaarders van waarheden en van geheimen
Zullen onze fakkels van kennis meedragen
Naar catacombes, spelonken en woestijnen.’

– *L.A. Ljoesternik, voormalig lid van Lusitania, zijn leraren Egorov en Loezin beschrijvend in de eerste jaren na de Bolsjewistische Revolutie*

Kort voor de Eerste Wereldoorlog begonnen Loezin en Egorov aan de Universiteit van Moskou met hun gezamenlijke wiskundeseminar voor bachelorstudenten dat de kiem vormde van wat bekend kwam te staan als de Moskouse School voor Wiskunde. De kring van gretige studenten die zich om hen heen vormde en die tot de vroege jaren twintig bleef bestaan, kreeg de naam ‘Lusitania’. De oorsprong van dit woord is, ondanks veel discussie over het onderwerp, niet duidelijk. Onder latere Moskouse wiskundigen was de meest gangbare verklaring dat de studentenkring haar naam ontleende aan de Britse oceanboot de *Lusitania*, die op 7 mei 1915 door de Duitse onderzeeër U-20 werd getorpedeerd. Deze gebeurtenis veroorzaakte een groot, internationaal gedragen, publiek protest en was een van de factoren die bijdroegen aan de deelname van de Verenigde Staten aan de Eerste Wereldoorlog twee jaar later. Het probleem met deze verklaring is dat de uitdrukking ‘Lusitania’ volgens meerdere deelnemers aan het seminar *voor* het zinken van de onderzeeër werd gebruikt.¹ Mogelijk gaf de gebeurtenis de naam extra lading.

Een andere verklaring voor de naam (en wellicht de meest logische) is dat het een gegoochel met het woord ‘Loezin’ betrof en dat de naam eerst eigenlijk ‘Luzitania’ was.¹ Dit idee wordt echter ook betwist, vooral door diegenen die opmerken dat Egorov, ten minste tijdens de vroege jaren ervan, de senior

i In de Angelsaksische literatuur wordt ‘Loezin’ geschreven als ‘Luzin’ of ‘Lusin’.

professor was van het seminar. Loezin werd door de studenten als volgt geciteerd: ‘Egorov is de leider van ons genootschap’ en ‘onze ontdekkingen behoren toe aan Egorov’.² Het lijkt onwaarschijnlijk dat Loezin ermee zou hebben ingestemd dat het seminar naar hem werd vernoemd zolang Egorov erbij was – en dat was de gehele geschiedenis ervan het geval. Hier won de naam echter opnieuw aan kracht door de gelijkenis tussen ‘Loezin’ en ‘Lusitania’, vooral nadat Loezin tot de intellectuele leidsman van de kring uitgroeide.

Een derde, ook in twijfel getrokken, hypothese, is dat de uitdrukking teruggaat op de antieke provincie van het Romeinse Rijk (waar het schip de *Lusitania* naar was vernoemd) in wat nu Portugal en Spanje is.³ Deze provincie, Lusitania, heeft een kleurrijke geschiedenis, die de romantische jonge studenten ten tijde van de oprichting van het seminar, van vóór de Russische Revolutie, aangesproken zou kunnen hebben. Maar al deze verklaringen voor de naam ‘Lusitania’ zijn speculaties. We weten gewoonweg niet waarom het seminar de naam had die het had.

De vroege beschrijvingen van de groep geven een idee van de plek die religie (vóór de eraan opgelegde verplichtingen die volgde met de machtsovername door de Sovjets) innam binnen de interesses van de Lusitanianen.⁴ Volgens een van hen erkennen de jonge Lusitanianen twee leiders: ‘God-de-Vader’ Egorov en ‘God-de-Zoon’ Loezin. Aan studenten in het genootschap werd de monastieke titel van ‘novices’ⁱⁱ verleend. Een andere historicus schreef: ‘Men had onmiskenbaar sterk het gevoel te behoren tot een kring van vertrouwelingen of een geheime orde’.⁵ Al de oversten en novices gingen drie keer per jaar naar Egorovs huis, het appartement in de Boris en Glebstraat: met Pasen, Kerst en op zijn naamdag (wat opnieuw het belang van namen onderstreept). De intense kameraadschap onder de Lusitanianen werd door Loezin, die als extravert en theatraal werd

ii Een ‘novice’ (of nieuweling) is iemand die bij een religieuze orde de nieuwelingentijd doorloopt waarin hij of zij wordt ingeleid in het religieuze leven en waarna hij of zij in de orde wordt opgenomen.

beschreven en die studenten en collega's tot ware toewijding aanzette, bevorderd. Egorov, het senior lid was daarentegen gereserveerder en formeler.

Een tijd lang fungeerden drie studenten als Egorovs en Loezins hoofdassistenten bij het bestieren van Lusitania. Ieder van hen had een eigen functie: Pavel Aleksandrov was de 'Schepper', Pavel Oeryson de 'Bewaarder' en Vjatsjeslav Stepanov de 'Bode' van de geheimen van Lusitania. Alle drie deze studenten zouden wiskundigen van formaat worden; alle drie zouden ze, samen met hun leraren Egorov en Loezin, worden opgenomen in de gezaghebbende lijsten van overleden wetenschappers van wereldklasse en in de mondiale wetenschappelijke literatuur.⁶

Lusitania zette Moskou op de wiskundige wereldkaart. Vóór de Eerste Wereldoorlog was er op de Universiteit van Moskou slechts één wiskundige wiens naam wiskundigen in West-Europa kende: Dmitri Egorov. Aan het eind van de jaren twintig bestond er een heel gezelschap van dergelijke vermaarde wiskundigen. En zo rond 1930 was Moskou een van de twee of drie sterkste brandpunten van wiskundig talent waar dan ook op aarde. Zelfs vele jaren later, in de jaren zeventig, merkte een vooraanstaande westerse wiskundige op dat 'Moskou waarschijnlijk meer grote wiskundigen telt dan willekeurig welke andere stad ter wereld'. Hij noemde Parijs als enige concurrent en vestigde de aandacht op het feit dat in diverse andere landen die ook een groot wiskundig vermogen hebben, zoals de Verenigde Staten, de wiskundigen geografisch gezien meer verspreid zijn.⁷

Een opmerkelijke eigenschap van Lusitania was de jeugdigheid van de studenten die tot de groep behoorden. Leo Sjnirelman, die belangrijke bijdragen leverde aan de getaltheorie en de variatierkening, sloot zich aan bij Lusitania toen hij pas vijftien jaar oud was. Andrej Kolmogorov, een van de grote wiskundigen van de twintigste eeuw, was zeventien of achttien toen hij voor het eerst door Egorov en Loezin werd opgemerkt. Tot de andere jongeren die lid werden van Lusitania toen ze achttien of jonger waren en die later belangrijke wiskundigen werden, behoorden Lazar Ljoesternik, Pavel Oeryson en Pavel Aleksandrov.



Het gebouw van de oude Staatsuniversiteit van Moskou waar de Lusitania-seminars plaatsvonden.

Ondanks hun reeds aanwijsbare wiskundige talenten waren veel van de leden van Lusitania dus jongeren en hun wiskundige stijlen waren nog plooibaar; Loezin en Egorov gaven deze stijlen de passende vorm. Jeugdige dwaasheid en pret gingen gepaard met diepgravend onderzoek naar de grondslagen van de wiskunde. De studenten waren zo toegewijd aan de studie naar de verzamelingenleer van hun leraren dat ze grappen maakten over wiskundigen die in andere domeinen werkten en hun onderwerpen komische titels gaven zoals ‘onpartijdige differentiaalvergelijkingen’, ‘theorie van onwaarschijnlijkheid’ en ‘verschillende eindigheden’.⁸ Als jongelui waren ze met name vatbaar voor de overduidelijke charmes van hun docenten, vooral voor die van Loezin. Sommigen van hen waren zeer jonge vrouwen. Nina Bari, de eerste vrouw die ooit afstudeerde aan de Universiteit van Moskou (niet aan de speciale ‘Vrouwenstudie’ zoals die vóór 1917 bestond) en die later internationaal bekend werd om haar werk over trigonometrische reeksen, was slechts zeventien toen ze zich bij Lusitania aansloot. Zij en andere vrouwelijke studenten – I.A. Rozjanskaja, B.I. Pevzner, T.Iu.

Ajchenvald – adoreerden Loezin en iedereen wist dat het niet enkel Loezins wiskundige kwaliteiten waren waar zij zich tot aangetrokken voelden. Bari's dood (zo'n veertig jaar later) zou met die van Loezin in verband worden gebracht.

Het gebouw dat in de eerste decennia van de twintigste eeuw het departement wiskunde van de Universiteit van Moskou huisvestte, de plek waar ook de Lusitania-seminars werden gehouden, was in de jaren dertig van de negentiende eeuw op bevel van tsaar Nikolaj I in monumentale stijl gebouwd. De imposante constructie met uitzicht op het Kremlin had twee vleugels: in een van deze vleugels zat in tsaristische tijden (en tegenwoordig weer) de Kerk van St. Tatjana de Martelares, de universiteitskerk, terwijl in de andere vleugel de universiteitsbibliotheek zit. Als men tegenwoordig door de vooringang van het hoofdgebouw naar binnen gaat, ziet men een marmeren staatsietrap die omhoog leidt naar een groot, sierlijk vertrek met een dakraam dat een groot deel van het gebouw verlicht. Op de tweede verdieping, waar het Lusitania-seminar doorgaans gehouden werd, omringt een uitgestrekte galerij met barokke zuilen van roze stenen de hoofdtrap en sieren decoratieve fresco's de gewelfde plafonds. De vloeren zijn betegeld en bieden de ruimte voor een volledige rondgang door het hoofdgebouw; ideaal om te wandelen of, zoals we zullen zien, te schaatsen. De tweede verdieping heeft ook een groot amfitheater dat achtereenvolgens het Grote 'Theologische', 'Communistische' en 'Academische' Auditorium genoemd werd, waarbij iedere afzonderlijke naam staat voor de ideologie van het tsaristische-, Sovjet- en post-Sovjet-tijdperk. Deze indrukwekkende en aangename setting is het decor geweest van ellende, sjofelheid, en zelfs van verval; in de jaren twintig waren er tekorten aan voedsel en kleding en was er ontoereikend levensonderhoud, in de jaren dertig waren er politieke arrestaties en later, in oktober 1941, was er sprake van ernstige schade door toedoen van een Duitse brandbom, die zich door het dakraam boorde. Het interieur van het gebouw is nu in zijn oude glorie hersteld en tegenwoordig betreft de faculteit der journalistiek de ruimte die eerder door wiskunde

werd ingenomen. Het laatstgenoemde departement verhuisde in de jaren vijftig naar het nieuwe universiteitsgebouw op de Vorobjovy Gory,ⁱⁱⁱ die uitzicht biedt op de stad. Maar dit oude gebouw wordt nog steeds beschouwd als de geboorteplaats van de befaamde Moskouse School voor Wiskunde.

Tijdens het seminar hing Loezin de publiekstrekker uit die wist hoe hij zijn groepsgenoten moest boeien. Hij kwam dan de ruimte vol afwachtinge klasgenoten binnen, deed zijn jas uit en sprak ze in zijn academische gewaad toe. Mensen merkten vaak op dat hij een ‘mystieke kijk op het universum’ had. Hij deed uitspraken als: ‘in onze intellectuele blik openbaart zich een visioen van uitzonderlijke schoonheid’.⁹ En daarna sprak hij dan van transfiniete getallen en verzamelingen die deelverzamelingen bevatten waarvan elk op de een of andere manier gelijkstond aan het geheel. (Er bevinden zich, bijvoorbeeld, evenveel punten op een lijnsegment als op de uitgebreidere lijn waarvan het een segment is.) Eén van zijn studenten observeerde dat ‘andere professoren de wiskunde uitleggen als een prachtig afgerond bouwwerk dat wij slechts kunnen bewonderen. Loezin laat de wiskunde in haar niet afgeronde vorm zien; hij doet het verlangen ontwakken om deel te nemen aan haar verdere ontwikkeling.’¹⁰

Loezins manier van college geven was radicaal anders dan die van andere professoren van de Universiteit van Moskou. De meesten deden niets meer dan voordrachten geven aan hun studenten, waarbij ze neerkeken op pagina’s die vaak met de jaren vergeeld waren. (In het Russisch spreekt men doorgaans niet van het ‘geven van een college’, maar van het ‘lezen’ ervan.) Het saaie karakter van de meeste universiteitscolleges was zo algemeen bekend dat sommige studenten nooit naar de les gingen; ze wezen medestudenten aan om aantekeningen te maken die vervolgens gecirculeerd konden worden en ontvingen van de universiteitsbode uitgeschreven exemplaren van de colleges. Als

iii De Vorobjovy Gory (Russisch voor Mussenheuvel(s); tussen 1935 en 1999 Leninheuvel(s) genoemd) zijn een hoogte buiten het centrum van Moskou en vormen het hoogste punt van de stad.



Loezins appartement (tweede verdieping) in de Arbat, Moskou.

we de verhalen die ons door Loezins voormalige studenten zijn nagelaten moeten geloven, waren ze erop gebrand om bij zijn colleges aanwezig te zijn. En Loezin zorgde ervoor dat ze zich betrokken voelden. Hij begon een bewijs op het bord, wachtte, en zei dan: 'Het bewijs is me even ontschoten; misschien kan een van mijn collega's me helpen het me te herinneren'. De klas moest en zou deze uitdaging aangaan. Eén student sprong op, ging naar het bord, deed een poging, faalde en ging vervolgens weer zitten. Een andere stond op, mogelijk een zeventienjarige, schreef het bewijs met succes op het bord terwijl de hele klas hem jaloers aanstaarde en ging dan weer zitten. Professor Loezin wendde zich daarop tot de student, boog lichtjes en zei: 'Bedankt, collega'. Loezin behandelde de studenten als intellectuele gelijken en zijn manier van lesgeven bracht hen ertoe om zich op komende colleges voor te bereiden en alvast op ze vooruit te lopen. Een van de studenten vroeg zich later af: 'Was Loezin het bewijs echt vergeten of was het een goed in elkaar gezet spel, een methode om activiteit en onafhankelijk op te roepen?'¹¹ Ze wisten het niet.

Loezin overwon op de Universiteit van Moskou de traditionele kloof tussen professoren en studenten. Wanneer hij een college

beëindigde, liep het vaak niet écht af. De studenten omringden hem, stelden vragen en deden suggesties; ze volgden hem langs de grote entree trap naar beneden en liepen met hem door de straten van Mokhovaja en Arbat naar zijn appartement op de hoek van de Arbat en de Boulevard Afanas'evsky. (Het pand staat er vandaag de dag nog steeds en heeft een gedenkplaat die vermeldt: 'De oprichter van de Moskouse School voor Wiskunde en uitmuntend wiskundige, N.N. Loezin [1883-1950], woonde van 1908 tot 1925 in dit huis'.) Daar stond Loezins vrouw Nadezjda dan klaar met thee – en, als ze in die zware tijden de ingrediënten ervoor kon kopen, met gebakjes – en de gesprekken gingen vervolgens tot diep in de nacht door.

Loezins benadering was wonderbaarlijk en spoorde een hele generatie van Russische wiskundigen aan. Lusitania vormde waarschijnlijk het meest creatieve en fascinerende hoofdstuk in de hele geschiedenis van de Russische wiskunde (en er bestaan zeker andere roemrijke hoofdstukken). Men moet echter toegeven dat Lusitania ook haar gebreken had, waarvan er later een aantal belangrijk zouden worden. Loezin was een uiterst emotionele man en hij had de neiging om óf een liefhebber van een ander iemand te zijn óf van hem of haar vervreemd te raken; er bestond vrijwel geen middenweg. En hij was intens trots op zijn rol als *maitre*, of hoofd van de groep. Wanneer een student zich ervan losmaakte en een andere richting opsloeg, bijvoorbeeld binnen een gebied van de wiskunde waar Loezin niet in geïnteresseerd was, voelde hij zich gekwetst of mogelijk zelfs verraden. Deze houding zou voor hem de bron van latere ellende vormen.

Nadat de communisten in november 1917 aan de macht kwamen, lieten Egorov en Loezin in hun bespreking van de wiskunde met hun studenten iedere expliciete verwijzing naar religie varen, maar ze handhaafden de filosofie van de wiskunde die ermee verbonden was geweest. Latere wiskundigen die producten waren van de Moskouse School voor Wiskunde, deelden de religieuze drijfveren die voor Egorov en Loezin zo belangrijk waren vaak niet en wisten er vermoedelijk niet eens van. Enkele

westerse wiskundigen die zelfs recentelijk nog seminars hebben bijgewoond op de Universiteit van Moskou, waren na hun terugkeer vol verbazing over de intense, bijna religieuze, sfeer waar deze seminars vaak van doordrongen zijn. Misschien is iets van de geest van Lusitania nog in leven.

Egorov was gesloten en strikt, maar op een manier die de perfecte achtergrond vormde voor Loezins benadering. Egorov was een professor van de oude stempel; hij ging altijd gekleed in een jas en das, en hield zich afzijdig van studentikoze frivoliteiten. Maar ook hij was toegewijd aan zijn studenten en hij hield zich op een nog gewetensvollere manier dan Loezin bezig met de reële praktische behoeften van zijn studenten; hij hielp ze om banen te vinden, vond mogelijkheden voor *fellowships* in Frankrijk en Duitsland en lobbyde op de universiteit voor beurzen. Een aantal keer per jaar nodigde hij zijn studenten uit op zijn appartement, dat ook in de buurt was – een veel formelere aangelegenheid dan de bezoeken aan Loezins appartement. Gedurende deze bezoeken ving de studenten van de vroege Sovjettijd een glimp op van de hoge cultuur van de prerevolutionaire Russische intelligentsia. Hoewel Grzimali, Egorovs schoonvader, en zijn Stradivariusviool er niet meer waren, speelde Egorovs vrouw Aida of de zus van zijn vrouw Natalja piano voor de studenten en mogelijk zongen ze zelfs universiteitsliederen, waar in de Sovjettijd afstand van werd genomen. Ook zouden ze Bijbel en religieuze geschriften op Egorovs bureau kunnen zien liggen, alhoewel niemand er melding van zou maken.

Een van de liederen die de studenten soms zongen in het appartement van Egorov was 'Gaudeamus igitur', een lied dat frasen bevatte die in het nieuwe Sovjetmilieu subversief leken:

Vivat Academia,
Vivant professores!
Vivat et respublica,
Et qui illam regit!
Vivat nostra civitas!¹²

Lusitania was om meerdere redenen opmerkelijk. Een van die redenen was het feit dat het, als een van de grootste bewegingen in de mondiale wiskunde, onder de slechtst mogelijke omstandigheden tot stand was gekomen. Rusland werd in die tijd geteisterd door oorlog, revolutie, burgeroorlog, hongersnood en verscheidene tekorten. Ondanks het feit dat vooral voedsel schaars was, werden er aan hooggeplaatste professoren speciale toekenningen verleend en Egorov had de gewoonte om studenten porties van zijn professorrantsoen te geven. Verbazingwekkend genoeg had Egorov in zijn appartement enkele katten en een hond, en ook zij kregen porties van zijn rantsoen. Egorov stond erom bekend spijsverteringsproblemen te hebben en hij overleefde klaarblijkelijk op iets eenvoudigers. Toen de American Relief Administration (ARA),^{iv} die onder bevel stond van Herbert Hoover, vernam dat sommige van de studenten aan de Universiteit van Moskou stierven van de honger, opende het een studentencafeteria dat honderden van hen van gratis voedsel voorzag. Maar de Sovjetregering sloot het en hield vol dat de verhalen over honger onder studenten onware geruchten waren.¹³

De klaslokalen waar Loezin en Egorov lesgaven, waren vaak onverwarmd. De directeur van de universiteit, M. Novikov, vaardigde een bestuurlijke bepaling uit die stelde dat wanneer de temperatuur in een klaslokaal onder de -5 graden kwam, de lessen op die locatie werden afgelast.¹⁴ Loezins en Egorovs studenten negeerden de bepaling. Als ze ze hadden, droegen ze schapenvachtjassen naar de seminars of, als ze ze niet hadden, droegen ze meerdere lagen overhemden en truien. Als er tijdens een college een witte plek op het gezicht van een van de studenten verscheen, haastten anderen zich om er met hun

iv De American Relief Administration, die in 1919 door de toekomstig president Herbert Hoover werd opgericht, verleende humanitaire hulp aan Europa (tot 1922) en het latere postrevolutionaire Sovjet-Rusland (tot 1923) van na de Eerste Wereldoorlog. In de Sovjet-Unie brak in de lente van 1921 een hongersnood uit die tot 1922 duurde en zo'n 5 miljoen mensen het leven kostte. Lenin weigerde aanvankelijk, maar zag zich op een gegeven moment gedwongen om de hulp van de Amerikanen te accepteren.

handen over te wrijven om bevriezing te voorkomen. Een van de studenten schreef een kort gedicht over de situatie in 1921:¹⁵

Zwaar eenentwintigste jaar,
Universiteit van Moskou ...
Ofschoon ik toen zo jong was
Ofschoon ik gekleed ging in een schapenvachtjas,
Toch ... brr ... Wat een duivelse kou ...
Hier zijn enkel de argumenten verhit.
Met een onwrikbaar vertrouwen sloot ik me aan bij
De jonge en luidruchtige groep
Klassieke analyse verachtend,
Hier worden ze opgezweept door het moderne
Voorwaarts! Heb geloof in jezelf!
De Heer zelf – Professor Loezin –
Toont ons de weg naar onderzoek!
De dagen van het legendarische Lusitania,
Dagen van enthousiasme en ambitie ...
Ieder van ons verzot op Loezin
Vanwege hem jaloers op elkaar –
Opdat er niet van een weinig schittering van
Wiskundige verdienste sprake is.
Ik herinner me hoe elke keer –
Door wat voor emoties men werd gegrepen
Aankomend op het vastgestelde tijdstip.

Buiten het klaslokaal op de tweede verdieping was een zeer brede galerij. Op zoek naar een manier om zowel warm te blijven als aan lichaamsbeweging te doen, droegen de studenten sneeuw naar de galerij, bedekten de vloer ermee en goten er daarna water overeen. Na het met een bezem of met takken glad te hebben gestreken en na het snelle inzetten van de vorst hadden ze op het departement wiskunde een schaatsbaan. De studenten, die oude onderbindschaatsen droegen, wachtten de komst van hun professoren af terwijl ze al zingend rond de centrale trap onder het dakraam over het ijs gleden.

De moeilijkheden waar ze mee geconfronteerd werden, hadden niet alleen te maken met kou of voedseltekorten, maar ook met politiek. Geleidelijk aan legde de nieuwe Sovjetregering een nieuwe structuur op aan onderwijsinstellingen. Op een avond in de lente van 1919 stopten er tijdens een storm met bliksem en regen om middernacht twee vrachtauto's vol communistische arbeiders voor de universiteit. De arbeiders gingen de St. Tatjana de Martelares, de universiteitskerk, binnen waar ze de kruisen en iconen in beslag namen. Ook probeerden ze de grote inscriptie op de buitenkant van het gebouw (waarop 'Het Licht van Christus Verlicht Ieder Mens' te lezen stond) te verwijderen. Het kostte enkele uren om een en ander te voltooiën. De directeur van de universiteit, Novikov, was getuige van deze gebeurtenis en zei later dat hij 'gêne' zag op de gezichten van de arbeiders die deze taak toebedeeld hadden gekregen.¹⁶ De kerk werd omgebouwd tot studententheater en sociëteit, en dat bleef zo tot 1995. Toen werd de kerk herbouwd en werd de inscriptie teruggeplaatst. Zoals we in de inleiding hebben beschreven, vormde de kelder van de gerenoveerde kerk, waar foto's van Egorov en Florenski aan de muren hingen, in de post-Sovjetperiode korte tijd een heilige plek voor de Naamaanbiddingsbeweging.

Hoe verklaren we het feit dat er onder omstandigheden als politieke oppressie, materiële ontbering, bittere kou en zelfs hongersnood een explosie van wiskundige creativiteit van internationaal belang plaatsvond? Er gebeurde in Lusitania bijna iets magisch; het was als een alchemistische reactie bestaande uit zowel de benodigde bestanddelen – in dit geval begaafde professoren en studenten – als een scheutje mysticisme. Een nadere bestudering van de situatie waar Egorov en Loezin zich in bevonden en van de manier waarop ze erop reageerden, helpt het fenomeen Lusitania op te helderen.

Hoewel Egorov ouder was dan Loezin en hij zijn leraar was, behoorden ze allebei tot de generatie van vóór de Revolutie. Beiden waren voltijds hoogleraar aan de Universiteit van Moskou toen de communisten aan de macht kwamen. Daarom waren ze in de ogen van de communisten leden van de 'bourgeois intelligentsia',



Interieur van van de Kerk van St. Tatjana de Martelares, Moskou.

vijanden in hart en nieren van de nieuwe gevestigde orde. Het feit dat het vóór de Revolutie van allebei bekend was dat ze diep religieus waren en goed bevriend met enkele priesters, onder wie Florenski, versterkte deze bezwaren alleen maar.

In de eerste paar jaar na de Revolutie waren Egorov en Loezin getuigen van dreigende politieke krachten die hen en hun geliefde instituut, de Universiteit van Moskou, steeds dicht naderden. Een groot aantal universiteitsdocenten en studenten werd gearresteerd. Zowel de directeur van de universiteit, M. Novikov, als hun directe meerdere, V. Stratonov, de decaan van de faculteit natuur- en wiskunde, werden in hechtenis genomen en meegevoerd naar de Loebjanka-gevangenis, die binnen korte tijd berucht werd als politieke gevangenis. (De gevangenis lag zo dicht bij de universiteit dat de geheime politie de gevangenen kon dwingen om te voet naar hun wachtcel te gaan.) Een van hun collega's die ook wiskunde doceerde, A.A. Volkov, werd gearresteerd en vrijwel onmiddellijk doodgeschoten, zonder ook maar een schijn van een proces. De universiteitskapel, die voor hen, als gelovigen, belangrijk was, werd geplunderd en daarna omgebouwd voor niet-religieus gebruik. Vele priesters werden gevangengezet.

De autonomie van de universiteit, een zwaarbevochte recente verworvenheid die stamde uit de korte periode waarin de vorige Voorlopige Regering de leiding had,^v werd tenietgedaan.

Wat moesten Egorov en Loezin in deze situatie doen? Als ze protesteerden, zouden ze snel worden gearresteerd. Ze kozen voor een weg die voor hen als specialisten in de abstracte wiskunde openlag, maar die voor veel van hun andere collega's niet tot de mogelijkheden behoorden. Hun collega-professoren uit de experimentele wetenschap konden hun specialismen niet uitoefenen, omdat ze instrumenten en reagentia nodig hadden die nu niet te verkrijgen waren. Hun collega's uit vakgebieden als geschiedenis en filosofie konden hun werk niet voortzetten, omdat elke conclusie die zij naar voren brachten vrijwel zeker als ideologisch onacceptabel zou worden afgedaan. Maar Egorov en Loezin hadden geen instrumenten nodig en hielden zich bezig met abstracte wiskunde die de communistische autoriteiten niet begrepen.

Een voorbeeld van de bescherming die hun abstracte onderzoek hun verschaftte, wordt aangetroffen in wat Loezins en Egorovs student, Leo Sjnirelman, overkwam. Egorov schreef een bijzondere brief aan de minister van Cultuur, Anatoli Loenatsjarski, waarin hij aandrong op een beurs voor Sjnirelman, die niet genoeg geld had voor eten en waarin hij hem ten zeerste aanbeval als 'specialist op het gebied van de Riemanniaanse oppervlakten'. Verbazingwekkend genoeg verzocht Loenatsjarski Sjnirelman om naar zijn kantoor te komen. Daar zei Loenatsjarski: 'Oké, ik heb uw staat van dienst eens onder de loep genomen, ik besef dat het uitmuntend is en ik ga u een beurs geven'. Daarna informeerde Loenatsjarski, terwijl hij op zijn dijen kletste van het lachen: 'Welnu, vertel me eens, wat zijn die Riemanniaanse oppervlakten nu eigenlijk?'¹⁷

^v Toen de Doema op 2 maart 1917, na de Februarirevolutie, de macht kreeg, stelde deze een Voorlopige Regering in, die in november van dat jaar werd opgeheven toen de bolsjewieken na de Oktoberrevolutie de macht overnamen.

Egorov en Loezin realiseerden zich dat als ze zich in hun werk begroeven, als ze zich in de meest verheven ivoren toren terugtrokken, ze een kans hadden om zelfs in de verschrikkelijke omstandigheden waarin ze zich bevonden, zowel in wiskundige als in culturele zin iets te doen wat de moeite waard was. Ze konden met hun studenten samenwerken om prachtige wiskunde voort te brengen, terwijl ze deze studenten tegelijkertijd de beste waarden van de prerevolutionaire intelligentsia voorhielden. Ze konden niet langer rechtstreeks met de studenten over hun religieuze *commitments* praten, maar ze konden ze wel kennis laten maken met wat zij zagen als de inherente mystieke en spirituele betekenis van wiskunde. Ze bezaten ‘geheimen’ die niet volledig onthuld konden worden, maar die aan de hand van voorbeelden konden worden geleerd.

Vijfenvoertig jaar later blikte een van de voormalige studenten van Egorov en Loezin, L.A. Ljoesternik, die tegen die tijd een beroemd topoloog was, terug op de Lusitania-jaren en probeerde te gissen naar de gevoelens en drijfveren van zijn professoren.¹⁸ Hij schreef over dit onderwerp ten tijde van de Sovjetperiode en kon niet helemaal vrijuit spreken, maar de boodschap komt voldoende duidelijk over:

‘Deze mannen zaten sinds jaar en dag vastgeroest in dezelfde gewoonten, smaak en idealen: er werd niet verwacht dat velen van hen de nieuwe stand van zaken meteen zouden verwelkomen. [...] Als leiders van de bourgeois intelligentsia hadden ze, in het aangezicht van de ophanden zijnde socialistische revolutie, het idee dat de culturele waarden “die alleen ons bekend waren” met vernietiging bedreigd werden.’

En wij, de wijze mannen en dichters
Bewaarders van waarden en van geheimen
Zullen onze fakkels van kennis meedragen
Naar catacombes, spelonken en woestijnen.¹⁹

Ljoesternik ging als volgt verder:

Op sommige professoren kwamen de koude en troosteloze collegezalen wellicht daadwerkelijk over als 'catacombes en spelonken'. De frase 'terugtrekken in een ivoren toren' was destijds in zwang. Het duidde op een vlucht voor de bedreigingen van het leven; zichzelf isoleren in een afgezonderde wereld van wetenschap of kunst. Deze terugtrekking – de 'eilandhouding', het verlangen om de universiteit, het departement, het instituut, enzovoorts te beschouwen als een 'eiland' waarop een vertrouwd microklimaat in stand wordt gehouden – kende uiteenlopende vormen. Het is niet moeilijk om bewijs te vinden voor een dergelijke houding aan de universiteit gedurende de eerste jaren van de Sovjetregering, maar desondanks werd er in die tijd belangrijk werk verricht.

Op het hoogtepunt van Lusitania waren Egorov en Loezin eigenlijk helemaal geen oude professoren (in 1923 waren ze respectievelijk 54 en 40). Maar toch waren ze producten van het oude professoraat en hun waarden weken sterk af van het nieuwe regime. In hun colleges konden ze niet expliciet stellen dat ze geloofden dat religie en wiskunde onlosmakelijk met elkaar verbonden waren, maar ze konden het hebben over de 'mystieke schoonheid' van het wiskundig universum of van het vermogen van de mens om wiskundige entiteiten en concepten tot stand te brengen door deze te definiëren en te noemen; ze beschreven de wiskunde niet als een gesystemiseerd lichaam van waarheden verbonden met de materiële wereld, maar als een voortbrengsel van menselijke geesten dat voortdurend werd uitgebreid. Ze nodigden hun studenten uit om met hen mee te doen aan deze uitbreiding en ze wezen de verzamelingenleer aan als het meest vruchtbare onderzoeksveld voor deze creativiteit. Ook moedigden ze hun studenten aan om aan alles om hen heen nieuwe namen te geven en dat deden ze: ze hernoemden zichzelf, hun docenten, de instituten waar ze werkten en de functies en verzamelingen die ze zich eigen aan het maken waren. Dit alles was, uiteraard, een uiting van een

filosofisch platonisme en idealisme gekant tegen marxistisch materialisme en realisme – iets wat enkele marxistische wiskundigen later zouden opmerken en veroordelen; maar voor enige tijd had het betoverende effecten op de jonge studenten van Lusitania.

De studenten leverden eigen, belangrijke, bijdragen aan Lusitania: energie, talent en, in het aangezicht van wat hun leraren vaak als niets anders dan hopeloosheid beschouwden, zelfs opgewektheid. Sommigen van hen hoopten dat de Sovjet-Unie werkelijk de ongekende verheven beschaving en cultuur zou scheppen die door de bolsjewistische leiders beloofd werd. Nikolaj Boecharin, de ‘gunsteling’ van de Partij, verklaarde: ‘Er is niet alleen een nieuw economisch stelsel geboren. Er is een nieuwe cultuur geboren. Er is een nieuwe wetenschap geboren.’ Toen de directeur van de Universiteit van Moskou, M. Novikov, eens naar het kantoor van het Ministerie van Onderwijs ging om bezwaar te maken tegen de arrestatie van enkele van zijn professoren, vroeg hij: ‘Waarom is het wat u betreft nodig om zo destructief te werk te gaan?’ De ambtenaar antwoordde: ‘Als bioloog moet u weten dat de geboorte van de mens een bloedige aangelegenheid is. Zo ook de geboorte van een nieuwe politieke orde.’ Sommige studenten waren bereid deze uitleg te accepteren.

In zijn memoires, die hij als oude man schreef, dacht Lazar Ljoesternik terug aan die tijd en vroeg zich af: ‘Waarom waren we zo opgewekt?’ Onmiddellijk daarna beantwoordde hij zijn eigen vraag: ‘De meesten van ons waren nog kinderen [Ljoesternik was zeventien jaar oud toen hij zich bij Lusitania aansloot], maar we bevonden ons bij de bron van een grote rivier van Sovjetwiskundigen. We waren op de een of andere manier bij haar begin betrokken. We waren ons er toen beslist niet helder bewust van, maar we voelden wel zoiets als dit aan.’

De wiskundige en culturele verfijning van de docenten van Lusitania werd dus gecombineerd en ging een reactie aan met de jeugdige energie van hun studenten om zo een uitzonderlijke gebeurtenis teweeg te brengen: het ontstaan van de Moskouse School voor Wiskunde. De professoren noch de studenten konden dit doel in hun eentje bereiken.

Alle studenten kregen bij hun toetreden tot Lusitania een naam toegewezen die was afgeleid van verzamelingen.²⁰ Nieuwelingen werden \aleph_0 genoemd. Elke keer dat een student een succes boekte, zoals een eerste publicatie, een eerste lezing voor het Wiskundig Genootschap, afstuderen aan de universiteit of slagen voor het doctoraal werd het \aleph getal (alef getal) van die persoon verhoogd. Aleksandrov en Oeryson bereikten al gauw de hoge rang van \aleph_5 . Aan Loezin zelf werd de naam \aleph_{17} gegeven. Egorov was \aleph_ω , waarbij het subscript 'omega' aangaf dat zijn status hoger was dan die van Loezin, maar niet zo hoog als de status van het Continuüm. Artikelen die onder de leden van Lusitania werden verspreid – wat nu 'voorpublicaties' zouden worden genoemd – werden vaak versierd met het wapenschild van de auteur, een gedetailleerde weergave van hun \aleph getal.

Lusitania had ook haar eigen muzikale hymne die de naam 'Lusitania Mars' droeg. Er werd lang gedacht dat Nina Bari de componist was, maar zij ontkende het auteurschap en stelde dat S.A. Bernstein, de latere professor in de toegepaste wiskunde, er verantwoordelijk voor was. We kennen het volledige refrein niet, maar een deel ervan luidde:

Onze god Lebesgue,
De integraal ons idool,
Door regen en storm en sneeuw
Gaan we vrolijk onze gang.²¹

Het Mysterie van de 'A': Het ontstaan van de beschrijvende verzamelingenleer

Het eerste grote creatieve moment van Lusitania deed zich voor met het ontstaan van de beschrijvende verzamelingenleer,^{vi} een

vi De beschrijvende verzamelingenleer is de studie van bepaalde klassen van (deel) verzamelingen op de reële lijn, dat wil zeggen, van het continuüm van reële getallen beschouwd als een zogenoemde topologische ruimte (zie voetnoot viii, H. 3).

gebeurtenis die het vermogen van de jonge Russische wiskundigen in Moskou ten volle aantoonde. Voor het paar dozijn mensen dat aan het begin van de twintigste eeuw onderzoek deed naar de verzamelingenleer, vormde de Continuümhypothese (CH), zoals Hilbert in 1900 al aangaf, het voornaamste probleem. Een redelijke strategie om het probleem te lijf te gaan – later verschenen er andere strategieën²² – was er één die Cantor rond 1880 reeds in zijn hoofd had: probeer je alle mogelijke deelverzamelingen van het Continuüm (\mathbb{R} , de reële lijn) voor te stellen en geef er een bepaalde wiskundige beschrijving van. Het volbrengen hiervan leek een enorme opgave, omdat deelverzamelingen van de lijn zo verschillend konden zijn. Voor ieder van zo'n deelverzameling moest Cantor bewijzen dat er van een van deze twee mogelijkheden sprake was: óf zo'n deelverzameling is aftelbaar óf het staat in een een-eenduidige correspondentie met de punten in \mathbb{R} . In 1897 slaagde Cantor erin om de geldigheid van deze keuze te bewijzen voor elke gesloten deelverzameling – als een toepassing van een stelling die hij samen met Bendixson bewees –^{vii} maar de algemene vraag bleef staan. Loezin ging het probleem te lijf en deed hard zijn best om een beschrijving van de andere deelverzamelingen van het continuüm te geven, om deze te *noemen*. Dit werk leidde tot een nieuw wiskundig onderzoeksveld dat is gebaseerd op het gebruik van transfinitie getallen om in hoge mate complexe deelverzamelingen van het continuüm te *beschrijven* – de *beschrijvende* verzamelingenleer.

Borel had in 1898 een zeer algemene familie van deelverzamelingen geïntroduceerd: de B-verzamelingen, later

vii Cantor formuleerde in zijn leven verschillende strategieën om met het continuümprobleem (hoeveel punten bevinden zich er op (een segment van) een lijn? Hoeveel reële getallen of verzamelingen van natuurlijke getallen?) om te gaan en versies van zijn Continuümhypothese te bewijzen. Een van die strategieën hing samen met de zogenoemde 'Cantor-Bendixsonstelling' van het begin van de jaren tachtig van de negentiende eeuw – alsook met uitbreidingen daarvan die een deelresultaat met betrekking tot de Continuümhypothese vormden door te laten zien dat de hypothese waar is voor één bepaald type verzameling, namelijk voor zogenoemde 'gesloten' verzamelingen.

Borelverzamelingen genoemd. Het lag voor de hand om te vragen of B-verzamelingen aan de Continuümhypothese voldeden. Dit probleem werd in 1915 afzonderlijk door Pavel Aleksandrov en Felix Hausdorff opgelost.^{viii} Aleksandrov, een uiterst begaafde Russische wiskundige, was een van de vroege Lusitanianen; hij wordt in hoofdstuk 8 in meer detail besproken.

De briljante wiskundige Hausdorff werd in 1868 in Wroclaw (Breslau) geboren en zou in 1942 in Bonn overlijden. Daarnaast maakte hij carrière binnen de literatuur onder het pseudoniem Paul Mongré (*Ekstasen*). Zijn tweeledige, levendige belangstelling voor wetenschap en literatuur was niet ongebruikelijk binnen de Duitse en Oostenrijkse cultuur van die tijd – door de schrijver Robert Musil ‘Kakania’ genoemd. In 1914 publiceerde Hausdorff zijn eerste systematische verhandeling over de verzamelingenleer, *Gründzüge der Mengenlehre* (*Grondslagen van de Verzamelingenleer*) die gedurende het grootste deel van de twintigste eeuw een aanzienlijke invloed had en die Hausdorff als internationale autoriteit binnen het onderzoeksgebied vestigde.

Hausdorff, die werkte in Leipzig, en Aleksandrov, die werkte in Moskou onder begeleiding van Egorov en Loezin, bewezen hetzelfde resultaat in complete onafhankelijkheid van elkaar – de frontlinie van de Eerste Wereldoorlog stond tussen hen in. Hun prestatie werd snel groot nieuws, aangezien ze het eerste resultaat over de Continuümhypothese bereikt hadden sinds Cantor en Bendixson.

Nadat Aleksandrov zijn stelling over B-verzamelingen bewees, gaf hij op 13 oktober 1915 een lezing tijdens een studentenseminar op de Universiteit van Moskou, die niet alleen door Egorov en Loezin werd bijgewoond, maar ook door jonge onderzoekers zoals Pavel Oeryson, Michail Soeslin en de Poolse wiskundige Waclaw Sierpinski – later zeer vooraanstaand binnen het

viii Aleksandrov en Hausdorff bewezen afzonderlijk van elkaar de Continuümhypothese voor Borelverzamelingen – dit door te laten zien dat iedere B-verzameling óf aftelbaar is óf overaftelbaar is en (in dat laatste geval) dezelfde kardinaliteit heeft als de verzameling van reële getallen.

onderzoeksgebied. Sierpinski was in de oorlog gevangengenomen, omdat hij toentertijd een Oostenrijks paspoort droeg, maar hij werd gered door Loezin en Egorov, die erin slaagden om hem naar Moskou overgeplaatst te krijgen om mee te werken aan hun wiskundige onderzoek.

Daarop vroeg Loezin zijn student Aleksandrov het omgekeerde van het door hem verkregen resultaat te bewijzen: is iedere verzameling die op die manier wordt geconstrueerd, een B-verzameling en is het mogelijk om op deze manier alle B-verzamelingen te verkrijgen? Lebesgue had geopperd dat alle deelverzamelingen van de lijn waarschijnlijk van het B-type waren, maar het bevestigen van deze uitspraak of het geven van een tegenvoorbeeld was uiterst moeilijk. Aleksandrov besteedde vele maanden aan het werken aan dit probleem; hij behaalde geen resultaten en raakte geïrriteerd door Loezin, omdat hij hem voor een dergelijk complexe opgave had gesteld. Deze ergernis vormde de kiem voor latere moeilijkheden tussen de twee.

Maar toen pakte Michail Soeslin, een jonge Lusitaniaan uit Saratov met een krachtig karakter, het probleem op. Loezin gaf hem Lebesgues baanbrekende artikel uit 1905 te lezen. De eerste kinderlijke kreet van de pasgeboren beschrijvende verzamelingenleer vond plaats op het moment dat Soeslin met Lebesgues artikel in zijn handen Loezins kantoor binnenstormde. Als men zich een hypothetisch geboortecertificaat van de nieuwe tak van wiskunde probeert voor te stellen, zou deze er als volgt uit kunnen zien:

BESCHRIJVENDE VERZAMELINGENLEER
GEBORTECERTIFICAAT

Datum: middag, oktober 1916

Plaats: Departement Wiskunde, Universiteit van Moskou,
Loezins kantoor

Ouders: Nikolaj Loezin/Michail Soeslin

In aanwezigheid van: Waclaw Sierpinski

Soeslin vertelde Loezin opgewonden dat hij een vergissing had ontdekt in Lebesgues artikel. Op het eerste gezicht leek een

dergelijke fout onwaarschijnlijk. Lebesgue was per slot van rekening een groot wiskundige, die intens werd bewonderd door zowel Loezin als Egorov, die hem in Parijs hadden ontmoet en bij zijn seminars aanwezig waren geweest. Maar Loezin wist ook dat Lebesgue een erg rijk voorstellingsvermogen had en het af en toe prioriteit gaf boven de rede. Daarom schonk Loezin aandacht aan wat Soeslin aan het zeggen was. Zoals Sierpinski, die van de gebeurtenis getuige was, optekende 'bejegende M. Loezin deze jonge student die beweerde dat hij een vergissing had ontdekt in een artikel van een dergelijke eminente wetenschapper uiterst serieus'.²³ Samen bestudeerden de twee mannen, Loezin en Soeslin, professor en student, het artikel nauwkeurig. Ja, er *was* sprake van een vergissing. Loezins genialiteit bestond eruit om in te zien dat deze vergissing belangrijke gevolgen zou kunnen hebben.

Lebesgues vergissing liet zien dat er een kans bestond dat er een nieuw type verzamelingen tevoorschijn zou kunnen komen, aangezien de projectie van de B-verzamelingen van Borel weleens geen B-verzamelingen zouden kunnen zijn.^{ix} En dit is precies wat er gebeurde. Soeslin, die nu met Loezin samenwerkte, gaf een nauwgezet voorbeeld van een verzameling die niet van het B-type was; hij noemde de nieuwe familie van verzamelingen 'A-verzamelingen' en onderscheidde ze daarmee van Borels 'B-verzamelingen'. Later creëerden Soeslin en Loezin, daarbij gebruikmakend van overaftelbare kardinalen, een hele hiërarchie van deelverzamelingen van het continuüm.²⁴ Het was alsof er verzamelingen van typen die niet eerder bekend waren, oprezen uit een geheime grot en nieuwe namen en notaties vereisten.

Met hulp van Loezin definieerde Soeslin op heldere wijze een operatie die volkomen nieuw was, omdat men in de definitie ervan voor het eerst gebruikmaakte van de verzameling van alle

ix Dit was precies de vergissing die Lebesgue in zijn paper uit 1905 maakte; hij veronderstelde ten onrechte dat een verzameling van de reële lijn die de 'projectie' van een Borelverzameling vormt, zelf ook een Borelverzameling is.



Nikolaj Loezin (zittend), Waclaw Sierpinski (staand, aan de linkerkant) en Dmitri Egorov (staand, aan de rechterkant) in Egorovs appartement in de Boris en Glebstraat, Moskou.

reeksen van alle gehele getallen; beginnend met, zeg, een familie X van gesloten intervallen^x en gebruikmakend van het symbolisme van boomdiagrammen om verenigingen en doorsnedes (intersecties)^{xi} van verzamelingen te representeren, bracht deze operatie, die hij de 'A-operatie' noemde, een nieuwe verzameling genaamd $A(X)$ voort.

x Een interval is een deelverzameling van een op een bepaalde manier geordende verzameling en bestaat uit alle getallen die zich tussen twee eindpunten (gegeven getallen) bevinden, waarbij deze eindpunten in het geval van gesloten intervallen meegerekend worden.

xi Dit zijn operaties die kunnen worden uitgevoerd op verzamelingen om bepaald soort (deel)verzamelingen te verkrijgen.

Soeslin was jong, had een briljante maar naïeve geest en zag niet in dat er in het gebruiken van de naam 'A-verzamelingen' voor deze verzamelingen een gevaar schuilde. Later noemden vele auteurs de nieuwe verzamelingen 'Soeslinverzamelingen'. Maar door gebruik te maken van de initiaal 'A' creëerde Soeslin een groot probleem, omdat Aleksandrov later kon verkondigen dat de 'A' voor zijn naam stond en dat de eer voor het ontdekken van A-verzamelingen eigenlijk aan *hem* zou moeten worden toegeschreven. Soeslin stierf amper drie jaar later, in 1919, aan tyfus. Dit schakelde hem uit als actieve kandidaat in het prioriteitsdebat dat losbarstte. In Aleksandrovs biografie, die werd gepubliceerd in 1979, riep hij een doelbewuste verwarring in het leven tussen zijn bewijs van de stelling over B-verzamelingen van 1915 en de A-constructie van Soeslin en Loezin van 1919. Daarmee eiste hij, in feite, het eigendom van dit alles op. Aleksandrov was zelf een belangrijk wiskundige die met recht aanspraak kon maken op een groot aantal prestaties; dat hij zich ook genoodzaakt zag om het werk van anderen op te eisen, legt een ernstige zwakte in zijn karakter bloot.²⁵

Pas met de publicatie, in 1999, van documenten waarvan Aleksandrov dacht dat ze nooit openbaar zouden worden gemaakt, kwam men erachter dat Aleksandrov op last van Loezin accepteerde dat het Soeslin en Loezin waren die analytische verzamelingen hadden gedefinieerd en de gehele A-operatie hadden geconstrueerd.²⁶ Het waren dus Loezin en Soeslin die de werkelijke 'ouders' waren van de beschrijvende verzamelingenleer – die de Franse wiskundigen Baire, Lebesgue en Borel als 'grootouders' had.

Na de ontdekking van analytische verzamelingen in 1917 zag Loezin in dat het nadenken over complementen van een verzameling X (een verzameling van punten die niet tot X behoren) interessante en lastige vragen oproep wanneer X een analytische verzameling was. In 1925 definieerde hij een nieuwe klasse van verzamelingen, projectieve verzamelingen – die hij in het begin vreemd genoeg aan Lebesgue toeschreef; deze werden verkregen door (in willekeurige volgorde) enkele projecties en

complementen van Borelverzamelingen te nemen. Op deze manier bracht hij binnen de hiërarchie een nieuw niveau tot stand; er kwam een enorme familie van nieuwe verzamelingen uit de geheimzinnige grot van de Lusitaniaanse wiskunde tevoorschijn. In een reeks 'Notities', ingediend bij de Académie des Sciences in Parijs, stelde Loezin een lijst met vragen op over deze projectieve verzamelingen. Loezin spreidde buitengewoon inzicht ten toon toen hij, vijftien of twintig jaar voordat een dergelijke onvolledigheid door Gödel en later door Cohen zou worden gevestigd, beweerde dat Cantors verzamelingenleer niet toereikend was om een aantal van deze vragen op te lossen. Deze ingeving van Loezin werd later bekritiseerd door Aleksandrov, die een hekel had aan welke beperking van de wiskunde dan ook en helemaal als het ging om zijn eigen opkomende domein van de topologie waarvoor hij, net zoals fervente aanhangers dat deden voor het Sovjetsocialisme, een glorieuze, triomfantelijke toekomst voorspelde. Aleksandrov schreef Hausdorff een brief waarin hij dat, wat hij zag als, de autoritaire en pessimistische opvattingen van zijn voormalig leermeester bekritiseerde.²⁷

De algehele opkomst van Lusitania in de Russische wiskunde

In de lente van 1921 nodigde de Academie van Wetenschappen in Petrograd (St. Petersburg) de Universiteit van Moskou en het Moskous Wiskundig Genootschap uit om deel te nemen aan een conferentie waarmee het honderdjarig jubileum van Pafnoeti Tsjebysjev, een van de grootste figuren in de negentiende-eeuwse Russische wiskunde, werd gevierd. De jonge Lusitanianen stonden te popelen om de uitnodiging te accepteren en naar Petrograd te gaan, vooral omdat ze de nieuwe kracht van de Moskouse wiskunde wilden demonstreren ten overstaan van de oudere en sceptische Petersburgse school, vertegenwoordigd door de toen nog in leven zijnde A.A. Markov. (Denk terug aan het feit dat Markov de atheïstische tegenstander was van academici, zoals

zijn collega uit Moskou, P.A. Nekrasov, die religie met wiskunde probeerden te verbinden.)

Deze uitnodiging kwam in een moeilijke periode in de geschiedenis van de prille Sovjetstaat. De burgeroorlog was nog niet voorbij, alhoewel de overwinning van de Roden op de Witten nu aannemelijk leek. Hongersnood en ziekte teisterden grote delen van het land. De wiskundestudenten in Moskou hadden nauwelijks geld. Toch wisten ze de tocht te organiseren, daarmee bewijzend dat een ingang en invloed binnen het opkomende Sovjetsysteem belangrijker waren dan geld. De studenten besloten om de Sovjetautoriteiten ervan proberen te overtuigen om hen kosteloos een exclusieve wagon ter beschikking te stellen die hen naar Petrograd zou brengen. Ze wisten dat de wiskundige die in de nieuwe Sovjetregering de meeste invloed had, Otto Sjmids was, een communist die op het Ministerie van Financiën, het Ministerie van Onderwijs en het Ministerie van Voedselvoorraden hoge posities bekleedde. Bovendien kende hij Lenin persoonlijk. Misschien kon Sjmids de Lusitanianen helpen om naar Petrograd af te reizen.

De Lusitanianen nodigden Sjmids uit om naar hun universiteit te komen om met hen te praten, wat hij, benieuwd als hij was naar deze groep van jonge Moskouse wiskundigen, ook daadwerkelijk deed. Zijn diepe interesse in de wiskunde blijkt uit zijn persoonlijke archief dat zich tegenwoordig in Moskou bevindt en dat brieven van vele uitmuntende Russische wiskundigen (onder wie Loezin, Pavel Aleksandrov en Andrej Kolmogorov) bevat.²⁸ Sjmids was een kleurrijk man, lang en met een grote baard en, zoals vele vroege bolsjewieken gewoon waren te doen, ging hij doorgaans gekleed in een leren jas. Op latere leeftijd, in de jaren dertig, groeide hij uit tot een beroemd poolreiziger. Ook was hij een beruchte rokkenjager. Er werd eens over hem gezegd dat hij op dezelfde dag vader werd van twee kinderen bij verschillende moeders in verschillende steden. In 1921 arriveerde hij met een nieuwe dame onder zijn arm op de universiteit om de studenten en professoren te ontmoeten. Toen Loezin het verliefde stel zag, stond hij versteld en merkte hij op dat hij ervan uit was gegaan



Otto Sjmids.

dat een figuur als Sjmids, die zich in de publieke sfeer begaf, 'de laatste epsilon van zijn privéleven kwijt was geraakt'. De anderen vertelden hem dat Sjmids 'elke dag zo'n epsilon onder zijn arm had'.²⁹

Sjmids stond het idee van jonge Moskouise wiskundigen die in hun eigen speciale wagon naar Petrograd reisden wel aan en hij gaf het bevel dat het geregeld zou worden. Voor een marxist als Sjmids was deze ontheffing een symbool van het overdragen van de privileges van de prerevolutionaire rijken aan de nieuwe generatie van op de wetenschap georiënteerde Sovjetburgers. Er werd een uitvoerig certificaat opgesteld met de zegels van de Universiteit van Moskou, het Moskou's Wiskundig Genootschap en Lusitania en de handtekening van Sjmids – te vertonen aan de spoorwegbeambten of politie die de groep tegen zou kunnen

komen en die de bevoegdheid van de studenten om een wagon in beslag te nemen zou kunnen betwisten.

De studenten waren verrukt en ze haalden Egorov, Loezin en hun echtgenoten over om mee te gaan. De studenten begonnen onmiddellijk met het proces van het 'noemen' van alles wat op hun pad kwam. Een van de studenten werd 'Commandant van Vervoer' genoemd en de taak gegeven om aan de passagiers compartimenten toe te wijzen. Ook de compartimenten zelf kregen namen, zoals de 'Pegasus' Stal' voor de bachelorstudenten en 'Omheining der Professeuses' voor de vrouwen. De studenten hernoemden de Academie van Wetenschappen in Petrograd 'het Lazaretto' (naar hun gastheer, de Academicus P.P. Lazarev). Toen ze in Petrograd arriveerden, troffen ze de prachtige stad in uitgestorven toestand aan; er reed geen verkeer door de straten en er groeide gras tussen de keien. Een geit graasde in de Khalturina. Ze liepen de gehele afstand van het treinstation waar de trein uit Moskou aankwam naar het Winterpaleis gelegen aan de rivier de Neva arm in arm over het midden van de beroemdste avenue van de stad, de Nevski Prospekt, en kwamen tijdens hun wandeling slechts één voertuig tegen. Toen ze op het beroemde Paleisplein, dat werd (en nog steeds wordt) overheerst door de enorme, met een door een engel gedragen kruis bekroonde, Aleksanderzuil, aankwamen, hernoemden ze de zuil de 'Mindere Mensjov', omdat ze de zuil minder indrukwekkend vonden dan de 'Meerdere Mensjov', het langste lid van hun groep – Loezins eerste student, de jonge professor Dmitri Mensjov. (Hier speelde een spel met woorden een rol, aangezien *mensje* in het Russisch 'minder' betekent.) In de stad was het de periode van de 'Witte Nachten' (laat in juni, wanneer de zon nauwelijks ondergaat) en een aantal studenten wandelden de hele nacht ononderbroken door de straten; zodra de regen naar beneden kwam, stampden ze met hun blote voeten in de plassen. Toen Pavel Oeryson zijn broek onder zijn lange overjas opstroopte, vertelden zijn vrienden voorbijgangers die alleen de overjas zagen dat hij er niks onder aan had.³⁰

De Moskoviëten gaven drie lezingen, waarvan er één werd gegeven door Loezin. Hierin benadrukte hij de diepgaande

filosofische problemen binnen de wiskunde, daarmee suggere-
rend dat creatief werk in dit vakgebied niet los konden worden
gezien van diepe vraagstukken over het menselijk verstand. Hij
deed een doelbewuste poging om de nieuwe Moskouse school
met verwijzing naar de diepzinnigheid van haar intellectuele
onderzoek naar de grondslagen van de wiskunde te scheiden van
de oude St. Petersburgse school. Loezins studenten trilden van
opwinding en Oeryson riep enthousiast uit dat 'zijn' Moskouse
professor de wiskundigen uit Petrograd 'met de grond gelijk had
gemaakt'. De laatstgenoemden waren het niet eens met deze
beschrijving, maar het was hen duidelijk dat er in Moskou – de
stad die Petrograd had vervangen als hoofdstuk van de nieuwe
Sovjetstaat – een nieuw centrum van de wiskundige macht aan
het ontstaan was.

Amsterdam University Press

7. Het lot van het Russische drietal

‘Wie is dát?’

– Leo Trotski toen hij Vader Pavel Florenski op een Sovjet-conferentie een wetenschappelijk artikel zag presenteren terwijl hij zijn kerkelijke gewaad droeg.

Zowel Egorov als Loezin zetten hun onderwijs tot in de vroege, postrevolutionaire, jaren twintig voort. Loezin gaf korte tijd les net buiten Moskou, aan het Polytechnische Instituut in Ivanovo-Voznesensk, maar keerde daarna terug naar de stad. Egorov verliet Moskou nooit; hij bleef er zijn studenten vormen en onderwijzen in de nieuwe trends binnen zijn onderzoeksveld. De wiskunde in Rusland bloeide en dan met name aan de Universiteit van Moskou. Zowel Egorov als Loezin waren geschokt over de politieke gebeurtenissen om hen heen. De geheime politie spande zich in om alle partijen behalve de Communistische Partij uit te schakelen en de Sovjetregering voerde een oorlog tegen het geloof, die Egorov en Loezin, beiden religieus devoot, ernstig deprimeerde. In 1922-1923 achtervolgde en executeerde de politie een groot aantal priesters. De leider van de Partij en regering, Vladimir Lenin, ondertekende persoonlijk de bevelen voor enkele van deze executies. Egorov en Loezin waren vooral bezorgd om hun goede vriend Vader Florenski, die buiten Moskou, in het dorp Sergiev Posad woonde, dat vlak bij een van de beroemdste kloosters in Rusland lag.

Egorov, Loezin en Florenski reageerden verschillend op deze repressies. Egorov en Florenski verhardden en werden opstandiger door de politieke druk; ze gingen, zelfs in het openbaar, verder met het verdedigen van religie en zetten hun bijeenkomsten binnen de Naamaanbiddingskring voort. Florenski was het opstandigst; hij weigerde zijn priestergewaad uit te trekken, wat ertoe leidde dat de Sovjetleidsman Trotski tijdens een bijeenkomst die zij allebei bezochten navroeg: ‘Wie is dát?’ Ook Egorov

zette zijn geloofspraktijken voort; hij werkte nauw samen met Florenski om de 'Ware Kerk'-beweging in het leven te roepen; deze was, in weerwil van de Sovjetinspanning om religie te beteugelen, uit op een religieuze heropleving in Rusland. Loezin was veel meer op z'n hoede; hij bleef weg bij bijeenkomsten van de Naamaanbidders en hoewel hij een fervent gelovige bleef, probeerde hij zijn religieuze overtuigingen te verhullen. Zijn verstandhouding met Egorov bekoelde en hij distantieerde zich zelfs van zijn vriend Florenski; hij zag in dat het gevaarlijk was om al te direct in verband te worden gebracht met een priester.

Egorov daarentegen was óf extreem moedig óf zich wellicht onvoldoende bewust van hoe gevaarlijk sommige van zijn gedragingen waren in een in toenemende mate militante Sovjet-Unie. Hij bekritiseerde de in 1919 genomen stap van de universiteitsraad om de universiteitskerk, de Kerk van St. Tatjana de Martelares, die sinds 1837 deel had uitgemaakt van de oude universiteitscampus, te sluiten.¹ En toen het kerkgebouw werd omgebouwd tot een studentenclub, dansgelegenheid en auditorium, weigerde Egorov stellig om de evenementen die daar gehouden werden en die hij als heiligschennis beschouwde, bij te wonen. Het spreekt voor zich dat zijn houding zowel door studenten als door de universiteitsbestuurders werd opgemerkt.

Eén andere anekdote volstaat om Egorovs afkeer van de nieuwe Sovjetautoriteiten te illustreren. Een wiskundestudent genaamd Vladimir Nikolajevitsj Molodski hield Egorov ooit eens staande in een gang van de universiteit en vroeg hem om hulp bij een wiskundig probleem. Egorov stemde meteen toe, maar terwijl hij het probleem aan Molodski aan het uitleggen was, zag hij dat de student op zijn revers een speldje droeg waarop 'Lid van de Communistische Jeugdbond' stond.¹ Plotseling

¹ Het gaat hier om de communistische jongerenorganisatie Komsomol die er, vanaf de oprichting van haar voorloper in 1918 en haar eigenlijke begin in 1922 tot en met de ineenstorting van de Sovjet-Unie, op uit was om jongeren door middel van sociale en ideologische activiteiten tot goede Sovjetburgers om te vormen (i.e. burgers die leefden volgens de doctrines van de Partij).

veranderde Egorovs gezichtsuitdrukking, hij onderbrak zijn wiskundige uitleg, gaf te kennen dat hij 'erg druk' was en brak het gesprek af. De beledigde Molodski zou uitgroeien tot een marxistisch filosoof van de Academie van Wetenschappen en werd een bittere tegenstander van de benadering van de wiskunde zoals die door Egorov en Loezin werd voorgestaan; hij gaf lezingen en schreef artikelen en boeken waarin hij hen scherp bekritiseerde.²

In de jaren twintig, en dan vooral na Lenins verzwakking als gevolg van hartaanvallen in 1922 en na zijn daaropvolgende dood in 1924, was de intensiteit waarmee het Sovjetregime religie actief zou beteugelen, zelfs onder de hoogste leiders nog steeds enigszins ongewis. De repressies deden zich sporadisch voor; periodes van gewelddadigheden werden afgewisseld door tijden van schoorvoetende tolerantie. Een paar religieuze instituties, zoals het Klooster van de Heilige Drie-eenheid van St. Sergej in Sergiev Posad, waar Florenski nauw aan verbonden was, slaagden erin om te blijven voortbestaan. Alle Sovjetleiders waren tegen religie, maar sommigen van hen dachten dat het geven van anti-religieus onderwijs aan de jeugd een beter middel was om religie de baas te worden dan het gevangenzetten of executeren van gelovigen. Gedurende de periode van de Nieuwe Economische Politiek tussen 1921 en 1928 werden 'kapitalistische elementen' (zoals kleine bedrijven) binnen de economie toegestaan, zij het dat de Sovjetstaat in ideologische zin gecommitteerd was aan staatseigendom en controle over de totale economie; sommige mensen verwachtten dat een soortgelijke status quo, ten minste voor korte tijd, ook mogelijk was als het ging om religieuze elementen. De kopstukken van de Sovjet-Unie die het meest openstonden voor een dergelijke optie, waren Nikolaj Boecharin en Anatoli Loenatsjarski. Boecharin, de architect van de Nieuwe Economische Politiek, was een uitgesproken atheïst die herhaaldelijk wees op de vroegere vergissingen van de georganiseerde religie in de debatten rondom Copernicus, Galileo en Darwin. Toch had hij waardering voor de rol die godsdienst had gespeeld in de ontwikkeling van de Europese cultuur. Boecharin hoopte

het geloof te overwinnen middels overreding en niet door middel van dwang.

Anatoli Loenatsjarski, van 1917 tot 1929 minister van Onderwijs van de Sovjetregering, had dezelfde opvattingen. Hij was zich bewust van de rol van religie binnen de Europese kunst en muziek, twee van zijn favoriete onderwerpen, en hij kwam openlijk uit voor zijn bewondering voor sommige aspecten van de 'bourgeois' cultuur. Ooit merkte hij op: 'Ik ben geneigd te denken dat het marxisme als filosofie het nieuwe en laatste religieuze systeem is – ten diepste kritisch en zuiverend en tegelijkertijd verbindend'.³ Op wat wellicht een onbezonnen moment was, had hij zelfs de 'Godbouwerbeweging' gesteund die onder leiding stond van marxistische intellectuelen die geloofden dat de massa een psychologisch substituuut nodig had voor religie. Het viel niet te verwachten, zo suggereerden de Godbouwers, dat de boerenmassa van het vroege Sovjet-Rusland hun godsdienstige verlangens simpelweg zouden opgeven. Als alternatief voor God stelden de Godbouwers het communisme voor als een object van aanbidding – een voorstel dat Lenin als obscurantistische onzin beschouwde. In hun enthousiasme om het communisme tot een object van religieuze verering te maken, vervaardigden de Godbouwers altaars ten behoeve van de aanbidding van het marxisme en ze stelden zelfs voor om orthodoxe kathedralen om te bouwen tot tempels voor het communisme en industriële machines. De beroemde constructivistische kunstenaar Vladimir Krinski illustreerde zo'n poging in een tekening van rond het jaar 1925.⁴

In de vroege jaren twintig waren er in Rusland slechts een paar wiskundigen die ook marxisten waren. Twee van de meer vooraanstaanden onder hen waren Otto Sjmids (1891-1956) en Arnosjt Kolman (1892-1979) – qua politieke oriëntatie vergelijkbare figuren, maar nogal verschillend qua tolerantie voor mensen met tegengestelde opvattingen en qua wiskundige vermogens (Sjmids was veruit superieur). Sjmids, die sinds 1918 lid was van de Communistische Partij, bekleedde verschillende belangrijke overheidsposities en werd ook directeur van het Uitgevershuis van



'Een tempel van de Machine-aanbidders.' Tekening van de constructivistische kunstenaar Vladimir Krinski, ca. 1925.

de Staat, redacteur van de *Grote Sovjet Encyclopedie* (samen met Boecharin) en lid van het Centraal Uitvoerend Comité van de USSR. Sjmids sprak met trots over het belang van de marxistische filosofie, zelfs binnen de wiskunde, en gaf lezingen over dit thema, maar hij tolereerde wiskundigen met andere opvattingen. Hij steunde Loezin, bijvoorbeeld toen de laatstgenoemde bij de

Rockefeller Foundation in de Verenigde Staten een *fellowship* aanvraag om in Parijs onderzoek te doen naar de verzamelingenleer. Zoals we hebben gezien, regelde hij in 1921 ook de speciale wagon voor de Lusitanianen.

Kolman daarentegen was een militante marxist van het nieuwe opkomende stalinistische soort en een man die extreme maatregelen zou treffen om van personen af te komen die hij als ideologische vijanden zag. Hij werd geboren en groeide op in Tsjecho-Slowakije, waar hij aan de Karelsuniversiteit werd opgeleid in de wiskunde, maar kwam terecht in Sovjet-Rusland toen hij daar aan het eind van de Eerste Wereldoorlog als soldaat strandde. Hij was een ideoloog van een bijzonder gevaarlijke soort; een man die zijn marxisme uiterst serieus nam en alle andere filosofische standpunten als bedreigingen voor de Sovjetstaat beschouwde. Hij zou bij vele gebeurtenissen in de Sovjetgeschiedenis een sinistere rol spelen en was een belangrijk aanklager van Egorov, Florenski en Loezin. Tegelijkertijd had hij oprechte intellectuele interesses, sprak en las hij vier à vijf talen en schreef hij enkele boeken over de geschiedenis van de wetenschap en wiskunde die nog steeds aandacht verdienen. Geen wonder dat er soms naar hem verwezen werd als 'de duistere engel'. Na de Tweede Wereldoorlog bracht Kolman enige tijd door als gevangene in een stalinistisch werkkamp, omdat hij het marxisme op zijn eigen manier had proberen te interpreteren in plaats van zich te houden aan wat de Partijleiders voorschreven. Tot verbazing van veel mensen die van zijn dogmatisme afwisten, ontpopte hij zich in de late jaren vijftig tot iemand die de de cybernetica verdedigde tegen ideologische kritiek.

Uiteindelijk raakte Kolman, die nog steeds op een militante wijze zijn eigen dromen najaagde, diep gedesillustreerd door de Sovjet-Unie en hij emigreerde naar Zweden. Voordat hij in 1979 overleed, interviewde Loren Graham hem een aantal keer in de Sovjet-Unie en, later, in de Verenigde Staten. Kolman was toen inmiddels verrimpeld en op leeftijd en, net zoals voorheen, geïnteresseerder in het doen laten gelden van zijn eigen zienswijzen dan in het luisteren naar die van anderen. Net



Arnosjt Kolman.

na zijn dood in 1982 werd er een boek van Kolman uitgegeven met de titel *We Should Not Have Lived That Way*, waarin hij zijn misdaden gedeeltelijk bekende. Hij vertelde niet het hele verhaal over wat hij Loezin en Egorov had aangedaan, maar hij zei wel het volgende: 'In mijn tijd schatte ik veel dingen, waaronder de belangrijkste feiten, zeer verkeerd in. Ik was op een dwaalspoor gebracht en werd gevoed door illusies die mij later voor de gek hielden, maar in die tijd streed ik voor hun verwerkelijking en offerde daarvoor iedereen op.'⁵

Naar verloop van tijd, in de jaren twintig en dertig, begon het militante marxisme het te winnen van de meer gematigde vorm bepleit door Boecharin en Loenatsjarski. Maar in deze veranderende tijden moesten Kolman en anderen zoals hij op zoek naar geschikte momenten om de strijd te winnen van hun tegenstanders. Kolman beschouwde Egorov altijd als een

ideologische vijand, maar hij had gearzeld om hem op de Universiteit van Moskou aan te vallen, waar de professor veel aanhangers had. Egorov was per slot van rekening voorzitter van het Moskous Wiskundig Genootschap, directeur van het Instituut voor Wiskunde en Mechanica aan de Universiteit van Moskou en een van de beroemdste wiskundigen in de Sovjet-Unie. In de vroege jaren twintig nam Egorov een stap die Kolman de gelegenheid gaf waar hij naar opzoek was geweest. Egorov, die meer geld nodig had dan zijn bescheiden salaris aan de Universiteit van Moskou, begon parttime les te geven aan het Instituut voor Civiele Techniek in Moskou. Nu zag Kolman zijn kans schoon: wetende dat Egorov aan het Instituut kwetsbaarder was dan aan de prestigieuze Universiteit van Moskou, koos hij deze plek uit om zijn eerste aanval te plaatsen.

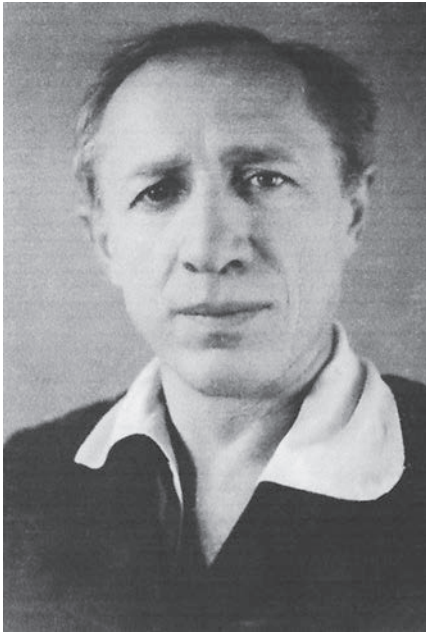
In 1924 sprak Kolman op een Partijbijeenkomst op datzelfde instituut – waarvan hij wist dat hij er voorstanders zou hebben – en beschreef Egorov als een ‘reactionaire aanhanger van religieuze overtuigingen, een gevaarlijke invloed op studenten en een figuur die wiskunde en mysticisme vermengt’.⁶ Omdat hij geen lid was van de Communistische Partij, was Egorov niet aanwezig bij de bijeenkomst en was hij niet in de gelegenheid om zichzelf te verdedigen. Toen hij van de aanval op de hoogte werd gesteld, gaf hij eerlijk en wellicht enigszins naïef toe dat hij gelovig was. Hij verdedigde zijn positie zelfs met te zeggen dat onderwijsinstituties mensen met uiteenlopende persoonlijke overtuigingen zouden moeten tolereren. Als gevolg daarvan werd hij door het Instituut voor Civiele Techniek ontslagen.

Uitkijkend naar iemand die Egorov kon vervangen om op het Instituut wiskunde te doceren, zag de directeur in Nikolaj Tsjebotarov de favoriete kandidaat. Tsjebotarov was jong – hij was pas dertig jaar oud – en leek geen lastige ideologische karaktertrekken te bezitten. Hij scheen een loyale Sovjetburger en dat bleek ook zo te zijn. Tijdens de Russische Burgeroorlog had hij, klaarblijkelijk vrijwillig, als lector gediend in de beroemde Tsjapajevdivisie van het Rode Leger. Hij was niet religieus en hij verdedigde, voor de leden van de Russische intelligentsia

kenmerkende, seculiere opvattingen. Zijn jonge vrouw, Maria Smirnitskaja, was als student verbonden aan het medisch instituut in Moskou en beiden kwamen over als representanten van de nieuwe generatie Sovjetintellectuelen. Hun huwelijk was voltrokken tijdens een burgerlijke ceremonie, zoals het Sovjetregime het het liefst zag, en niet tijdens een kerkelijke ceremonie zoals de moeder van de bruidegom dat wenste – een feit dat bijdroeg aan de permanent bekoelde verhoudingen tussen Maria en haar schoonmoeder. De directeur van het Instituut voor Civiele Techniek was zich bewust van deze moderne denkbeelden van de jonge wiskundige en zijn vrouw, en hij bood Tsjebotarov het docentschap aan dat daarvoor door Egorov was bekleed.

Tsjebotarov was echter een man van sterke morele principes. Binnen een paar weken kwam hij erachter wie zijn voorganger was. Hoewel hij niet onder Egorov gestudeerd had – hij was in Kiev opgeleid door de uitmuntende wiskundige Dmitri Grave – en hem niet goed kende, was hij zeker op de hoogte van wie Egorov was – een van de beste wiskundigen in Rusland. Tsjebotarov deed navraag naar het waarom van het ontslag van een dusdanig begaafd en beroemd wiskundige. Hij beschouwde Egorov als geschikter dan hijzelf en de gehele episode verontrustte hem. Enkelen van Tsjebotarovs bekenden op het Instituut voor Civiele Techniek vertelden hem dat Egorov door Kolman fel was bekritiseerd om het feit dat hij gelovig was en dat hij om die reden was ontslagen.

Tsjebotarov besprak de situatie met zijn jonge vrouw. Hoewel zij alle twee niet sympathiek stonden tegenover religie, waren ze tegelijkertijd ook idealistische jonge intellectuelen en ze waren het erover eens dat het voor Tsjebotarov onethisch was om een positie te bekleden die eerder was ingenomen door een dusdanig bekwame wiskundige die ook nog eens was ontslagen om zijn persoonlijke religieuze overtuigingen. Tsjebotarov spreidde een opmerkelijke zelfkritische integriteit ten toon door zijn ontslag in te dienen en daarbij op te merken dat hij anders niet met zichzelf kon leven.



Nikolaj Tsjebotarov.

De daaropvolgende paar jaar waren zwaar voor Tsjebotarov en zijn vrouw, die de medische school in Moskou nog niet had afgerond. Na zonder succes in Moskou naar werk te zoeken, vond Tsjebotarov uiteindelijk een baan in het verafgelegen Odessa, waar hij enige tijd les gaf. Daarna kreeg hij een goed aanbod van de Universiteit van Kazan, een instituut met een voortreffelijke wetenschappelijke traditie, maar dat ver van Moskou af lag, aan de rivier de Wolga. Nadat zijn vrouw haar medische studie afrondde, voegde ze zich bij hem in Kazan en bekleedde de positie van arts in een plaatselijk ziekenhuis in Kazan. Ze gingen er beiden niet vanuit dat ze Egorov ooit weer zouden ontmoeten, maar toch gebeurde dat wel – zij het onder zeer dramatische en tragische omstandigheden.

Gedurende de jaren twintig werd de politieke atmosfeer die de Naamaanbidders omringde, steeds gecompliceerder. Ze

bleven op verschillende plekken in Rusland geheime diensten houden – waartoe ook het Jezusgebed behoorde. Maar nu de gevestigde kerk door de autoriteiten werd aangevallen, begonnen veel plaatselijke kerken zonder band met de Naamaanbidding ook geheime diensten te houden en zichzelf, uit eerbied voor hun religieuze voorgangers zoals St. Tatjana, die zich in de eerste eeuwen van het christelijke tijdperk schuilhield voor de heidense Romeinse keizer, ‘Ondergrondse Kerken’ te noemen. Als gevolg daarvan ontmoetten leden van de officiële kerk en leden van de Naamaanbiddingsketterij elkaar vaker en vaker op hun verborgen plekken. Zij voelden zich tot elkaar aangetrokken door het feit dat ze beiden aan onderdrukking probeerden te ontkomen. Onder deze dreiging leken de theologische meningsverschillen over Naamaanbidding van weinig belang. De communistische autoriteiten maakten geen onderscheid tussen orthodox gelovigen en ketteren; zij waren allemaal religieus en moesten om die reden worden uitgeschakeld, mits dat mogelijk was.

Toen, in 1927, gebeurde er iets wat de situatie veranderde. De metropoliet Sergius, een vooraanstaand kerkfunctionaris, sloot in de hoop om het voortbestaan van de kerk veilig te stellen een soort vrede met de Sovjetautoriteiten en zegde toe om hen in de toekomst op geen enkele manier tegen te werken. Dit ‘compromis’ werd door veel orthodox gelovigen, die het beschouwden als een pact met de duivel, afgekeurd. Een aantal van degenen die weigerden om de door Sergius gesloten overeenkomst te erkennen, ging door met het in het geheim opereren als Ondergrondse Kerk. De Naamaanbidders raakten bij deze politieke en religieuze strijd betrokken, omdat ze, zoals eerder, ondergedoken bleven. Er deed zich een samensmelting van de Naamaanbidders en de Ondergrondse Kerk voor waarin hun gedeelde verzet tegen zowel de gevestigde Kerk als de Sovjetautoriteiten belangrijker was dan doctrinaire meningsverschillen over de goddelijkheid van de namen van God en Christus. Met het verstrijken van de tijd begon menig Naamaanbidder zichzelf op dezelfde manier te beschrijven als de leden van de vroegere orthodoxe Ondergrondse Kerk dat deden, namelijk als de ‘Zuivere Russisch-Orthodoxe Kerk’.

Eerder hadden ze zichzelf met name onderscheiden door hun houding tegenover de namen van God en Christus; nu werden ze, ook als het ging om andere doctrinaire kwesties zoals familie, huwelijk, seks en religieuze liturgieën in toenemende mate als conservatief bestempeld. Egorov daarentegen bleef trouw aan het oorspronkelijke filosofische beginsel van de Naamaanbidding.

In 1929 en 1930, toen Stalin de regering inmiddels stevig in handen had, pleegden de Sovjetautoriteiten opnieuw massa-arrestaties van gelovigen en deze keer ontkwamen de Naamaanbidders in en nabij Moskou niet aan de 'schoonmaak'.ⁱⁱ Kolman trok eens te meer ten aanval tegen Loezin en nu viel hij hem op zijn belangrijkste machtsbolwerk aan: de Universiteit van Moskou. Kolman vermengde zijn kritieken op Egorovs en Loezins religieuze en filosofische posities met meer publieke politieke beschuldigingen. Egorov was, zo zei hij, een 'saboteur' of 'vernieler' (*vreditel*). Deze term werd met groot succes gehanteerd bij andere gerechtelijke vervolgingen, zoals die van de 'industriële vernielers' in het 'Shakti Proces' van 1928. Zoals Egorov bijtend antwoordde, waren de ware 'saboteurs' van het Russische academische leven diegenen die met alle geweld aan iedereen één onwrikbare ideologie wilden opleggen.

Egorov kreeg er tijdens een promovendi-bijeenkomst van 21 december 1929 aan de Universiteit van Moskou stevig van langs. Dit was een nieuwe ontwikkeling: zijn eigen studenten keerden zich tegen hem. Ze beschuldigden hem van 'religieus enthousiasme en zendingsdrang' en van 'verstarring, inertie, gebrek aan politieke geestdrift wat betreft het hervormen van het onderricht in onderzoek en methodologie'.⁷ Het bedroefde Egorov zeer dat zijn voormalige vrienden en studenten zijn

ii De jaren 1928-1929 vormden het begin van wat Stalin de 'Grote Omwenteling' noemde: een periode waarin op een radicale manier afstand werd gedaan van de bijna kapitalistische economische politiek van Lenin's NEP om zo het tempo van collectivisatie en industrialisatie op te voeren. Een en ander hing samen met de jaren van de Culturele Revolutie, tussen 1928-1931, waarin ook sociale, culturele en wetenschappelijke delen van het Sovjetleven onder controle van de Partij kwamen te staan.

critici waren geworden, maar hij weigerde in alle toonaarden om zich gewonnen te geven. Hij antwoordde dat zijn religieuze overtuigingen zijn eigen zaak waren en wees erop dat wat hem tekende, niet ‘inertie’ was, maar de jarenlange poging om de wiskunde in Rusland te promoten – via de universiteit, via het Moskous Wiskundig Genootschap en in nauwe samenwerking met studenten die, zo merkte hij op, eerder namens henzelf hun waardering voor zijn werk hadden uitgesproken. In de lente van 1930 werd Egorov door het universiteitsbestuur ontslagen uit zijn positie als directeur van het Instituut voor Wiskunde en Mechanica van de universiteit en vervangen door de ‘Rode Professor’ Otto Sjmidt. (Kolman had deze positie willen hebben, maar werd niet geschikt bevonden; Sjmidt daarentegen was zowel een communist als een even bekende als vaardige wiskundige.)

In juni woonde Egorov, nog als vrij man en professor aan de Universiteit van Moskou, het Eerste Al-Russische Sovjet Congres voor Wiskundigen in Charkov bij. Toen hem tijdens een bijeenkomst werd gevraagd een begroetingsbrief aan het Congres van de Communistische Partij, dat op hetzelfde moment plaatsvond in Moskou, te ondertekenen, weigerde hij nadrukkelijk. Hij stelde dat de Moskouse politieke bijeenkomst niets te maken had met zijn wiskundeconferentie.

In september 1930 werden Egorov en meer dan veertig andere gelovigen – van wie sommigen, zoals Egorov, lid waren van de Naamaanbiddingskring – gearresteerd. Ze werden niet alleen beschuldigd van het ‘vermengen van wiskunde en religie’, maar ook van ‘deelname aan een antirevolutionaire organisatie’, de ‘Zuivere Russisch-orthodoxe Kerk’ en de ‘Ondergrondse Kerk’. Egorov werd enige tijd in Moskou vastgehouden en daarna nabij de stad Kazan, aan de rivier de Wolga, in ballingschap gestuurd.

Kazan is een stad met een kleurrijke en tegenstrijdige religieuze geschiedenis. Toen Egorov er naartoe werd gestuurd, was Kazan, van oorsprong een belangrijke Tartarenstad en een moslimgebied, meer dan negenhonderd jaar oud. In de zestiende eeuw veroverde tsaar Ivan de Verschrikkelijke van Moskou de stad en gaf het bevel tot de vernietiging van alle islamitische moskeeën.

Toch wist de islam zich er te handhaven en in de achttiende en negentiende eeuw werden er nieuwe moskeeën gebouwd. In de vroege twintigste eeuw, op het moment dat Egorov in Kazan belandde, bezat de stad een grote verscheidenheid aan religieuze overtuigingen – Russisch-orthodox, oudgelovig, moslim, joods, luthers, katholiek en, in de nieuwe Sovjetperiode, atheïsme. De twee grootste religies waren de Russisch-orthodoxie en de islam en de stad was opgedeeld in ‘Russische’ en ‘Tartaarse’ buurten. Het Meer van Kaban in het midden van de stad scheidde de twee van elkaar. Dit was het meer waar Tartaren in de zestiende en zeventiende eeuw van tijd tot tijd door Russen naartoe werden gebracht om op een gewelddadige manier in het christelijk geloof te worden ingewijd; als ze weigerden, werden ze vaak in hetzelfde water verdrinken. Zelfs vandaag de dag weigeren Tartaren om in dit meer te zwemmen.

Ongehoorzaamheid met betrekking tot religie bleef in de twintigste eeuw voortduren. Ons wordt verteld dat Egorov in ballingschap doorging met het uitoefenen van zijn geloof; ieder dag bad hij en reciteerde hij het Jezusgebed. De gevangenisbewaarders treiterden hem ermee. Uit protest weigerde Egorov te eten. Zelfs vóór zijn arrestatie had Egorov last gehad van spijsverteringsproblemen, waarschijnlijk van een maagzweer, en deze klacht verergerde snel. Na weken zonder voedsel was de 62-jarige niet langer in staat om te staan en zijn inwendige organen, met name zijn lever, begonnen het te begeven. De gevangenisautoriteiten stuurden hem naar een ziekenhuis in de Butlerovstraat, in de Russische wijk van de stad, waar een bewaker bij de deur van zijn kamer werd gestationeerd. De kliniek heette in die tijd het Staatsinstituut voor de Verbetering van de Kwalificaties van Artsen (GIDUV); tegenwoordig huisvest hetzelfde gebouw een afdeling van de Medische Academie van de Kazachse Staat.

Toen Loren Graham dit ziekenhuis in 2004 bezocht, vertelden enkele mensen daar dat ze verhalen hadden gehoord over Egorovs laatste dagen. Hoewel men er niet zeker van kan zijn dat deze verhalen waar zijn, weerspiegelen ze in ieder geval de



Het ziekenhuis in Kazan waar Maria Smirnitskaja voor Egorov zorgde.

manier waarop sommige mensen zich de gebeurtenis tegenwoordig herinneren. Volgens de verhalen was een van de artsen in het ziekenhuis niemand minder dan dr. Maria Smirnitskaja, de vrouw van de wiskundige Nikolaj Tsjebotarov, die in 1924 afstand had gedaan van zijn positie op het Instituut voor Civiele Techniek toen hij hoorde dat deze hem was gegeven vanwege het onrechtmatige ontslag van Egorov. Dr. Smirnitskaja herinnerde zich deze episode en wist wie Egorov was en ze deed alles wat in haar macht lag om zijn leven te redden. Spijtig genoeg was de ineenstorting van zijn inwendige organen gevorderd tot het punt waarop er niets meer gedaan kon worden. Toch was dr. Smirnitskaja vastbesloten dat de nog bij bewustzijn zijnde Egorov onder behoorlijke omstandigheden zou moeten sterven. Als behandelend arts was ze bevoegd om Egorovs overlijdensakte te tekenen. Naar verluidt vervalste ze een dergelijk certificaat terwijl Egorov nog in leven was, gaf ze een kopie aan de bewaker bij de deur van de ziekenhuiskamer en opperde ze dat hij zich bij zijn meerderen voor overplaatsing zou melden. Ze verzekerde de bewaker ervan dat de persoon op wie hij gevraagd was te letten niet langer in leven was. Na het vertrek van de bewaker riep dr.

Smirnitskaja de welwillende hulp in van haar man, Nikolaj Tsjebotarov, en samen tilden ze Egorov op een ziekenhuisbrancard; ze bedekten hem met een deken en duwden hem door de straten van Kazan naar hun appartement op de tweede verdieping in de Staro-Gorsjechnajastraat (nu de Sjavovstraat).

Volgens de overlevering overleed Egorov de volgende dag in de armen van dr. Smirnitskaja en waren zijn laatste woorden die van Psalm 54, een frase die paste bij zijn Naamaanbiddingsgezindheid: 'O God, verlos mij uit den nood, en red door Uwen naam mijn leven' (*Vo imja Tvoe spasi mia* in het Kerkelijk Slavisch).

De wiskundigen in Kazan, die verbonden waren aan de plaatselijke universiteiten en aan enkele instituten, wisten van het belang van Egorovs werk en carrière. Afgezien van één iemand – Nikolaj Tsjebotarov – was iedereen echter te bang om Egorovs begrafenis bij te wonen die plaatsvond op de Arskoebegraafplaats in Kazan, vlak bij de Jaroslavl' Tsjoedotvortsi (Kerk van de Wonderdoeners).

De Arskoebegraafplaats is de belangrijkste in de stad Kazan en stond in die tijd onder controle van autoriteiten die óf weigerden óf ervoor vreesden om toe te staan dat een politiek gevangene op zo'n hooglijk gewaardeerde plek begraven werd. Toch werd Egorov op de een of andere manier – vermoedelijk door de grafgravers steekpenningen te geven – dicht bij de tombe van een van Ruslands grootste wiskundigen, Nikolaj Lobatsjevski (1792-1856), de grondlegger van de non-Euclidische meetkunde, in een ongemarkeerd graf geplaatst. Pas jaren later, na de Tweede Wereldoorlog, werd het mogelijk om een grafsteen op Egorovs graf te plaatsen, een daad die werd geïnitieerd door weer een andere wiskundige: V.V. Morozov.

De moed die de seculiere Tsjebotarov toonde door de religieuze Egorov te verdedigen, had nadelige gevolgen voor zijn eigen carrière. In 1938, 1943 en 1946 was Tsjebotarov, een uitmuntend wiskundige, kandidaat voor de verkiezing tot volledig lidmaatschap van de Sovjet Academie van Wetenschappen, een zeldzame eer voor een provinciale wetenschapper. De directeur van de Universiteit van Kazan en het hoofd van de organisatie van de



Egorovs grafsteen, Arskoe-begraafplaats, Kazan.

Communistische Partij van de universiteit verzetten zich tegen deze kandidatuur te wijzen op zijn 'reactionaire gedachtegoed'.⁸

Het enige bewijs dat we hebben dat de, door zijn meerderen gehanteerde, classificatie van Tsjebotarov als 'reactionair' zou kunnen verklaren, was dat hij het opnam voor Egorov. De voormalig soldaat van het Rode Leger werd dus onrechtvaardig behandeld vanwege zijn gevoel voor eerlijkheid.

In 2004 bezocht Loren Graham de Arskoe-begraafplaats in Kazan, spoorde Egorovs graf op en fotografeerde het. Terwijl hij voor Egorovs graf stond, werd Graham benaderd door een man die een dodenmis speelde op zijn tuba. Klaarblijkelijk bracht de tubaspeler zijn dagen op de begraafplaats door met het zoeken naar rouwenden. Zodra hij er een gevonden had, voorzag hij in toepasselijke, droevige, muziek in de hoop een fooi te ontvangen. Terwijl Graham hem de verwachte beloning gaf, keek de tubaspeler naar de grafsteen en vroeg: 'Kende u deze man?'. 'Niet persoonlijk, maar ik weet wie hij was; een beroemd wiskundige' antwoordde Graham. 'Weet u wie hij was?' 'Ik heb geen idee wie hij was. Nog nooit van hem gehoord. Maar ik zal u iets vertellen: er is iets heel vreemds aan de hand met deze grafsteen. De

onderste spijl van het kruis helt de verkeerde kant op. Volgens de orthodoxe traditie zou de onderste spijl, wanneer je er met je gezicht naartoe staat, van linksboven naar rechtsonder moeten hellen. Deze gaat in de tegenovergestelde richting. Wie dat kruis daar ook geplaatst mag hebben; diegene wist niks af van religie.'

Ondertussen onderging Pavel Florenski, de priester die zo'n belangrijke rol had gespeeld in de discussies met Egorov en Loezin over wiskunde en religie, zijn eigen beproeving van de Sovjetpolitie. In 1928 begon de politie een onderzoek naar het Heilige Drie-Eenheidsklooster van St. Sergej in Sergiev Posad, dat ongeveer 70 kilometer ten noordoosten van Moskou lag. Dit dorp, Florenski's thuis, was de plek waar hij, niet ver van het klooster, samen met zijn vrouw Anna Michajlovna en een aantal kinderen in een houten huis woonde. Het klooster zelf had tijdens de eerste jaren na de communistische revolutie dienstgedaan als schuilplaats voor gelovigen, onder wie enkele Naamaanbidders, en voor overlevende leden van de Russische aristocratie, die binnen haar muren bescherming hoopten te vinden. De Sovjetpolitie beschouwde het kloosterdorp als een onbedwongen bastion van het omvergeworpen tsaristische regime en zijn gedachtegoed.

Het onderzoek van de politie leidde tot een krantencampagne die het klooster onder vuur nam. In mei 1928 publiceerde de *Arbeiderskrant* verschillende onthullingen. Eén journalist schreeuwde uit: 'Allerlei soorten "personen uit het verleden" – maar in het bijzonder Groot Hertogen, hofdames, priesters en monniken – hebben bij het zogenoemde Drie-eenheid-St. Sergej klooster een kolonie gebouwd'. Een andere journalist beklagde zich over het feit dat de 'revolutionaire storm' de 'eeuwenoude muren van dit voormalige toevluchtsoord der ontaarding nauwelijks had aangetast'. Deze auteur sprak van Florenski's werken als 'religieuze traktaten', die valselijk als 'geleerdheid' werden omschreven.

Vier dagen later, op 21 mei 1928, arriveerde de politie bij Florenski's huis en arresteerde hem. Het bevel hiertoe was getekend door het hoofd van de geheime politie van het gehele land, Genrich Jagoda. De politie nam Florenski voor verhoor mee naar de Loebjanka-gevangenis in centraal Moskou.

Het onderzoek bracht een paar verrassingen aan het licht. Eén van zijn verhoorders, een man genaamd Poljanski, vroeg Florenski: 'Bent u ooit eerder gearresteerd?' Florenski antwoordde dat hij in 1906 eens door de tsaristische politie was gearresteerd voor het uitspreken van een preek waarin hij tegen de executie van een van de leiders van de mislukte revolutie van 1905 in opstand kwam. Florenski sympathiseerde niet met de revolutie, maar hij verzette zich tegen de doodstraf. De ontdekking van Florenski's protest en de daaropvolgende arrestatie bracht de Sovjetpolitie, die hem valselijk had afgeschilderd als een onverbiddelijk voorstander van het tsarisme, in verlegenheid. Vervolgens vroeg de politie Florenski naar zijn politieke overtuigingen. Hij antwoordde: 'Ik beschouw het als schadelijk voor de samenleving wanneer geleerden en wetenschappers, wier rol het is om onpartijdige experts te zijn, bij de politiek betrokken raken. Ik heb in mijn leven nooit bij wat voor politieke partij dan ook gehoord.'

En toen kwamen zijn ondervragers erachter dat Florenski bezig was met onderzoek voor een Sovjet-militair-instituut waarvan de bewindvoerders positief waren over zijn werk. Toen de politie hem vroeg waarom hij, als priester, voor het Sovjetleger zou werken, antwoordde Florenski: 'Ik aanvaardde dit werk vrijwillig en stelde dit onderzoeksgebied zelf voor. Ik beschouw de Sovjetautoriteiten als de enige echte macht die in staat is de toestand van de massa te verbeteren. Ik ben het met bepaalde, door de Sovjetautoriteiten genomen, besluiten niet eens, maar ben absoluut tegen iedere inmenging [van buitenaf, vanuit het buitenland], zij het militair of economisch.'⁹

Wellicht dankzij deze feiten, die blijkbaar nieuws waren voor de politie, kreeg Florenski een relatief lichte straf; drie jaar ballingschap in de stad Nizjni Novgorod, waar hij zich regelmatig bij de politie moest melden. Spoedig na zijn deportatie naar de stad verzocht Jekaterina Pesjkova, voormalig echtgenote van de schrijver Maksim Gorki – naar wie de stad Nizjni Novgorod door een opmerkelijke speling van het lot later vernoemd zou worden – om Florenski's vrijlating. Hierbij haalde ze zijn eerdere arrestatie

door de tsaristische autoriteiten en zijn trouwe dienst die hij de Sovjetregering als wetenschapper bewezen had aan. Een ander verzoek werd ingediend door Ljoedvig Martens, hoofdredacteur van de *Technische Encyclopedie* en een oud revolutionair. De verzoeken waren succesvol en na slechts een paar maanden in Nizjni Novgorod te hebben doorgebracht mocht Florenski naar zijn huis in Sergiev Posad terugkeren, waar hij zowel bij de Kerk als op het Sovjetonderzoeksinstituut zijn werk hervatte. Nog een paar jaar leefde Florenski er (zelfs nadat zijn voormalig leraar Egorov en vele anderen van zijn bekenden waren gearresteerd) in alle rust.

De priester-wetenschapper ging echter door met zijn koppige manieren van doen. Toen hij werd gevraagd om op het Instituut voor Elektrotechniek een lezing te geven, stond hij erop om zijn witte priestertoog te dragen terwijl hij aan dit verzoek tegemoetkwam. Daarmee veroorzaakte hij de nodige opschudding. Wetenschap en religie werden in Sovjetpropaganda beschreven als inherente vijanden en hier stond een priester die wetenschappelijke artikelen presenteerde!

Florenski's volgende arrestatie vond plaats op 26 februari 1933 en deze keer was de politie veel beter voorbereid. Onderhand had ze zowel haar manier van ondervragen, waarbij ze gebruikmaakte van marteling, als haar aanklachten tegen diegenen die ze oppakte geperfectioneerd. De politie omschreef Florenski nu officieel als 'een priester-filosoof en een extreemrechtse monarchist qua politieke opvattingen'. Zijn verhoorder, een man genaamd Sjoepeiko, hoofd van de politieke afdeling van de Moskouse geheime politie, beschuldigde hem van lidmaatschap van een 'antirevolutionaire partij' die het Sovjetregime omver probeerde te werpen. Florenski had tot op het moment dat hem ten laste werd gelegd een van haar leiders te zijn nog nooit van deze organisatie, 'De Partij voor de Wedergeboorte van Rusland', gehoord. Florenski, die zowel met marteling als met afschrikwekkende bedreigingen van de levens van zijn familie en vrienden te maken kreeg, bezweek onder de druk. Hij tekende een voor die tijd typische bekentenis die vaak aan politiek gevangenen werd opgelegd: 'Volledig bewust van mijn misdaden tegen het Sovjetsysteem en de [Communistische] Partij,

wens ik in dit document uitdrukking te geven aan mijn diepe berouw om mijn criminele lidmaatschap van de nationalistisch-fascistische centrumpartij'. Vele jaren later, in 1958, gedurende een periode van rehabilitatie van een aantal van Stalins slachtoffers, vaardigde een Sovjetrechtbank een uitspraak uit die stelde dat 'Florenski (en andere personen) onrechtmatig, zonder bewijs van hun schuld, werden veroordeeld'.¹⁰

We hebben nu toegang tot sommige van de archieven van de Sovjet geheime politie, maar over belangrijke details blijven er vragen bestaan. Het verslag vertelt ons bijvoorbeeld dat niet alleen Florenski, maar ook zijn wiskundige vriend Nikolaj Loezin werd beschuldigd van leiderschap van de 'nationalistisch-fascistische centrumpartij'. Loezin werd er, ongetwijfeld vanwege zijn uitgebreide connecties met Franse en Duitse wiskundigen,¹¹ van beschuldigd 'verantwoordelijk te zijn voor buitenlandse banden' bij de antirevolutionaire organisatie. De documenten van de geheime politie bevatten zelfs de bespottelijke beschuldiging dat Loezin Hitler in Duitsland had ontmoet om geheime spionage-instructies te ontvangen.¹² We hebben echter geen bewijs dat Loezin rond deze tijd door de politie werd gearresteerd of bedreigd, dus het blijft een raadsel waarom zulke ernstige beschuldigingen tegen Loezin niet zouden resulteren in zijn bestraffing.

Opnieuw werd er een poging ondernomen om Florenski uit de gevangenis te bevrijden. Ljoedvig Martens schreef Mironov, het hoofd van het economisch bestuur van de geheime politie, en zei:

Professor Florenski is een van de belangrijkste Sovjetwetenschappers en wat er met hem gebeurt zal van groot belang zijn voor de Sovjetwetenschap in z'n geheel en voor een groot aantal van onze onderzoeksinstituten. Vanuit de overtuiging dat zijn arrestatie het resultaat is van een misverstand, doe ik opnieuw een beroep op u om de zaak persoonlijk te bekijken.

Met communistische groeten,
Ljoedvig Martens¹³

Deze keer was het verzoek echter niet succesvol.

In augustus 1933 werd Florenski in een gevangeniswagon naar het verre oosten van de Sovjet-Unie, naar het dorpje Skovorodino aan de rivier de Amoer, niet ver van China, gestuurd. Aanvankelijk uiterst, en om begrijpelijke redenen, gedeprimeerd, hervond hij al gauw zijn interesse in de wetenschap en begon hij lokale fenomenen zoals permafrost te bestuderen. Ook deed hij een aanzet tot de samenstelling van een woordenboek van de taal van een lokale Siberische etnische groep. Zijn inspanningen werden echter niet gewaardeerd door zijn gevangenisopzichters. Om redenen die onhelder blijven, werd hij al binnen korte tijd overgeplaatst naar een van de hardvochtigste gevangenissen in Sovjet-Rusland, helemaal westwaarts, naar de afgelegen Solovetskieilanden aan de Witte Zee in de Arctis, waar hij in oktober 1934 arriveerde.

Het Solovetski-gevangenenkamp neemt een beruchte plek in binnen het Goelaggevangenisstelsel van de Sovjet-Unie. Het voormalige klooster, gelegen op een afgelegen eiland, werd in de vroege jaren twintig opgericht. Het was een van de eerste gevangenenkampen en groeide uit tot een van de gruwelijkste. Naar verluidt kwamen er meer dan een half miljoen mensen om het leven. Te midden van dood en lijden slaagden de vele wetenschappers, kunstenaars en schrijvers die er opgesloten zaten erin om studiekringen, muzikensembles en een theater op te richten. Het Solovetski-kamp was dermate berucht dat er na de val van de Sovjet-Unie nabij het hoofdkwartier van de KGB in Moskou, de Loebjanka – een plek waar Egorov, Florenski en veel van hun collega's, op weg naar andere kampen, tijd doorbrachten – een monument werd opgericht bestaande uit een rood granieten steen afkomstig van het eiland.

In het werkkamp vond Florenski wederom een onderwerp voor wetenschappelijk onderzoek. Deze keer betrof het de extractie van jodium en agar-agar uit zeewier. De inspanning was in eerste instantie zo succesvol dat het gevangenenkamp een fabriek (die bekend stond als de 'Jodiumonderneming') in werking stelde die zeewier verwerkte. Florenski wist echter niet dat er een informant bij hem in hun gevangenis cel zat opgesloten, een man

die probeerde om hem te verleiden tot politieke discussies om vervolgens alle belastende opmerkingen die Florenski zou kunnen maken door te spelen aan zijn superieuren. De informant, een man genaamd Briantsev, rapporteerde dat Florenski in een van hun gesprekken in de cel het volgende zei:

In de Sovjet-Unie straffen ze mensen zonder wat voor reden dan ook. In de Loebjanka bleven ze eisen dat ik de mensen met wie ik zogenaamd antirevolutionaire gesprekken voerde, zou noemen. Nadat ik hardnekkig weigerde om mee te werken, zei de verhoorder: 'Natuurlijk weten we dat je niet tot een organisatie behoort en geen politieke strijd hebt geleverd. Maar als er iets gebeurt, zouden onze vijanden hun hoop op jou kunnen vestigen. [...] We kunnen niet doen zoals de tsaristische regering en mensen straffen voor een reeds begane misdaad. Het is onze taak om te anticiperen.'¹⁴

Voor deze uitspraken werd Florenski beschuldigd van het 'uitdragen van antirevolutionaire opschudding' in het kamp. De Jodiumonderneming werd gesloten. Florenski ging overduidelijk een tragisch einde tegemoet, vergelijkbaar met dat van zijn oud-leraar Egorov.

Jarenlang waren de omstandigheden rondom Florenski's dood onbekend en zelfs nu blijven er vragen over bestaan. De recentelijk beschikbaar gekomen Loebjanka-archieven bevatten echter twee veelzeggende documenten. Eén ervan is een smalle strook papier waarop op één zijde 'Florenski, Pavel Aleksandrovitj' getypt staat en op de andere 'Te worden doodgeschoten', met daarachter in rode pen een vinkje. Het andere document geeft het volgende te kennen:¹⁵

Het doodsvonnis uitgesproken over Florenski Pavel Aleksandrovitj door de Regio Leningrad NKVD Trojka werd op 8 december 1937 voltrokken

Commandant van de Regio Leningrad NKVD
Senior Luitenant K. Polikarpov.

In oktober 2002 maakte de Russische mensenrechtengroep 'Memorial' nieuw bewijs bekend over de werkelijke toedracht van Florenski's dood. Volgens deze informatie werd Florenski in december 1937 van de Solvetski-eilanden naar Leningrad gebracht, waar hij enige tijd in een gevangenis in het 'Grote Huis' zat – het hoofdbureau van de geheime politie van Leningrad in de Linteinyi Prospekt – het gebouw bestaat nog steeds en is nog altijd een hoofdbureau van de politie. Volgens dit nieuwe bewijs werd Florenski daarna gedwongen om zich uit te kleden, werden zijn handen en voeten vastgebonden en werd hij samen met enkele honderden andere mensen in een konvooi van vrachtwagens naar de schietbaan van de Rsjevski-artillerie gebracht, nabij het dorp Toksovo, op ongeveer 30 kilometer ten zuiden van Leningrad. Ons wordt verteld dat ze daar allemaal werden neergeschoten. Forensische wetenschappers hebben er vele duizenden skeletten gevonden die gewerschoten vertoonden in de schedel – een standaardprocedure van de Sovjet geheime politie. Op 1 oktober 2002 meldde Irina Fligye, hoofd van de historische afdeling van Memorial in St. Petersburg: 'Er bestaat een zekere mate van indirect bewijs dat Florenski op 8 december 1937 in die omgeving geëxecuteerd zou kunnen zijn'.

In 1930 had Loezin zowel zijn leraar Egorov als zijn vriend en medestudent Florenski door de geheime politie gearresteerd en gevangengezet zien worden. Hij was al bang voor zijn eventuele eigen arrestatie en nu sloeg de angst om in verschrikking. Zijn collega, de wiskundige A.Ia. Chintsjin, beschreef de Loezin van na 1930 op de volgende manier: 'Hij vreesde voor heel zijn bestaan, hij trilde van angst. [...] Dit vrees en beven is hem tot op heden [1936] bijgebleven.'¹⁶ Loezin wilde een eerlijk man zijn, een persoon die weigerde om zich te compromitteren door pro-Sovjetuitspraken te doen waar hij niet in geloofde, maar dit werd steeds moeilijker. De druk waaronder Loezin leefde, wordt geïllustreerd door een opmerking die tegen hem werd gemaakt door een van zijn oudere collega's, een toegepast wiskundige met de naam Appel'rot, die in 1899 was afgestudeerd aan de Universiteit van Moskou: 'Nikolaj Nikolajevitsj, in onze moeilijke

tijden is het jouw taak om de kaars van de wetenschap tegen de duisternis van het obscurantisme te houden, wat je ook doet. En omdat jij onze leider bent als het gaat om deze poging, zullen alle gevolgen voor jouw rekening zijn.’ Na Appelrots opmerking liet Loezin enkel zijn hoofd hangen en was hij stil.¹⁷

Loezins psychische toestand verslechterde onder dit soort druk en hij bracht lange periodes door in sanatoria om er weer bovenop proberen te komen.¹⁸ Op de één of andere manier slaagde hij erin om aan arrestatie te ontkomen, hoewel Loezin er in het onderzoek naar Florenski en de zogenoemde ‘nationalistisch-fascistische centropartij’ van was beschuldigd een van de leiders van een ‘antirevolutionaire organisatie’ te zijn.¹⁹ We kunnen slechts speculeren over waarom Loezin in 1933, of eerder, niet werd gearresteerd. Een reden zou kunnen zijn geweest dat er zelfs in de ogen van de geheime politie simpelweg veel minder bewijs tegen hem was. Egorov en Florenski waren veel opener geweest in het tonen van hun religieuze overtuigingen terwijl Loezin zijn innerlijke geloof al vanaf 1922 voor de autoriteiten verborg. In 1929 stopte Loezin met lesgeven aan de Universiteit van Moskou en vluchtte naar de relatieve veiligheid van de Academie van Wetenschappen, waar hij geen bachelorstudenten onder ogen hoefde te komen, van wie er velen in toenemende mate aan het radicaliseren waren. Deze studenten waren vaak kritisch over het oude professoraat – een erfenis van het tsaristische regime.

Net zoals hij eraan had bijdragen om Egorov ten val te brengen, richtte Kolman zijn vizier nu op Loezin. In lezingen en in talrijke werken hekelde Kolman de Moskouse School voor Wiskunde die volgens hem was gegrondvest op idealistische en religieuze principes waar materialistische marxisten zich tegen verzetten. Nu Egorov uit de weg was geruimd, was Loezin het door iedereen erkende hoofd van de Moskouse School voor Wiskunde en een logisch mikpunt voor Kolman, die bij de politie geheime aanklachten indiende. Een van deze aanklachten, daterend van 22 februari 1931, is in de archieven van de president van de Russische Federatie aangetroffen.²⁰ In dit document bekritiseerde Kolman Loezin vanuit het standpunt van het intellectuele marxisme. Dit

deed hij op een wijze die weleens niet volkomen begrijpelijk zou kunnen zijn geweest voor de politie, waar de meerderheid weinig of niets van filosofie of wiskunde afwist. De politie begreep heel goed wat een 'antirevolutionaire organisatie' was – aangezien verondersteld lidmaatschap van een dergelijke organisatie een van haar favoriete en meest dodelijke beschuldigingen was – maar ze raakte enigszins in de verwarring over de vraag naar hoe het marxisme de wiskunde zou moeten beïnvloeden.

Als marxistisch wiskundige stond Kolman erop dat menselijke kennis haar oorsprong vindt in de materiële wereld en niet in de hoofden van wetenschappers.²¹ Marx en Engels hadden geschreven dat wiskunde in de antieke wereld ontstond op het moment mensen het noodzakelijk achtten om materiële dingen als olijfolie en graan te kwantificeren en om land te meten met primitieve meetoperaties. Voor marxisten was de wiskunde dus een wetenschap van materiële relaties. Hoewel een aantal gebieden van de wiskunde in moderne tijden erg abstract mochten zijn geworden, had de discipline, volgens Kolman, haar contact met de externe wereld nooit verloren. Hij hield vol dat de wiskunde moet worden geïnterpreteerd vanuit het standpunt van het filosofisch materialisme.

Tegenover deze kijk, zo zei Kolman, stond de 'idealistisch, religieuze' zienswijze, die er vanuit ging dat wiskunde slechts gecreëerd wordt door mensen – dat het een product van hun geest is zonder noodzakelijk verband met de materiële wereld. In een artikel uit 1931 gebruikte Kolman zelfs technische argumenten aangaande Loezins benadering van het continuüm en zei dat Loezin 'alle punten met rationale coördinaten elimineert, wat nog minder te maken heeft met de realiteit dan absolute continuïteit'. Kolman berispte Loezin om zijn 'onvermogen om de eenheid van het continue en discrete te begrijpen'.²² In zijn aanklacht beschuldigde Kolman Loezin ervan te verkondigen dat getallen enkel 'bestaan als een functie van de geest van de wiskundige'.²³ Hier maakte Kolman gebruik van het debat van twintig jaar eerder en van Loezins semi-intuitionistische neigingen om laatstgenoemde op die manier van absoluut idealisme te

beschuldigen – de overtuiging dat iemand iets tot bestaan brengt door erover na te denken.

Kolman verklaarde deze tendensen binnen Loezins Moskouse School voor Wiskunde uiteraard als een weerspiegeling van de ‘verderfelijke invloed van bourgeoisie’ en het imperialisme. Hij breidde het ideologische gevecht ook uit naar buiten de Sovjet-Unie, bijvoorbeeld naar het Tweede Internationale Congres voor de Geschiedenis van de Wetenschap in Londen in 1931; daar gaf hij, in de aanwezigheid van Boecharin, een lezing waarin hij zijn beschuldigingen aan de West-Europese context aanpaste door Loezins ideologie en zijn bondgenoten in Frankrijk, in het bijzonder Lebesgue, aan te vallen. We weten nu dat Kolman door de Sovjet Communistische Partij was benoemd om dit congres bij te wonen om zo een ideologisch oogje in het zeil te houden op de andere Sovjet-deelnemers, vooral op Hessen en Boecharin die allebei onder verdenking stonden.²⁴ Bij het kritiseren van Lebesgue en Loezin gebruikte Kolman argumenten die Borel tegen transfinitie getallen had ontwikkeld. Op hetzelfde moment dat Loezin in Moskou te maken kreeg met doodsb bedreigingen, verspreidde een Franse communist, Paul Labérenne, Kolmans ideeën actief in communistische publicaties in Frankrijk.²⁵

Het filosofische vraagstuk dat achter deze partizanendiscussie schuilging, was natuurlijk van een authentiek karakter; het was er één die denkers sinds de tijd van Plato en Aristoteles het leven zuur gemaakt had. Als het om zulke discussiepunten ging, liet Kolman echter geen ruimte voor nuance of subtiliteit. Hij was een ware gelovige: wiskunde was voor hem een kwestie van ideologische overtuiging. Het geldt als een van de tragedies van de Sovjetgeschiedenis dat legitieme filosofische kwesties zoals de oeroude tegenstelling tussen filosofisch idealisme en realisme of materialisme van tijd tot tijd werden omgevormd tot dodelijke wapens in een strijd die soms resulteerde in de dood van de verdedigers van het idealisme. Kolman was in dit soort gevechten een militante marxistische leidsman.

Kolman uitte deze opvattingen in lezingen op het Filosofie Instituut voor Rode Professoren en op ideologische bijeenkomsten

van de Communistische Partij. Hij werd gesteund door andere militante marxistische filosofen, onder wie V. Molodski van het Instituut voor Filosofie van de Academie van Wetenschappen²⁶ – de man die als jonge student ontstemd was geweest over Egorovs weigering om met hem over de wiskunde te praten omdat hij een lid van de Communistische Jeugdbond was.

Deze beschuldigingen van filosofische en ideologische zonden, hoe ernstig ze ook waren, leverden hem op zichzelf genomen niet voldoende grond om de wereldberoemde Nikolaj Loezin, een van de meest vooraanstaande wiskundigen van de Sovjet-Unie, ten val te brengen. Er zouden persoonlijke en praktische factoren een rol moeten gaan spelen voordat de aanvallen van Kolman en zijn vrienden succesvol konden zijn. En deze andere factoren deden zich nu daadwerkelijk voor.

Lusitania, de informele organisatie van wiskundestudenten geconcentreerd rondom Loezin aan de Universiteit van Moskou, hield in de vroege jaren dertig op te bestaan. Loezin, die zich beperkte tot onderzoekverplichtingen, gaf, per slot van rekening, geen les meer op de universiteit. Belangrijker nog, Loezins voormalige studenten waren niet langer bereid om met hem om te gaan als hun gewaardeerde meester. Een aantal van hen was zelf wereldberoemd wiskundige geworden en enkelen van hen waren hun eigen scholen tot stand aan het brengen – zo ook Aleksandrov, die de moderne topologie vestigde op basis van een standpunt dat afweek van dat van de beschrijvende verzamelingenleer. Bovendien waren verscheidenen van hen jaloers op Loezin. Ze beschuldigden hem ervan sommige van hun ideeën en ontdekkingen over te nemen en ze te gebruiken als ware ze van hemzelf. (Wanneer een professor en zijn of haar studenten samen ideeën uitwerken is het vaak moeilijk, zo niet onmogelijk, om de eer op een gepaste manier toe te kennen.) Enkele van deze jongere wiskundigen namen ook aanstoot aan het feit dat Loezin nog steeds belangrijke wiskundige comités voorzat die de toekenning van titels en de promoties van wiskundigen aan verschillende instituten regelden. Als lid van de prestigieuze Academie van Wetenschappen kon Loezin

bijvoorbeeld de verkiezing blokkeren van jongere wiskundigen die deze top van de Sovjetwetenschap hoopten te beklimmen. Loezins verwijdering van deze invloedrijke posities zou voor jongere wiskundigen, onder wie een aantal van zijn voormalig studenten, heel wat deuren kunnen openen. Er was zich een strijd om de macht tussen de generaties aan het vormen. Uiteindelijk steunden enkele van de jongere wiskundigen de Sovjetorde en zelfs het marxisme meer dan Loezin dat deed. De situatie die zich aan het ontwikkelen was, was geen fraaie. Sommige beroemde Sovjetwiskundigen, wier namen binnen de wereld van de wiskunde nog steeds algemeen bekend zijn, zouden deelnemen aan een rituele veroordeling van hun voormalige leraar om hem als obstakel op het pad van hun professionele ontwikkeling uit de weg te ruimen.

De campagne tegen Loezin behelsde uiteenlopende elementen en mensen die verschillende doelen najaagden. Zoals we hebben gezien, was Kolman, de ware ideoloog, toegewijd aan de verdediging van marxistische interpretaties van de wiskunde en om die reden inherent gekant tegen de religieuze Loezin. Sommige van Loezins voormalige studenten die nu zelf professoren waren, vooral P.S. Aleksandrov, waren niet geïnteresseerd in marxistische filosofische analyses, maar waren gewoonweg jaloers op Loezin en wilden hem uit de weg ruimen. Voor militante jonge bachelorstudenten, die lid waren van de Komsomol, vormde het feit dat Loezin deel uitmaakte van het oude, prerevolutionaire, 'bourgeois' professoraat genoeg reden om zich tegen hem te verzetten. Tot besluit maakten Loezins nauwe banden met wiskundigen in West-Europa en het feit dat hij veelvuldig artikelen publiceerde in buitenlandse tijdschriften het, binnen de in toenemende mate patriottistische Sovjetatmosfeer van na het midden van de jaren dertig, voor nationalistische critici duidelijk dat zijn toewijding aan zijn vaderland twijfelachtig was.

Loezin wist van deze tegen hem geuite bedreigingen en hij probeerde zichzelf te verdedigen. In een poging om zijn loyaliteit aan de Sovjetorde aan te tonen, schreef hij artikelen in het onderzoeksveld van de toegepaste wiskunde die nuttig zouden

kunnen zijn voor industriële en militaire inspanningen van de Sovjet-Unie. Hij bezocht basis- en middelbare scholen en hielp om onder jonge leerlingen een belangstelling voor wiskunde te cultiveren; hij achtte deze kinderen als publiek veiliger dan studenten of net afgestudeerden die politiek gezien afgestemd waren op de Sovjetpropaganda. Hoewel hij niet langer les gaf aan de universiteit, nam hij evenwel deel aan promotiecommissies en toelatingscommissies. Hij spande zich tot het uiterste in om het nieuwe Sovjet-onderwijssysteem en de jonge leerlingen uit de arbeidersklasse en boerenfamilies die naar de universiteit gingen te prijzen.

Veel van deze studenten waren slecht voorbereid en konden de wiskunde die hun professoren onderwezen niet onder de knie krijgen. Maar Loezin wist dat wanneer hij hun prestaties zou kritiseren, hij kwetsbaarder zou zijn voor de beschuldiging dat hij qua maatschappelijke klassen een vooringenomenheid had en zelfs dat hij 'anti-Sovjet' was. Hij zou zijn principes op de universiteit niet veranderen door wiskundigen van minderwaardige kwaliteit promotie te geven, maar hij dacht dat zulke standaarden op basisschoolniveau niet van even groot belang waren en daarom zocht hij naar plekken waar hij Sovjetleerlingen kon prijzen zonder zijn vakgebied veel kwaad te doen, zelfs wanneer hij wist dat hun werk slecht was. Het was deze ongerechtvaardigde lof die zijn vijanden de kans op een aanval gaf waar ze naar op zoek waren.

De anti-Loezincampagne die zich binnen korte tijd ontwikkelde, was overduidelijk vooropgezet, niet door de politie of de Communistische Partij, maar door Loezins persoonlijke vijanden op een lager niveau. Meerdere post-Sovjetschrijvers uit Rusland die op deze gebeurtenissen hebben teruggeblikt, hebben zich van de woorden 'intrige' en 'samenzwering' bediend om de beweging tegen Loezin te omschrijven. Er werd een val opgezet voor Loezin en de belangrijkste organisator was zijn onverbeterlijke vijand Kolman.

Kolman wist dat Loezin in de omgeving van Moskou af en toe plaatselijke middelbare scholen bezocht om wiskundig onderwijs

te bevorderen en hij wees een verslaggever van de krant *Izvestija* erop dat er weleens 'een verhaal' zou kunnen zitten in Loezins bezoek aan een trigonometrieles aan School 16 in de omgeving van Dzerzjinski, bij Moskou. De verslaggever ging er naartoe en vroeg Loezin naderhand of hij 'zijn indrukken wilde delen' met de lezers van *Izvestija*. Nietsvermoedend stemde Loezin toe en hij schreef een kort stuk, dat op 27 juni 1936 in de krant verscheen, waarin hij de klas in uitbundige bewoordingen prees. Hij schreef dat hij verbaasd was over de kwaliteit van de klas en dat wanneer hij steeds moeilijker vragen stelde, de juiste antwoorden altijd werden gegeven. Hij voegde eraan toe dat hij 'niet in staat was om in de klas een zwakke leerling te vinden'.

Dit was de opening waar Kolman op gehoopt had. Door valse lof toe te dichten aan een trigonometrieklas die eigenlijk een aantal zwakke studenten bevatte, was Loezin nu kwetsbaar voor de beschuldiging van 'sloperij', een oerserieuze beschuldiging van sabotage tegen de Sovjetorde. Kolman geloofde dat hij valse lof voor wiskundeleerlingen op scholen gelijk kon stellen aan het doelbewust slopen van een industrieel productieproces door een waterpomptang in een turbine te gooien – iets waar Sovjetingenieurs eerder van beschuldigd waren. Kolman ging verder op Loezins bezoek aan de school met een hatelijk stuk in de Partijkraant *Pravda* getiteld 'Over Vijanden die Zich Achter een Sovjet Masker Schuilhouden', waarin hij Loezin ervan beschuldigde te proberen het Sovjetonderwijs te schaden door minderwaardig werk opzettelijk te prijzen. Loezin wist heel goed, zo schreef Kolman, hoe onwaar zijn gepubliceerde evaluatie van de klas was en dat hij er zelfs over 'grapte' met zijn beste vrienden. (Dit zou zomaar eens waar kunnen zijn, maar er bestaat geen manier om dit zeker te weten.) Toen maakte Kolman het soort aanklacht tegen Loezin die gewoonlijk eindigde in arrestatie en gevangenschap:²⁷

We weten hoe Loezin opgroeide. We weten dat hij een lid is van de schandelijk tsaristische 'Moskouze School voor Wiskunde' wiens filosofie er één is van rechtse reactie gebaseerd

op religieuze orthodoxie en autocratie. We weten dat zijn opvattingen zelfs nu niet ver van deze oorsprong afstaan; misschien zijn ze op een fascistische wijze ietwat 'gemoderniseerd'. [...] Loezin is een vijand gebleven die zich schuilhoudt achter een ondoordringbaar masker van sociale na-aperij dat hij over zijn gezicht heen heeft getrokken.

Je zult er niet mee weggkomen, Meneer Loezin! De Sovjetwetenschap zal je masker afrukken!

Kolman was een bondgenootschap aangegaan met L.Z. Mechlis, de redacteur van de Partijkrant *Pravda*, om Loezin te 'ontmaskeren' en ten val te brengen. Op 3 juli schreef Mechlis een brief aan het Centraal Comité van de Communistische Partij dat werd voorgezeten door Stalin zelf, vragend om een onderzoek naar de 'situatie op Sovjet wetenschappelijke instituties' waar de 'Loezin-affaire' een teken van was. Stalin, die Kolman kende en hem beschouwde als een zichzelf begunstigende indringer, was niet onmiddellijk geënthousiasmeerd. Toch stuurde hij een briefje naar zijn assistent Molotov (tot wiens taken het toezicht op de Academie van Wetenschap behoorde) met de volgende ietwat terloopse opmerking: 'Het lijkt erop dat we met dit onderzoek kunnen beginnen'.²⁸ Mechlis zette daarop via de pagina's van *Pravda* een campagne op poten die Loezin publiekelijk veroordeelde.

Op verschillende wetenschappelijke instituten – het Steklov Instituut voor Wiskunde, de Universiteit van Moskou, het Instituut voor Energie, de Universiteit van Leningrad, de Wit-Russische Academie van Wetenschappen en op andere plekken – werden bijeenkomsten gehouden die eindigden met het uitvaardigen van 'verklaringen' die Loezins trouweloosheid hekelden. In reactie op dit publieke protest stelde het presidium van de Sovjet Academie van Wetenschappen een speciale onderzoekscommissie in die werd voorgezeten door een van haar vicepresidenten, Gleb. M. Krzizjanovski en die veel van Loezins academische collega's bevatte (samen genomen elf). Onder de elf bevonden zich drie jongere wiskundigen – allemaal voormalige

studenten van Loezin – die bekendstonden als zijn rivalen en die hem niet goedgezind waren: P.S. Aleksandrov, L.G. Sjnirelman en A.Ia. Chintsjin. Twee anderen, O.Iu. Sjmids en S.L. Sobolov, waren actieve leden van, respectievelijk, de Communistische Partij en de Komsomol en van hen kon verwacht worden dat ze het eens waren met om het even welke lijn de Partij uiteindelijk zou steunen. De posities van de invloedrijkste bestuurders binnen de Academie van Wetenschappen – Krzizjanovski zelf, N.P. Gorboenov en A.E. Fersman – waren niet zo helder. In eerste instantie vertoonden ze ongemak over het uitspreken van beschuldigingen tegen Loezin die vrijwel zeker zijn gevangenneming en mogelijk zijn dood tot gevolg zouden hebben. Ze leken de voorkeur te geven aan een berisping die Loezin zou toestaan om zijn wetenschappelijk onderzoek voort te zetten. Slechts één lid van de commissie, de oudere wiskundige S.N. Bernstein, probeerde hem openlijk te verdedigen. Twee anderen, I.M. Vinogradov en A.N. Bakh, spraken zelden en sympathiseerden vermoedelijk in het geheim met de belaagde wiskundige.

De commissie ondernam een omvangrijke tiendaags verhoor van Loezin middels zittingen waaraan de meeste van de toonaangevende wiskundigen uit Moskou deelnamen – als leden, als getuigen of als onderdeel van het aanwezige publiek – waarvan de leden ook werden aangemoedigd om Loezin te bekritisieren. Er werd op al Loezins bondgenoten grote druk uitgeoefend om op de een of andere manier een bijdrage te leveren en om uit te halen naar hun collega en leraar. Een opvallende afwezige was Nina Bari, een van zijn voormalige promovendi, die tegen die tijd zelf een uitstekend wiskundige was – in 1926 ontving ze een Staatsprijs voor haar werk over trigonometrische functies. Er deden praatjes de ronde dat ze Loezins geliefde was en ze weigerde zonder meer om naar de bijeenkomsten te komen waar de man die ze bewonderde en aanbad met de grond gelijk werd gemaakt. In Loezins aanwezigheid verwees een van zijn onderzoekers spottend naar haar als ‘een persoon die jou is toegewijd en meer dan dat zal ik niet zeggen’. Vele jaren later, na Loezins dood en nadat ze de laatste hand had gelegd aan het uitbrengen



Nina Bari.

van zijn verzameld werk zou Nina Bari zelfmoord plegen door zichzelf, net als Anna Karenina, voor een trein te werpen – in Bari's geval voor de Moskouse metro.

Tijdens de eerste paar dagen van het commissiewerk probeerden enkele van Loezins collega's, in het bijzonder Bernstein, hem te verdedigen, maar het werd al snel duidelijk dat er geen echte verdediging was toegestaan. Met het verstrijken van de dagen werden de aanvallen steeds wreder; er waren collega's die hem een 'vijand van de Sovjetmogendheid' en een 'sloper' noemden – bewoordingen die in de context van de tijd neerkwamen op halsmisdaden.²⁹ Het was vernederend en tragisch dat voortreffelijke wiskundigen zoals Aleksandrov, Chintsjin, Sobolev, Kolmogorov, Ljoesternik en Pontrjagin – die diep van binnen wisten dat Loezin geen actieve tegenstander van de Sovjet-Unie was, hoezeer hij het ook oneens mocht zijn geweest met sommige

Sovjetbeleidsmaatregelen – het er allemaal over eens waren dat hun collega een verrader was. Een aantal van hen deed zelfs een beroep op de geheime politie, daarmee implicerend dat de zaak dermate ernstig was dat het weleens zo zou kunnen zijn dat deze straf opleggende autoriteiten iets tegen Loezin zouden moeten doen.³⁰ Ze lieten dit dodelijke politieke commentaar gepaard gaan met beschuldigingen die stelden dat hij, als wiskundige, de ideeën van studenten stal (dat wil zeggen, hun eigen ideeën). Verder beschuldigden ze hem ervan zijn beste artikelen ter publicatie naar het buitenland – naar Frankrijk en Duitsland – te sturen terwijl hij in de Sovjet-Unie slechts ‘minderwaardige artikelen over toegepaste wiskunde’ publiceerde. (Er zou enige waarheid kunnen schuilen in deze aanklacht, aangezien de meest prestigieuze wiskundige tijdschriften in de wereld zich in die tijd in West-Europa bevonden en meer gericht waren op pure wiskunde; onder ambitieuze wiskundigen behoorde het tot de normale gang van zaken om te proberen om daar te publiceren.) Gegeven de in toenemende mate nationalistische stemming in de Sovjet-Unie verwerd dit patroon van publiceren tot een punt van hevige kritiek. De meest agressieve aanvallen tegen Loezin werden gepleegd door Aleksandrov, zijn voormalige student, die hevig jaloers was op zijn leraar.

Gedurende het onderzoek werden vele malen de namen van Loezins Franse collega's – Borel, Lebesgue, Baire, Denjoy en anderen – genoemd, zowel omdat ze aan dezelfde onderwerpen binnen de wiskunde werkten als om de wat onheilspellender reden dat Loezins connecties met hen – zoals de aangedikte vriendschap met Borel en langdurige vriendschappen met Denjoy en Lebesgue – door sommige van zijn critici werden gebruikt om zijn loyaliteit aan de Sovjet-Unie in twijfel te trekken. Wat moet het vreemd op hem zijn overgekomen om in Moskou oog in oog met zijn critici te staan terwijl hij dacht aan zijn vroegere bezoeken aan Frankrijk, de diepzinnige gesprekken die hij daar dikwijls onder het genot van goed eten en wijn met vrienden had over het wiskundige probleem van het continuüm. Parijs leek op dat moment een andere wereld, maar één waar hij zich

nog steeds toe aangetrokken voelde. Hij bewonderde de Franse cultuur ten zeerste en had zich in een brief aan Otto Sjmids eens afgevraagd: 'Wat biedt Parijs je? Het biedt je letterlijk alles.'³¹ Vooral gedenkwaardig voor Loezin waren de ontroerende en romantische tijden in Frankrijk met de hem bewonderende studente Nina Bari, die ook een Rockefellerbeurs ontving en die tegelijkertijd met Loezin tijd door had gebracht in Parijs. Ook waren er de bezoeken van Loezin en zijn vrouw aan een lieflijk landhuis op het eiland Oléron in Bretagne, waar de Denjoys hen in de zomer ontvingen. Toen Loezin tegenover zijn ondervragers stond, wist hij dat Nina in Moskou op de universiteit was en hij wist waarom ze niet naar de bijeenkomsten van de commissie kwam. Zowel zij als Loezin realiseerde zich uiteraard dat zijn leven, deels vanwege zijn connecties met Frankrijk, in gevaar was. Als onderdeel van zijn beschuldiging had Kolman het feit genoemd dat Loezin te gast was geweest in het huis van de wiskundige Émile Borel toen Borel in de Franse regering de minister van Marine was. (De beschuldiging werd uitgebracht in 1931, maar in 1936, op het moment van Loezins vuurproef ten overstaan van zijn collega's, werkte Borel nog steeds bij de Franse marine.) Enkele van Loezins critici zagen zijn banden met een 'buitenlandse militarist' als bewijs voor zijn disloyaliteit.

Waarschijnlijk vreesde Loezin dat het nieuws over zijn moeilijkheden in Moskou zijn Franse vrienden zou bereiken en hen ertoe zou brengen om te proberen om hem te helpen, maar dat dat de verdenkingen van zijn critici alleen maar zou versterken. Zijn Franse collega's kwamen inderdaad snel te weten van Loezins problemen, maar ze waren zich ervan bewust dat een luidruchtig en publiek protest in Frankrijk in de vorm van gedrukte petitities van wiskundigen Loezins zaak kwaad zou doen. Daarom kozen ze ervoor om wat meer omfloerst te handelen. Ze dienden bij de Sovjetambassadeur in Frankrijk, V.P. Potemkin, een vertrouwelijke brief waarin steun voor Loezin werd uitgesproken. De brief werd op 13 augustus door Borel en Paul Langevin bij de Sovjetambassade in Parijs afgeleverd.³² Enkele linkse wiskundigen ondertekende de brief niet. Een van



De Loezins samen met de familie Denjoy op het eiland Oléron, Bretagne, ca. 1930. (Van links naar rechts): Nadezjda Loezin, Nikolaj Loezin, Fabrice Denjoy, Arnaud Denjoy en een vriend van de familie, Madame de Ferrières, samen met haar zoon. De twee jongens leven nog.

hen was Jacques Hadamard, die via zijn dochter nauw verbonden was met de Franse Communistische Partij en zich klaarblijkelijk weigerde uit te spreken tegen de Sovjet-Unie. (Langevin, die de brief wel ondertekende, zou later lid worden van de Franse Communistische Partij, maar enkele jaren na dit voorval.) Ook André Weil, die Aleksandrov uit Göttingen kende alwaar hij hem in de zomer van 1927 had ontmoet, weigerde de brief op wat hij strikt wiskundige gronden noemde te ondertekenen. Weil was, zoals in andere omstandigheden, naïef over politieke zaken en slaagde er niet in om begrip op te brengen voor de menselijke situatie achter het conflict tussen twee wiskundige scholen. Uiteindelijk had de Franse brief aan de Sovjetambassadeur weinig effect, omdat de Loezinaffaire tegen de tijd dat de brief werd ontvangen, ten einde was gekomen.

Tegen de vierde of vijfde dag van het onderzoek was het iedereen duidelijk dat Loezin voorbestemd was voor arrestatie en gevangenschap, en mogelijk voor executie. Maar achter de schermen was er iets verrassends aan de hand dat vijftig jaar lang

onopgehelderd zou blijven. Op 6 juli schreef de bekende fysicus en latere Nobelprijswinnaar Pjotr Kapitsa een vertrouwelijke brief aan Molotov, die deze daarna aan Stalin overhandigde, waarin hij er zich sterk voor maakte om Loezin niks aan te doen. Kapitsa zei dat hij geen idee had of de beschuldigingen tegen Loezin waar waren of niet, maar dat Loezin als wiskundige dermate waardevol was voor de Sovjet-Unie dat zijn capaciteiten ten behoeve van het welvaren van het land aangewend moesten worden. Vervolgens merkte hij het volgende op: '[Isaac] Newton, die ons de gravitatiewet schonk, was een religieus waanzinnige. [...] [Girolamo] Cardano, die ons belangrijke mechanische en wiskundige ontdekkingen schonk, was een dronkenlap en een verleider. [...] Wat zou u met hen hebben gedaan wanneer zij in de Sovjet-Unie hadden geleefd?'³³ Kapitsa, die daarmee zijn eigen vraag beantwoordde, drong er bij de leiders van de Sovjet-Unie op aan om zulke figuren in een speciale beschermde positie te plaatsen waarin ze geen kwaad konden doen, maar waarin ze wel bij konden dragen aan de kracht van de Sovjets.

Kapitsa wist waar hij het over had. In 1934 was hij gekidnapt geweest door Stalin en gedwongen om in de Sovjet-Unie te werken in plaats van in Groot-Brittannië, waar hij toentertijd leefde en waar hij van plan was voorgoed te blijven. Gedurende de daaropvolgende jaren in Moskou en de dertig jaar daarna stuurde Kapitsa regelmatig brieven aan de leiders van de Sovjet-Unie met advies dat – verbazingwekkend genoeg – vaak werd opgevolgd. Alles bij elkaar genomen schreef hij 45 brieven aan Stalin, 71 aan Molotov, 63 aan Malenkov en 26 aan Chroesjtsjov. Toen de geheime politie zijn collega's Vladimir Fock en Leo Landau, beide eminente fysici, arresteerden, stuurde Kapitsa brieven aan Stalin waarin hij ze verdedigde. Nu deed hij hetzelfde voor Loezin. Alle drie de mannen zouden ontkomen aan de lange opsluiting in de gevangenis waar ze voor voorbestemd leken.

Er is geen geval bekend van een andere Sovjetintellectueel die in staat was om zo vrijelijk te spreken tegen de leiders van de Sovjet-Unie en ermee weg te komen. Iets aan Kapitsa intrigeerde deze leiders. Waarschijnlijk zagen ze in dat Kapitsa een

waarheidsspreker was die uiteindelijk ongevaarlijk was voor het Sovjetregime, omdat hij zijn verzoeken vertrouwelijk hield. Hij zette geen verzet op poten en vroeg anderen niet om aan zijn campagnes mee te doen. Kapitsa onthulde zijn correspondentie met Sovjetleiders niet aan anderen – zelfs zijn secretaris wist niet van zijn brieven af – en deze correspondentie werd pas na Kapitsa's dood in 1986 publiekelijk bekend. Op een gegeven moment dreigde Lavrenti Beria, die tussen 1938 en 1953 het hoofd was van de geheime politie, hem te arresteren. Stalin stuurde hem toen een briefje dat te kennen gaf: 'Ik draag persoonlijk zorg voor hem. Laat hem met rust.'

Op het moment dat Kapitsa zijn verzoeken bij de Sovjetleiders indiende, had het hoofd van de onderzoekscommissie, Gleb Krzizjanovski, ook zijn twijfels over de onheilspellende richting die de commissie opging. Hij leek in verlegenheid te zijn gebracht door, en was wellicht zelfs geschokt over, de bochten waarin Loezins collega's zich wrongen om van hem af te komen, zodat hun eigen carrières zich verder zouden ontwikkelen. De oude revolutionair Krzizjanovski, die persoonlijke banden met Stalin, besloot zelf met de hoogste leider over de Loezinaffaire te praten.

Krzizjanovski en Stalin hadden vermoedelijk op 11 of 12 juli 1936 een gesprek over de kwestie. Er is van dit gesprek geen verslag gevonden, maar het is duidelijk dat de twee mannen besloten dat Loezins collega's bezig waren met een buitensporige campagne tegen hem. Stalin was aanvankelijk niet enthousiast geweest over het onderzoek naar Loezin, omdat hij zijn eigen bedenkingen over Kolman had. Misschien was het het best, zo dachten Stalin en Krzizjanovski, om te doen wat Kapitsa had aangeraden – om Loezin zwaar te berispen en hem in omstandigheden te plaatsen waarin hij geen kwaad kon doen, maar om hem toe staan om zijn werk voor te zetten.

Op 13 juli keerde Krzizjanovski terug naar de commissie en kondigde aan dat er een paar veranderingen moesten worden doorgevoerd. 'Ons is geadviseerd', aldus Krzizjanovski, dat de beschuldiging dat Loezin een vijand van de staat was en de Sovjet-Unie met opzet schade probeerde te berokkenen zou



Pjotr Kapitsa.

moeten worden ingetrokken. (Het spreekt voor zich dat dit de meest dodelijke beschuldiging was; iedereen wist wat 'ons is geadviseerd' betekende.) Krzizjanovski zei dat Loezin in plaats daarvan zou moeten worden omschreven als een wetenschapper die zich inliet met een 'Sovjetwetenschapper onwaardige' bezigheid; hij zou moeten worden gewaarschuwd om op zijn tellen te passen en hij zou uit zijn posities met bestuurlijke invloed moeten worden verwijderd. Stalin en Krzizjanovski deden dus een concessie aan Loezins collega's die hem omwille van hun carrières uit de weg wilden ruimen, maar tegelijkertijd volgden ze Kapitsa's advies op dat zelfs 'religieus waanzinnigen' een kans zouden moeten krijgen om bij te dragen aan de kracht van de Sovjet-Unie als het gaat om de wetenschap.

Dit was een verrassende ontwikkeling, die op geen enkele manier te rijmen viel met sommige van de andere dingen die Stalin toen deed en in de toekomst zou doen. Alles wel beschouwd zouden er vele wetenschappers en generaals die belangrijk waren

voor de oorlogsparaatheid van de Sovjet-Unie sneuvelen in de bloederige zuiveringen, die toen pas net op gang aan het komen waren (bijvoorbeeld de uitstekende militair theoreticus Michail Toechatsjevski werd minder dan een jaar later geëxecuteerd). Maar Stalin leek, op advies van Kapitsa en Krzizjanovski, van mening te zijn dat deze grootse aanval ‘van onderaf’ op Loezin niet tot zijn logische conclusie zou mogen komen. Het is mogelijk dat Stalin wilde laten zien dat hij degene was die de controle had over de zuiveringen en niet diegenen die de beschuldigingen uiten, of misschien geloofde hij echt dat Loezin bij kon dragen aan de oorlogsparaatheid van de Sovjet-Unie nu het Nazi-Duitsland het hoofd moest bieden. (Er is echter weinig bewijs dat Loezins werk wat voor belangrijke uitkomsten dan ook had voor defensie.) Enkele academici hebben gespeculeerd dat Stalin de vermeende (en belachelijke) connectie van Loezin met het fascisme en Hitler niet ter sprake wilde brengen omdat Stalin al de mogelijkheid van een verdrag met Hitler aan het overdenken was – zoals drie jaar later in de vorm van het ‘Hitler-Stalin Pact’ⁱⁱⁱ ook daadwerkelijk gebeurde. Maar dit zijn speculaties. We zullen nooit weten wat er in Stalins hoofd omging. Alles wat we wel weten is dat Loezin behoed werd voor gevangenschap en voor de dood. Loezin beloofde zijn fouten recht te zetten en na 1936 zag hij zo goed als volledig af van buitenlandse publicaties.

Loezin vergaf zijn voormalige student Pavel Aleksandrov nooit wat hij hem in 1936 aan had gedaan. Hoewel Aleksandrov een zeer gerenommeerd wetenschapper was, werd hij pas in 1953 – meer dan twee jaar na Loezins dood – lid van de Sovjet Academie van Wetenschappen. Indirect bewijs duidt erop dat Loezin, zolang hij in leven was, het lidmaatschap van de Academie van zijn aartsvijand stiekem tegenhield. Dit lidmaatschap gold als wellicht de hoogste eer binnen de Sovjetwetenschap.

iii Dit is een ander woord voor het Molotov-Ribbentropact – het niet-aanvalsverdrag tussen Duitsland en de Sovjet-Unie – dat in augustus 1939 werd ondertekend en waarmee de vijanden nazi-Duitsland en de Sovjet-Unie beide de dreiging van een oorlog op twee fronten voorkwamen, zodra zij Polen zouden binnenvallen.

Amsterdam University Press

8. Lusitania en erna

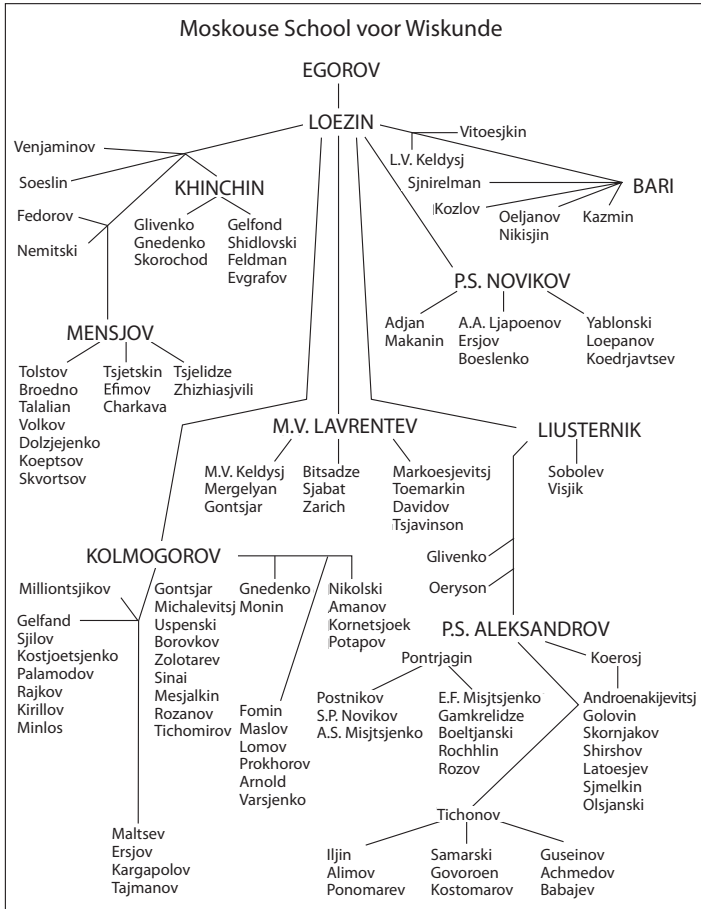
‘Ik heb lang op je gewacht; ik wist gewoonweg
niet wat je naam zou zijn.’

– *Nikolaj Loezins reactie op de vijftienjarige Leo Sjnirelman toen de
onbekende jongeman wat van zijn wiskundige werk liet zien*

Gedurende vele jaren konden bezoekers van het Departement Wiskunde van de Universiteit van Moskou aan een van de prikborden een genealogische kaart van de Moskouse School voor Wiskunde zien hangen die meer dan honderd van haar leden toonde. Bovenaan op deze kaart stond Nikolaj Loezin, die vaak wordt beschouwd als de vader van de Moskouse School voor Wiskunde. Tijdens de Sovjetjaren kwam Egorovs naam vanwege zijn arrestatie, opsluiting en daaropvolgende dood niet op de kaart voor. Zelfs nadat de Sovjet-Unie uit elkaar viel, werd Egorov, wellicht uit gewoonte, niet de erkenning gegeven waar hij recht op had.

De kaart toonde niet alleen de namen van veel van de wiskundigen van deze beroemde school, maar ook enkele van haar vertakkingen die voortkwamen uit het feit dat een aantal van Egorovs en Loezins voormalige studenten binnen korte tijd hun eigen studenten hadden die invloedrijk werden in de wiskundige wereld. In onze reproductie van deze kaart hebben we de naam van Egorov toegevoegd.¹ Hij was immers Loezins leraar en hij verdient een plek helemaal bovenaan. Sommige figuren op de departementale kaart die als studenten van Loezin worden vermeld, kunnen met evenveel gemak worden beschreven als studenten van Egorov. Aangezien zowel Loezin als Egorov actief waren binnen de befaamde Lusitaniagroep hebben redelijk wat studenten hun afstammingslijn te danken aan beide professoren.

Onder de individuen op deze kaart bevinden zich enkele van de beroemdste wetenschappers uit de Sovjet-Unie: een voor-
aanstaand theoreticus van het Sovjetruimtevaartprogramma



Genealogische kaart van Lusitania.

en president van de Sovjet Academie van Wetenschappen (M.V. Keldysj); de oprichter van de Siberische tak van de Academie van Wetenschappen (M.V. Lavrentev); een briljant analist en toegepast wiskundige, die een leidsman van het atoomprogramma was – S.L. Sobolev, die in werkelijkheid pas in 1934 vanuit Leningrad naar Moskou verhuisde; en vele andere prominente wetenschappers en bestuurders. Tot degenen wier namen in de

geschiedenis van de wiskunde zelf het bekendst zijn, behoren Andrej Kolmogorov – vaak omschreven als een van de drie of vier beroemdste wiskundigen van de twintigste eeuw – P.S. Aleksandrov, P.S. Novikov, L.S. Pontrjagin, I.M. Gelfand en V.I. Arnold. Een van de mannen op deze kaart, Ia.K. Sinai, een voormalige student van Kolmogorov, nu verbonden aan Princeton University, heeft recentelijk de redactie gevoerd van twee boeken die belangrijke delen van het verhaal van de Moskouse School voor Wiskunde vertellen.²

Wat deze kaart natuurlijk niet laat zien, is de menselijke kant van deze personen – hun persoonlijkheden, relaties of individuele lot. Maar zij waren mensen zoals alle andere; met passies, sterktes en zwaktes. Er staan zowel vrouwen als mannen op de kaart; tot de eerstgenoemden behoren Nina Bari en Ljoedmila Keldysj. Net zoals Loezin, Bari en andere leden van Lusitania werkte Keldysj met Sierpinski samen in Warschau, waar hij in 1919 naar terugkeerde. Zij voegde een fascinerend nieuw hoofdstuk toe aan de geschiedenis van de beschrijvende verzamelingenleer. Haar activiteiten binnen het onderzoeksveld, die zij gedeeltelijk in samenwerking met haar man, P.S. Novikov, ondernam en die ook zijn opgenomen in de genealogische boom van Moskouse wiskundigen, duurden voort tot de Tweede Wereldoorlog.

Enkele van de wiskundigen op de kaart, zoals Novikov en Keldysj, trouwden met elkaar; sommigen van hen hadden (heteroseksuele of homoseksuele) liefdesaffaires en overspelige relaties met elkaar; sommigen waren gelovigen en sommigen atheïsten; sommigen waren communisten en sommigen waren diep gekant tegen het communisme; sommigen van hen waren tolerante en schitterende mensen, maar sommigen waren antisemieten en dogmatici. We hebben gezien hoe baantjesjagerij soms vriendschappen verwoestte onder de voormalig Lusitanianen. Enkele van hen stierven een natuurlijke dood, terwijl sommigen gewelddadig aan hun eind kwamen; sommigen van hen pleegden zelfmoord; sommigen stierven zeer jong; sommigen leefden tot hoge leeftijd; en sommigen zijn tegenwoordig nog in leven. Nog wat anderen waren christen; sommigen ware joods;



Ljoedmila Keldysj.

sommigen hadden moslimachtergronden; en enkelen hadden boeddhisten onder hun voorouders. Bij elkaar opgeteld was het een heterogene groep – in religieuze, etnische en persoonlijke zin.

De kaart bevat een aantal individuen die de ‘vaders’ of ‘moeders’ van hun eigen wiskundige scholen waren en wier studenten later belangrijke resultaten behaalden. De oorspronkelijke scholen ontwikkelden zich dus in verschillende richtingen: topologie, groepentheorie en algebra, functionaalanalyse, enzovoorts. Tot de leiders van deze vertakkingen behoorden (naast Egorov en Loezin) Chintsjin, Bari, Novikov, Mensjov, Lavrentev, Ljoesternik, Kolmogorov, Aleksandrov, Pontrjagin, Koerosj en Tichonov. Er zouden andere vertakkingen toegevoegd kunnen worden, met name voor prestaties uit recente jaren. Maar de kaart zou dan studenten in andere landen zou bevatten zoals Israël, de Verenigde Staten, Frankrijk en Duitsland.

Uiteraard kunnen we niet alle wiskundigen op deze kaart bespreken; zelfs het beschrijven van de levens en behaalde resultaten van de voornaamste figuren zou om een afzonderlijk boek vragen en zou ongeveer neerkomen op een geschiedenis van de recente Russische wiskunde. In dit hoofdstuk zullen we de verhalen vertellen van enkele van de vroege leden van Lusitania wier levens bij uitstek nauw samenhangen met het politieke en sociale milieu van hun tijd.

Enkele uitmuntende wiskundigen die op de kaart zijn opgenomen, overleden zeer jong; als ze in leven waren gebleven, waren ze leiders van het onderzoeksveld geworden. Hier valt te denken aan Oeryson, die op zesentwintigjarige leeftijd stierf in een tragisch ongeval terwijl hij met Aleksandrov aan het zwemmen was; aan Soeslin, die op vijftwintigjarige leeftijd stierf aan tyfus; en aan Sjnirelman, die op tweeëndertigjarige leeftijd zelfmoord pleegde. Zij waren alle drie briljante wiskundigen.

We zullen eerst een blik werpen op het getalenteerde en tragische leven van Leo Genrichovitsj Sjnirelman (of Schnirelman), die in 1905 werd geboren in Homel, waar zijn vader leraar Russisch was. Hij blonk uit op school en al op twaalfjarige leeftijd toonde hij aan over een buitengewoon wiskundig vermogen te beschikken door gevorderde teksten te bestuderen. Hoewel er ongeloofwaardige kanten aan het verhaal zouden kunnen zitten, zou hij in 1920 op vijftienjarige leeftijd naar Moskou zijn gegaan om op de Universiteit van Moskou proberen te komen om wiskunde te gaan studeren. De minimumleeftijd voor toelating tot de universiteit was zestien jaar. Op de een of andere manier lukte het Sjnirelman om een afspraak met Loezin te regelen aan wie hij een notitieboekje liet zien waarin hij zijn pogingen om moeilijke problemen op te lossen had opgeschreven. Volgens het verhaal onderzocht Loezin het notitieboekje, keek hij op naar de tiener die voor hem stond en zei: 'Ik heb lang op je gewacht, ik wist gewoonweg niet wat je naam zou zijn'. Ook vertelde Loezin Sjnirelman dat hij onlangs een droom had gehad waarin een jongeman naar hem toe kwam die in staat was de Continuüm-hypothese te bevestigen. Loezin ging naar de autoriteiten van de

universiteit en verkreeg voor Sjnirelman toestemming om zich in te schrijven. Zo werd hij lid van Lusitania.

Sjnirelman rondde zijn studie in tweeënhalft jaar af en startte meteen een mastersopleiding wiskunde met Loezin als begeleider. Na het voltooien van zijn afstudeerwerk bracht hij een jaar in Novotsjerkassk door als jonge professor in de wiskunde en keerde daarna, in 1930, terug naar Moskou, waar hij de rest van zijn leven doorbracht.

In slechts een paar jaar leverde Sjnirelman belangrijke bijdragen aan de topologie en getaltheorie. Samen met een andere Lusitaniaan, Lazar Ljoesternik, werkte hij aan wat tegenwoordig de 'Ljoesternik-Sjnirelman Categorie' wordt genoemd: een belangrijke nieuwe invariant gedefinieerd voor alle topologische ruimten.¹ Hij maakte ook de eerste doorbraak met betrekking tot het Vermoeden van Goldbach, dat stelde dat ieder even getal de som van twee priemgetallen is.³ Sjnirelman vestigde het eerste resultaat in deze richting door te bewijzen dat ieder natuurlijk getal groter dan 1 geschreven kan worden als de som van niet meer dan 300.000 priemgetallen. Als teken van waardering voor deze resultaten werd Sjnirelman in 1933 op de opmerkelijk jonge leeftijd van achtentwintig verkozen tot corresponderend lid van de Academie van Wetenschappen.

Op 24 september 1938 pleegde de toen tweeëndertigjarige Sjnirelman in zijn Moskouse appartement zelfmoord door alle deuren naar de keuken dicht te doen en het gas van het fornuis aan te zetten. De omstandigheden zijn nog steeds niet helemaal duidelijk, maar het schijnt dat Sjnirelman kort voor zijn dood was gearresteerd door de geheime politie en aan een verhoor onderworpen. Gedurende het onderzoek werd hem een valse bekentenis – een aanklacht tegen een aantal van zijn vrienden – voorgelegd en werd hij gedwongen om deze te

i In de topologie is een (topologische) invariant een ander woord voor een (topologische) eigenschap van een bepaalde topologische ruimte die behouden blijft onder zogenaamde 'homeomorfismen', d.w.z. het continue strekken, buigen, plooiën etc. van zo'n ruimte tot een nieuwe vorm.



Leo Sjnirelman.

tekenen. Ongetwijfeld vormde marteling een onderdeel van de procedure, hoewel we niet beschikken over bewijs hiervoor. In ieder geval tekende Sjnirelman en werd hij vrijgelaten. Na naar zijn appartement te zijn teruggekeerd viel hij, begrijpelijkerwijs, in een diepe depressie. Hij vertelde zijn goede vriend en wiskundige bondgenoot Lazar Ljoesternik dat hij 'onder druk iets heel slechts' had gedaan. Ljoesternik kon wel raden wat er was gebeurd. In die tijd eiste de geheime politie vaak dergelijke getekende aanklachten. Later toonde ze deze documenten in verdere ondervragingen dan aan andere politieke gevangenen, ermee 'bewijzend' dat vrienden en collega's van een bepaald persoon hen van afschuwelijke misdaden hadden beschuldigd.

Wat zei Sjnirelman in zijn aanklachten? Bekritiseerde hij zijn leraar Loezin? Beschuldigde hij zijn collega's, die tot de meest briljante wiskundigen in de Sovjetgeschiedenis behoorden? Misschien zullen de nog altijd geheime archieven op een dag de antwoorden op deze vragen onthullen.

Toen Lusitania (vóór de Russische Revolutie) gevormd werd, was de morele stemming in Rusland redelijk verdraagzaam en in sommige kringen bleef dit tot enkele jaren na de Revolutie het geval. Hoewel homoseksualiteit in tsaristisch Rusland verboden was – in de Sovjet-Unie zou dit op een nog rigoureuzere manier het geval zijn – was tolerantie jegens homoseksualiteit gedurende de laatste jaren van het tsaristische rijk gangbaar in grote steden. Europese en vooral Duitse homoseksuele bewegingen vonden in de laatste twee decennia van het tsarisme weerklank in Rusland. De homoseksualiteit van de componist Tsjajkovski was toen in heel Rusland bekend en een aantal Russische musici, dichters, schrijvers en wiskundigen kwamen, soms openlijk, uit voor deze geaardheid. In het algemeen was de periode vóór en meteen na de Russische Revolutie van 1917 een tijd van seksuele verdraagzaamheid. Een vooraanstaande vriend van Pavel Florenski, Vasili Rozanov (1856-1919), propageerde een beeld van ‘goddelijke seksualiteit’. Twee van de voornaamste symbolistische schrijvers, Dmitri Merezjovski (1865-1941) en Zinajda Hippus (1869-1945), leefden in een *ménage à trois* die zij beschouwden als een soort ‘embryo-kerk’.

Florenski, die intieme banden onderhield met Loezin en Egorov, rekende een verering van tweevoudige vriendschappen – die meestal neerkwamen op homoseksuele verbintenissen – tot zijn onconventionele opvattingen. Richard Gustafson schreef in zijn introductie bij de Engelse vertaling van Florenski's *De Pijler en Grond van de Waarheid* (in 1914 voor het eerst in Moskou gepubliceerd rond dezelfde tijd dat Lusitania gevormd werd) dat het boek, voor zover hij wist, ‘de eerste christelijke theologie was die homoseksuele relaties een centrale plek gaf’. Zulke opvattingen vormden, naast Florenski's Naamaanbiddingspraktijken, nog een verklaring voor het feit dat zijn leerstellingen door de gevestigde orde van de Russische-orthodoxe Kerk niet geaccepteerd konden worden. En dit alles speelt vandaag de dag nog. Een recente blik op de Nationale Russische Website voor Homoseksuelen, Lesbiennes, Biseksuelen en Transseksuelen geeft te kennen dat Florenski als een grondlegger wordt beschouwd.⁴

Vanaf haar eerste dagen werd Lusitania in verband gebracht met enkele religieuze, ideologische en seksuele opvattingen die later, toen de Sovjet-Unie meer en meer repressief en in morele zin conservatief werd, in letterlijke zin tijdbommen werden. We hebben gezien dat er belangrijke religieuze elementen tot haar oorsprong behoren. Lusitania werd opgericht door vertegenwoordigers van de oude prerevolutionaire intelligentsia die onsympathiek – en zelfs vijandig – stonden tegenover de Sovjetorde. En onder haar vroege leden bevonden zich homoseksuelen die te maken kregen met gerechtelijke onderdrukking en tuchtiging. In het licht van zowel deze toekomstige gebeurtenissen als leden die zich tegen elkaar keerden, is het niet verrassend dat Lusitania uiteindelijk uiteen zou vallen. Ook is het weinig verrassend dat militante Sovjetrevolutionairen Lusitania en alles waar het voor stond, uiteindelijk zouden aanvallen.

Twee van de vroege mannelijke leden van Lusitania, P.S. Aleksandrov en A.N. Kolmogorov, hadden later een homoseksuele relatie en een derde, P.S. Oeryson, was zo goed als zeker ook homoseksueel. Alle drie deze mannen waren uiterst getalenteerde wiskundigen wier namen lang zullen blijven voorkomen in de geschiedenis van de wiskunde. Aleksandrov en Kolmogorov werden wiskundigen van wereldklasse en beiden richtte een eigen wiskundige school op. Hetzelfde zou ongetwijfeld hebben gegolden voor Oeryson als hij niet op zesentwintigjarige leeftijd was overleden. Kolmogorov behoorde samen met David Hilbert en Henri Poincaré tot de top drie van belangrijkste wiskundigen van de twintigste eeuw. Aleksandrov was samen met Fréchet, Hausdorff en anderen de oprichter van de moderne topologie.

In zijn jonge jaren leek Aleksandrov niet zeker te zijn over zijn seksuele voorkeur, of misschien was hij biseksueel. Zoals blijkt uit zijn 'Pages from an Autobiography' zijn Aleksandrov's herinneringen aan zijn persoonlijke relaties in zijn schrijven en correspondentie weliswaar niet expliciet, maar toch verrassend open.⁵

Pavel Sergejevitsj Aleksandrov werd geboren in Bogorodsk, maar groeide op in Smolensk, een stad op ongeveer 400 kilometer

ten westen van Moskou. Zijn vader, een bekend chirurg, was afkomstig uit een rijke handelsfamilie en zijn beide ouders waren goed opgeleid. Pavel groeide op in een bevoorrechte omgeving; als kind leerde hij Frans en Duits. Van jongs af aan had hij belangstellingen die zijn hele leven zouden blijven bestaan; muziek, het theater, zwemmen en wiskunde. Zijn broers waren begaafde musici en zijn huis was gevuld met muziek; vaak las of deed Aleksandrov zijn huiswerk terwijl zijn broers piano of viool speelden. Later woonde hij geregeld concerten en theatervoorstellingen bij, soms zelfs iedere avond. Zwemmen groeide uit tot een van zijn andere passies. In zijn memoires benadrukte hij wat een belangrijk moment zijn eerste duik, op vijfjarige leeftijd, in de rivier de Dnjepr was geweest. Als volwassene zou hij in de lente, zomer en herfst nagenoeg elke dag zwemmen, vaak samen met een van zijn wiskundevrienden en vaak naakt. De zwempartijen vonden bijna altijd plaats in rivieren en meren en niet in saaie zwembaden.

In Smolensk ging Aleksandrov naar een klassiek gymnasium, waar hij de wiskunde leerde kennen, een onderwerp dat hem fascineerde. Zijn eerste leraar was Aleksandr Eiges, die belangrijk voor hem bleef tot aan Eiges' dood in 1944. Jaren na die eerste ontmoeting geloofde Aleksandrov op een gegeven moment dat hij verliefd was op Eiges' zus. Hij trouwde zelfs met haar, maar die onderneming bleek, naar eigen zeggen, 'een ramp'.

In Aleksandrovs beschrijving van Eiges' wiskundelessen komen eigenschappen naar voren die later ook in zijn eigen wiskundige creativiteit kenmerkten:

Meetkunde interesseerde me nog meer dan vergelijkingen, omdat er in de meetkunde axioma's en stellingen en bewijzen bestonden en niet alleen maar problemen.

Toen we bij de theorie van parallelle lijnen aankwamen, begon Eiges ons met een verbazingwekkende pedagogische tact en kunde te vertellen over Lobatsjevski's [niet-Euclidische] meetkunde. De uiteenzetting van het vraagstuk zelf schokte me. Nooit eerder had iets mijn belangstelling en enthousiasme in

die mate opgewekt. Meetkunde werd een betoverd koninkrijk en ik droomde over niets anders.

In latere jaren zou Aleksandrov samen met zijn innige vrienden Pavel Oeryson en later ook Andrej Kolmogorov belangrijke delen van de moderne topologie uitwerken.

Aleksandrov behaalde in 1931 zijn diploma aan het gymnasium in Smolensk en meteen daarna ging hij naar de Universiteit van Moskou. Hij was dus bij het ontstaan van Lusitania aanwezig. Zijn beschrijving van Loezin, zijn professor, is opvallend:

Loezin in die jaren zien betekende het gewaarworden van een vertoning van wat een bezielde band met de wetenschap genoemd wordt. Ik leerde niet slechts wiskunde van hem; ik kreeg ook les in wat het betekent om een waarachtig geleerde te zijn en wat een universiteitsprofessor kan en zou moeten zijn. Ook zag ik toen in dat het najagen van wetenschap en het opleiden van jonge mensen twee aspecten van een en dezelfde activiteit zijn – die van een geleerde.

De relatie tussen de twee mannen eindigde echter niet goed. Zoals we in het vorige hoofdstuk zagen deed Aleksandrov op latere leeftijd kwaadaardig tegen Loezin. Hij bracht het leven van zijn leraar zelfs in gevaar door hem samen met zijn collega's in een publieke rechtszaak die in de gaten werd gehouden door de geheime politie uit te maken voor een verrader van de Sovjet-Unie.

In 1915, toen hij achttien jaar oud was, behaalde Aleksandrov zijn eerste belangrijke wiskundige resultaat onder Loezins vleugels. Hij bewees dat iedere overaftelbare Borelverzameling een perfecte deelverzameling bevat, daarmee de Continuümhypothese bevestigend voor Borelverzamelingen.⁶ Loezin was diep onder de indruk van Aleksandrovs prestatie en hij realiseerde zich dat deze tiener in zijn klas een grote wiskundige gave bezat. Daarop legde Loezin Aleksandrov een binnen de verzamelingenleer onopgelost probleem voor dat de laatstgenoemde niet wist op

te lossen. Aleksandrov was zo teleurgesteld over deze mislukking – hij noemde zijn verrichtingen ‘een enorme catastrofe’ – dat hij een tijd lang ongeschikt dacht te zijn voor de wiskunde en dat hij het vakgebied zou moeten verlaten. Hij ging weg uit Moskou en trok naar de muzikale en theatrale werelden van Tsjernihiv (Tsjernigov), een stad in het noorden van Oekraïne. Hij werd theaterproducent en ging vooral om met musici, dichters en kunstenaars. Een van Aleksandrovs grootste producties was Ibsens *Geesten*.

In die tijd vond er in Rusland een burgeroorlog plaats tussen de Witte en Rode legers. Tsjernihiv werd korte tijd bezet door het Witte leger van generaal Denikin, waarna Aleksandrov werd gearresteerd en beschuldigd van het ‘actief en vurig collaboreren met de bolsjewieken en, dus, van het ondersteunen van de Sovjetmogendheid en het bijdragen aan haar populariteit’. De details van deze arrestatie zijn vaag. We hebben geen bewijs, niet eens van Aleksandrov zelf, dat hij op welke manier dan ook politiek actief was geweest; hij laat alleen weten dat hij publieke lezingen over de kunsten had gegeven. Tijdens de latere Sovjetperiode, toen een reputatie van problemen met de Witten een teken van verdienste was, schreef hij over zijn arrestatie; in die tijd was hij duidelijk trots op zijn kortstondige ‘criminele’ verleden.

Het lijkt aannemelijk dat er veel meer achter dit verhaal zit. Ibsen was een criticus van kapitalistische overvloed, op een wijze die zijn verdedigers noch zijn radicale critici beviel. (Friedrich Engels, Rosa Luxemburg en Anatoli Loenatsjarski bekritiseerden Ibsen allemaal op een zeker moment.) Als Aleksandrov in Tsjernihiv publieke lezingen over Ibsen gaf, zoals hij klaarblijkelijk deed, zou hij, tenminste impliciet, standpunten moeten hebben ingenomen tegenover een aantal politieke en economische kwesties die in die tijd in Rusland gevoelig lagen. Mogelijk kwamen de Witten die de stad overnamen, erachter dat Aleksandrov denkbeelden naar voren had gebracht die hen niet aanstonden. De gevolgen voor Aleksandrov waren echter niet ernstig, omdat generaal Denikin en zijn leger zich spoedig uit Tsjernihiv terugtrokken; Aleksandrov kwam weer vrij.

Kort na deze gebeurtenis keerde Aleksandrov terug naar de wiskunde; hij zou weleens tot de conclusie gekomen kunnen zijn dat de theaterkunsten wat al te dicht bij de politiek in de buurt lagen. Vanaf dat moment uitte hij nagenoeg nooit meer politieke opvattingen en zeker geen opvattingen die hem in de problemen zouden kunnen brengen. Hij keerde terug naar Moskou en Lusi-tania waar hij, zoals hij zelf zei, als een ‘verloren zoon’ onthaald werd en waar hij zich, ondanks het feit dat Loezin nog steeds zijn officiële mentor was, onder de supervisie van Egorov op zijn masterexamen voorbereidde. Aleksandrov omschreef Egorov als ‘het hoofd van de gehele Moskouse wiskunde’.

In deze periode werd Aleksandrov, nu vierentwintig jaar oud, een liefhebbende vriend van Jekaterina Romanovna Eiges, de zus van zijn voormalige wiskundeleraar op het gymnasium. Eiges gaf Aleksandrov aanvankelijk niet haar onverdeelde aandacht, omdat ze zich in romantische zin aangetrokken voelde tot de beroemde Russische lyrische dichter Sergej Esenin, met wie ze ook afspraakjes had. (Esenin werd herhaaldelijk verliefd op zowel vrouwen als mannen en trouwde in twaalf jaar vijf keer; zijn derde huwelijk was met de Amerikaanse danseres Isadora Duncan. Ook schreef hij liefdesbrieven aan zijn mannelijke vriend en mededichter Nikolaj Kloejev.) Echter, geleidelijk aan won Aleksandrov Eiges voor zich, waarschijnlijk omdat hij zich korte tijd meer toelegde op de jacht op haar dan Esenin. Zo tegen de lente van 1921 waren Aleksandrov en Eiges hun huwelijk aan het plannen. Maar de situatie werd gecompliceerder, omdat Aleksandrov liefdesgevoelens aan het ontwikkelen was voor een mannelijke medewiskundestudent, Pavel Samoeilovitsj Oeryson. Er was sprake van een behoorlijk tragische driehoeksverhouding.

Op 30 en 31 maart 1921 deden er zich twee belangrijke voorvallen voor in deze met elkaar verweven levens. Op de avond van 30 maart gingen Aleksandrov en Oeryson, die beiden gepassioneerd waren over zowel muziek als wiskunde, naar een Beethoven concert in het Bolsjojtheater. Na afloop van het concert wandelde Oeryson samen met Aleksandrov terug naar het appartement in de buurt van het Conservatorium van

Moskou, waar Aleksandrov met zijn muzikale broer woonde. Toen ze daar, al geanimeerd pratend, aankwamen, besloten de twee dat ze nog geen afscheid wilden nemen, dus draaiden ze zich om en wandelden ongeveer drie kilometer naar Oerysons appartement nabij wat tegenwoordig het Majakovski Plein is. Toen ze op hun bestemming aankwamen, maakten ze dezelfde beslissing als daarvoor en keerden terug naar Aleksandrov's appartement. Ze gingen hier de hele nacht mee door; op en neer pendelend en de hele tijd in gesprek. Gedurende de conversatie raakten ze het erover eens dat ze een innige vriendschap hadden gesloten die ze zeker voort zouden zetten. Ze verlieten elkaar pas om vijf uur 's ochtends, op 31 maart. Later verwezen ze allebei naar deze avond als een van de belangrijkste van hun leven.

Op diezelfde dag trouwde Aleksandrov, die weinig tot geen slaap had gehad, met Jekaterina Eiges. Het huwelijk hield slechts een paar dagen stand. Later merkte Aleksandrov op: 'Elk huwelijk was een vergissing geweest'. Hij keerde terug naar Oeryson. Het lijkt erop dat Aleksandrov op dit moment besloot dat hij homoseksueel was en nooit (met succes) zou trouwen.

Aleksandrov en Oeryson waren zich aan het voorbereiden op hun masterexamen, dat werd afgenomen door Egorov. Ze ontmoetten en 'onderzochten' elkaar dikwijls om zich klaar te stomen voor de echte gebeurtenis. Na verloop van tijd werd hun verhouding opgemerkt door andere leden van Lusitania. Aangezien Aleksandrov en Oeryson dezelfde eerste twee initialen hadden, P.S., verwezen de andere Lusitanianen vaak naar hen als 'de twee P.S.'en' of, in het Russische meervoud, 'PSi' (of 'PSy'). De twee verwezen soms ook op die manier naar elkaar. Sommige Lusitanianen konden Engels en wisten dat de term 'PSi' een seksuele connotatie kon worden gegeven.ⁱⁱ

ii Binnen de zogeheten parapsychologie is '*psi*' een onbekende factor in buiten-zintuiglijke waarneming en psychokinese (het vermeende fysieke vermogen van de mens om invloed te hebben op iets fysieks zonder fysieke interactie) die niet verklaard kan worden door bekende fysieke of biologische mechanismen.

Oeryson en Aleksandrov begonnen samen lange periodes door te brengen in een datsja buiten Moskou aan de rivier de Kljazma, waar ze konden zwemmen. Zoals Aleksandrov schreef:

Gewoonlijk gingen we zodra we wakker werden naar de rivier, die letterlijk een paar passen van het huis verwijderd was. We namen een grote hoeveelheid zwart brood en licht gezouten boter mee. [...] Met dit voedsel deden we tot ongeveer drie of vier uur, al onze tijd bestedend aan baden en wiskundig werk. Dat laatste bestond uit speculaties van eenieder van ons afzonderlijk en uit gesprekken tussen ons tweeën (dat wil zeggen, uit gezamenlijk wiskundig denken).

Zo deden Aleksandrov en Oeryson gedurende de zomers van 1921 en 1922 werk dat van fundamenteel belang was voor de topologie. (Aleksandrov sprak van deze zomer van 1922 als een tijd van 'uitzonderlijke verheffing'; hij merkte op dat de ze 'in een staat van opwinding en genot wiskunde deden'.) Hun werk trok de aandacht en belangstelling van wiskundigen in Duitsland, Nederland en Frankrijk – van Emmy Noether, Richard Courant, David Hilbert, Felix Hausdorff, L.E.J. Brouwer, Émile Borel en Henri Lebesgue.

De twee wiskundigen zetten hun werk in de wintermaanden voort. Ze maakten er een gewoonte van om in de avonden naar muziekconcerten en theaterevenementen te gaan en om daarna al pratend door de straten van Moskou te wandelen, zoals ze dat die ene avond van 30-31 maart 1921 voor het eerst hadden gedaan – wat een belangrijke herinnering voor ze was. Zelfs in de winter gaven ze hun zwemrituelen niet volledig op. In december gingen ze ooit eens om 2 uur 's nachts midden in een sneeuwstorm zwemmen in de rivier de Moskva; ze braken het ijs om bij het water te komen.

In de zomers van 1923 en 1924 reisden Aleksandrov en Oeryson samen naar Duitsland, Nederland en Frankrijk, waar ze werden verwelkomd door buitenlandse collega's die al van hun verrichtingen afwisten. Naast samen te werken met medewiskundigen

genoten de twee erg van hun gezamenlijke Europese uitstapjes; wandeltochten maken in Noorwegen, in Duitsland naar de overkant van de Rijn zwemmen en op het dak van de Notre Dame klimmen om naar de beroemde waterspuwers te kijken. Aleksandrov schreef nadien over de nacht die ze op een zolderkamer in de buurt van de Sorbonne doorbrachten: 'Ik heb me die eerste en laatste avond die ik daar met Pavel Oeryson spendeerde altijd herinnerd'.

Op 9 augustus 1924 namen de twee kameraden een trein van Parijs naar Bretagne en trokken verder naar het meest westelijke punt van Finistère, het Pointe du Raz. Op deze wilde en rotsachtige klif, omgeven door kapotslaande golven, maakten Aleksandrov en Oeryson trektochten en bespraken ze de wiskunde. Vervolgens gingen ze naar het kleine vissersdorp aan de kust, Batz-sur-Mer, waar ze een aantal weken verbleven. Aanvankelijk woonden ze in een klein hotel, de Val Renaud, maar daarna verhuisden ze naar een eenkamerhuis dat zo dicht bij de zee lag dat het schuim van de golven soms door de ramen naar binnen kwamen.

Aleksandrov beschreef hun dagelijkse routine als volgt:

In Batz liepen we langs de zee, de wildste delen van haar stenige kust uitkiezend; we zwommen eindeloos en daarnaast deden we wiskunde. Het was daar dat Oeryson zijn beroemde artikel over telbaar verbonden Hausdorff-ruimtes schreef, dat veel nieuwe ideeën bevatte. Ik schreef er mijn artikel over de topologische definitie van een n -dimensionale sfeer.

Bijna zonder dat de twee mannen het opmerkten, nam de zeegang in hevigheid toe. Aleksandrov merkte op dat hun zwempartijen 'steeds interessanter werden'. Op 17 augustus namen ze om vijf uur 's avonds nog een duik. Later schreef Aleksandrov: "Toen we het water in gingen, be kroop ons een soort ongemakkelijkheid; ik voelde het niet alleen zelf, maar ik zag het ook duidelijk aan Pavel. Als ik toch maar had gezegd: "Misschien zouden we vandaag niet moeten zwemmen?" Maar ik zei niets."⁷



Pavel Aleksandrov, L.E.J. Brouwer en Pavel Oeryson (van links naar rechts) in de tuin van Brouwers huis in de buurt van Amsterdam, 1924.ⁱⁱⁱ

Het getij was zo hoog gestegen dat de mensen uit het dorp naar deze afgelegen plek toe waren gekomen om naar de golven te kijken. Ze stonden versteld toen ze twee mannen in het water zagen duiken en naar de open zee zagen zwemmen. Plotseling tilde een grote golf ze op en wierp ze terug naar het strand. Aleksandrov werd tussen twee grote rotsen op een veilig stuk strand geworpen, maar Oeryson werd direct tegen de rotsen geslingerd. Aleksandrov zag hem al snel levenloos in de golven tegen de rotsen aan drijven. Hij zwom naar Oeryson, deed zijn armen om hem heen en probeerde terug te peddelen naar het strand. Een van de Fransen op het strand gooide een touw en haalde de mannen binnen.

Het bleek dat een van de mannen op het strand een arts was die op vakantie was; ene dr. Machefer uit Nantes die Oeryson kunstmatige beademing gaf en hem lange tijd grondig onder handen nam. Toen Aleksandrov hem uiteindelijk vroeg wat de toestand was, antwoordde de dokter: 'Que voulez-vous que je

iii De foto werd genomen in de achtertuin van Brouwers hut in de Torenlaan in Blaricum.



Graf van Oeryson in Batz-sur-Mer, Frankrijk.

fasse avec un cadavre?’ (‘Wat wilt u dat ik met een lijk zou doen?’). Aleksandrov was getraumatiseerd, maar later merkte hij, immer de analyticus, op dat ‘het woord “fasse” de tegenwoordige tijd aanvoegende wijs is van het werkwoord “faire”, waar onze leraar Frans bij mij op school ons vaak naar had gevraagd’.

Oeryson werd in het bijzijn van een rabbijn begraven op de begraafplaats van Batz-sur-Mer, op een plek waar de golven van de zee gehoord kunnen worden. Zijn graf, dat onlangs werd gefotografeerd door Jean-Michel Kantor, wordt hier afgebeeld. Het wordt tot op de dag van vandaag onderhouden door de Russische ambassade in Parijs, die er periodiek een beginnend staflied naartoe stuurt om het zand en het afval dat zich erop zou kunnen hebben opgehoopt, eraf te vegen en om verse bloemen op de steen te plaatsen.

Aleksandrov was diepbedroefd. Lange tijd had hij een foto van Oeryson op zijn bureau staan. Later keerde hij enkele keren naar Batz-sur-Mer terug; soms alleen, soms met anderen. Tijdens de zomer van 1925 bracht hij daar de maand augustus door met Oerysons vader die elke dag tussen vijf en zes 's avonds – het tijdstip van de verdrinking – naar de plaats ging waar zijn zoon was gestorven. In de tussentijd probeerde Aleksandrov zijn verdriet te overwinnen door zich met intensieve wiskundige arbeid bezig te houden; hij schreef een nieuw artikel over de topologie dat hij naar de Nederlandse wiskundige L.E.J. Brouwer opstuurde, die het bij een toonaangevend wiskundetijdschrift, *Mathematische Annalen*, ter publicatie aanbeval. In oktober 1925 keerde Aleksandrov met Brouwer terug naar Batz-sur-Mer en de twee werkten er samen aan Oerysons nog steeds ongepubliceerde laatste artikelen. Brouwer nodigde Aleksandrov uit om in de winter van 1925-1926 lezingen te geven aan de Universiteit van Amsterdam. Hij ging in op dit aanbod en merkte daarbij op dat 'ik emotioneel nog steeds volledig gebukt ging onder het zware verlies dat ik dat jaar daarvoor had geleden'. In Amsterdam wijdde Aleksandrov zich aan lesgeven en aan het regelmatig bezoeken van muziekconcerten. In de lente verhuisde hij naar Göttingen in Duitsland, waar hij doorging met zijn lessen en muzikale activiteiten. Daarna keerde hij terug naar Moskou, waar hij Andrej Kolmogorov, die hij in 1922 voor het eerst had ontmoet, steeds beter leerde kennen. Kolmogorov was zeven jaar jonger dan hij en nam tijdens de eerste jaren van hun relatie altijd een ondergeschikte rol in. Maar Kolmogorov zou in de wiskundige wereld binnen afzienbare tijd nog beroemder worden dan Aleksandrov.

Andrej Nikolajevitsj Kolmogorov (1903-1987) was ook een Lusitaniaan, alhoewel hij zich aanzienlijk later bij de groep aansloot dan Aleksandrov. De omstandigheden rondom zijn geboorte waren ongebruikelijk; hij werd geboren in Tambov bij ouders die niet getrouwd waren en die geen rol speelden in zijn opvoeding. Zijn moeder stierf bij zijn geboorte een tragische dood. Zijn vader, Nikolaj Katajev, was een landbouwkundige, die Rusland gauw



Pavel Aleksandrov.

verliet. Kort na de Revolutie keerde hij terug en stierf tijdens een gevecht. Andrej werd opgevoed door de zus van zijn moeder, Vera Jakovlevna, en hij nam de familienaam van zijn moeders grootvader over – een edelman genaamd Jakov Stepanovitsj Kolmogorov, die nabij Jaroslavl een landgoed bezat. Daar hadden zijn tantes de leiding over een uitstekende kleine school waar Andrej naartoe ging. Later, op zeven- of achtjarige leeftijd, verhuisde hij naar Moskou, waar hij naar een zeer goede privéschool ging die bekend stond als ‘Repmans Gymnasium’. Andrej haalde op zestiendejarige zijn diploma aan deze school en ging daarna naar de Universiteit van Moskou. Hoewel hij overduidelijk begaafd was in de wiskunde, was hij ook geïnteresseerd in Russische geschiedenis – en dan vooral die van de Russische architectuur.

Op de Universiteit van Moskou kwam Kolmogorov gauw onder invloed te staan van Nikolaj Loezin, Lusitania en V. Stepanov,

een van Loezins studenten en een vroeg lid van Lusitania. Kolmogorov en Stepanov begonnen te werken aan trigonometrische Fourierreeksen^{iv} – het onderwerp dat aan de oorsprong had gelegen van Cantors verzamelingenleer en dat Loezin aan het begin van zijn carrière ook had bestudeerd. In 1922 publiceerde Kolmogorov op negentienjarige leeftijd een artikel getiteld ‘Een Fourier-Lebesgue Reeks Die Bijna Overal Divergeert’ (‘Une série de Fourier-Lebesgue divergente presque partout’).^v Gedurende zijn studentenjaren publiceerde Kolmogorov een aantal andere belangrijke artikelen – alleen al in 1925, het jaar waarin hij op tweeëntwintigjarige leeftijd afstudeerde, verschenen er hier acht van.

Kolmogorov was een jonge Lusitaniaan toen hij Aleksandrov – die toen intensief omging met Oeryson – ontmoette. In de jaren na Oerysons dood in 1924 leerde Kolmogorov Aleksandrov beter kennen, en in 1929 werden ze intieme vrienden. In de zomer van dat jaar maakten Kolmogorov en Aleksandrov in een kleine roeiboot een lange reis de rivier de Wolga af. Nadat ze de stad Samara hadden bereikt, zetten ze hun weg voort op een stoomschip. Ze bleven op de stoomboot tot de uitloop van de Wolga, bij Astrakhan, en reisden daarna op een andere boot de Kaspische Zee over naar de stad Bakoe, de huidige hoofdstad van Azerbeidzjan. De twee mannen zetten hun reis te voet en per bus voort naar het grote Sevanmeer in Armenië, waar ze een maand in een oud klooster op een eiland doorbrachten. Hier zwommen ze meerdere keren per dag in het meer, terwijl ze ook met hun eigen wiskundige werk verdergingen: waar Aleksandrov

iv In de wiskunde is een reeks een oneindige rij getallen die ontstaat door de losse getallen van een rij op te tellen. Fourierreeksen (genoemd naar de achttiende-eeuwse Franse wiskundige Jean-Baptiste Joseph Fourier) worden vaak gebruikt als wiskundige benaderingen van bepaalde natuurlijke periodieke functies (trillingen, golven (geluid, licht)).

v Dat een reeks niet divergeert wil zeggen dat de reeks niet convergent is; voor zo’n oneindige divergente reeks geldt *niet* dat er op een gegeven moment een bepaalde waarde (een limiet) wordt benaderd, maar dat de waarde in de limiet juist blijft schommelen.



Andrej Kolmogorov.

werkte aan het topologieboek dat hij samen met Hopf schreef, legde Kolmogorov zich toe op Markovprocessen met continue toestanden en die continu in de tijd zijn. De resultaten van Kolmogorovs arbeid aan het meer werden in 1931 gepubliceerd en betekenden het begin van de diffusietheorie.

Niet lang daarna hadden Aleksandrov en Kolmogorov zwemmen tot hun favoriete tijdverdrijf gemaakt en ze bleven er de decennia die volgden van genieten. Het jaar erop gingen de twee naar Frankrijk en Batz-sur-Mer, waar ze op dezelfde plekken langs de rotsachtige zee kust zwommen als waar Aleksandrov en Oeryson ooit samen gezwommen hadden. Eenmaal terug in Moskou begonnen Kolmogorov en Aleksandrov met name aan de rivier de Kljazma, waar ze goed in konden zwemmen, lange periodes in landhuizen door te brengen. Uiteindelijk kochten de twee een datsja aan de rivier op een plek genaamd 'Komarovka'. Dit huis werd een favoriete ontmoetingsplaats voor enkele van

's werelds grote wiskundigen. Het oudste gedeelte van het huis was in de jaren twintig van de negentiende eeuw gebouwd en had op het landgoed van een adellijke familie genaamd Narysjkin gestaan; later had het huis toebehoord aan een zus van de beroemde theaterregisseur Konstantin Stanislavski. Hoewel privé-landeigendom tegen de tijd dat Aleksandrov en Kolmogorov het huis kochten was afgeschaft, werd het mensen toch toegestaan om vakantiedatsja's op overheidsgrond te kopen. De twee mannen vestigden een gewoonte; ze brachten vier dagen per week door in de datsja en drie dagen in Moskou, op de universiteit of op het Steklov Instituut van de Academie van Wetenschappen.

Twee Cubaanse studenten die in de jaren zeventig naar Rusland kwamen om wiskunde te studeren, bezochten Kolmogorov en Aleksandrov op Komarovka en lieten een bijzonder intiem beeld achter van hun levens op die plek.⁸ Volgens hun verslag wisselden de twee wiskundigen in alle seizoenen behalve de winter zwemmen af met werken aan de wiskunde. De Cubanen bemerkten dat de in wiskundige zin meest productieve momenten zich in de regel net voor of net na een duik voordeden, wanneer de twee mannen samen naakt, '*desnudos*', doorgingen met werken. Aleksandrov had geen goed gezichtsvermogen en toen de twee eens in het zicht van twee naburige vrouwen langs de rivier naakt aan het zwemmen waren, berispte een collega ze om hun onfatsoenlijkheid. Volgens het verhaal keek de bijziende Aleksandrov recht naar de burens en hield hij vol: 'Ik zie geen vrouwen'. Wegens zijn slechte gezichtsvermogen zwom Aleksandrov dikwijls met alleen een bril op.

Kolmogorov en Aleksandrov leken zich vaak noch bewust van hun burens noch van het politieke klimaat. In 1931 werd Kolmogorov professor in de wiskunde aan de Universiteit van Moskou. Nooit noemde hij het feit dat Egorov, een directe voorganger en zijn voormalig leraar, gearresteerd was geweest en naar de gevangenis was gestuurd, waar hij stierf van de honger. Nooit noemde Aleksandrov in zijn memoires de stalinistische oppressie waaronder ze leefden. Hij merkte zelfs op dat 'de tweede helft van de jaren dertig vredig voorbijgingen in Komarovka'.⁹



Een zwemmende Pavel Aleksandrov.

Dit waren jaren waarin honderdduizenden mensen opgepakt werden, onder wie veel personen die Aleksandrov en Kolmogorov kenden. In 1936 viel ook midden in de periode waarin ze tot de aanklagers behoorden van een ideologisch geladen rechtszaak tegen hun voormalig leraar Nikolaj Loezin.

In de stad Kazan, waar hun leraar Egorov zo'n tien jaar eerder tragisch aan zijn eind was gekomen na door de geheime politie gevangengezet te zijn geweest, deed zich in november 1943 een voor Aleksandrov en Kolmogorov uiterst emotioneel moment voor. Tijdens de Tweede Wereldoorlog werden op het moment dat Hitlers legers Moskou naderden, veel fabrieken en wetenschappelijke instituten verder naar het oosten – naar de Oeral en nog verder weg – verplaatst, zodat ze niet in handen van de nazi's zouden vallen. Aleksandrovs en Kolmogorovs thuisinstituut op de Academie van Wetenschappen, het Steklov Instituut, werd naar Kazan geëvacueerd en zij reisden erachteraan. Op 25 en 26 november 1943 organiseerde de Universiteit van Kazan een jubileumviering van de 150^{ste} verjaardag van de geboorte van Nikolaj Lobatsjevski, een van Ruslands belangrijkste wiskundigen die zijn gehele wetenschappelijke leven in Kazan doorbracht.

De archieven van de Universiteit van Kazan bevatten nog altijd het programma van die viering. Hierop valt te lezen dat zowel Aleksandrov als Kolmogorov eraan deelnamen.¹⁰ Waar Aleksandrov een praatje gaf met de titel 'Lobatsjevski en de Russische Wetenschap', sprak Kolmogorov over 'Lobatsjevski, zijn Belang voor en Invloed op de Mondiale Wetenschap'.

Als onderdeel van de viering brachten de op de conferentie aanwezige wiskundigen een bezoek aan Lobatsjevski's graf op de Arskoe-begraafplaats, die slechts een paar stappen verwijderd was van Egorovs ongemarkeerde graf. Onder de groep die Aleksandrov en Kolmogorov begeleidde, bevonden zich Nikolaj Tsjebotarov, die er op illegale wijze voor had gezorgd dat Egorovs lichaam daar geplaatst zou worden, en Tsjebotarovs student, V.V. Morozov, die na Stalins dood in 1953 op eigen kosten een monument op Egorovs graf zou laten maken. Ondanks het feit dat Egorovs graf in 1943 nog steeds ongemarkeerd was, wisten alle wiskundigen waar het zich bevond.

Terwijl deze mannen voor de graftombe van Lobatsjevski stonden, met Egorovs graf achter zich, moeten de gedachten die door hun hoofden gingen verwarrend en huiveringwekkend zijn geweest. Tsjebotarov wist dat de reden waarom hij in Kazan in plaats van in Moskou woonde, was dat hij zijn baan had verloren na bezwaar te hebben gemaakt tegen het ontslag van Egorov aan het Instituut voor Civiele Techniek, dat was ingegeven door zijn 'vermenging van wiskunde en religie'. Aleksandrov en Kolmogorov ontbeerden die moed. In 1943 was Aleksandrov de president van het Moskous Wiskundig Genootschap, een positie die Egorov tot zijn dood in 1931 had bekleed. Kolmogorov was professor aan de Universiteit van Moskou, waar Egorov eerder de scepter zwaaide. Beide mannen hadden geprofiteerd van de gevangenschap van hun leraar. In Kazan hielden ze voordrachten, waarin ze Lobatsjevski prezen en steen en been klaagden over het feit dat hij tijdens zijn leven geen waardering had gekregen van de wiskundige gevestigde orde in St. Petersburg. Misschien was het voor hen gemakkelijker om moraliserend te zijn over gebeurtenissen die een eeuw eerder hadden plaatsgevonden



Aleksandrov en Kolmogorov samen.

dan om de gebeurtenissen waar ze zelf bij betrokken waren te erkennen.

Een gedeeltelijke verklaring voor de morele misstappen en het stilzwijgen over ethische kwesties van Aleksandrov en Kolmogorov zou gevonden kunnen worden in hun relatie. De Sovjet geheime politie verzamelde informatie over alle prominente personen, inclusief geleerden, en daartoe behoorden ook hun seksuele en persoonlijke gewoonten. Als er iets aan een individu was op te merken dat tegen hem gebruikt zou kunnen worden – zoals een buitenechtelijke seksuele verhouding of een voorliefde voor alcohol – was die informatie bruikbaar voor de geheime politie, zelfs als er nooit iets mee gedaan werd. Simpelweg door hun slachtoffers te laten weten wat ze van hen wist kon de politie controle over mensen verkrijgen. De politie kwam al snel te weten van Kolmogorovs en Aleksandrov's homoseksuele band en ze gebruikte die kennis om het gewenste gedrag te verkrijgen. Toen de politie Kolmogorov en Aleksandrov vroeg om deel te

nemen aan de aanval tegen Loezin, deden ze dat. Toen de regering hun vroeg om de pseudowetenschapper Trofim Lysenko te verdedigen, deden ze dat – terwijl Kolmogorov de bioloog eerder had bekritiseerd. Toen de politie hen na de Tweede Wereldoorlog verzocht om een veroordeling van Aleksandr Solzjenitsyn te schrijven waarin hij een verrader werd genoemd, publiceerden ze zo'n gezamenlijke brief in de Partijkrant *Pravda*. Bij verschillende gelegenheden probeerde Kolmogorov aan zijn collega's zijn inconsistenties en ontrouw uit te leggen door te zeggen: 'Ooit zal ik alles aan jullie uitleggen'. Kort voor zijn dood verklaarde hij dat hij 'ze [de geheime politie] tot op zijn laatste dag zou vrezen'.

In het geval van Loezin was de kritiek van Aleksandrov en Kolmogorov echter persoonlijker. Loezin was ontstemd over het feit dat de twee zich bezighielden met nieuwe onderwerpen – Aleksandrov met topologie en Kolmogorov met waarschijnlijkheidsrekening – waaraan hij zelf niet werkte. Daarbij leende het eerste onderwerp, de topologie, zich in potentie voor algemenere uitwerkingen dan de beschrijvende verzamelingenleer – het onderwerp waar Loezin de ongeëvenaarde meester van was. Loezin maakte ooit een zeer aanvallende opmerking over Kolmogorov en Aleksandrov. In 1946 zei Kolmogorov in de wandelgangen van de Academie van Wetenschappen iets tegen Loezin over zijn recente werk in de topologie en de laatstgenoemde reageerde hier als volgt op: 'Dit is geen topologie, dit is *topolozjstvo*'. Kolmogorov liep rood aan en sloeg Loezin in het gezicht. Het woord 'topolozhstvo' is een zelfverzonnen term met een ondubbelzinnige betekenis. In het Russisch betekent het woord *skotolozjstvo* 'beestachtigheid' en *moezjelozjstvo* 'sodomie'. 'Topolozjstvo' was een door Loezin verzonnen woord dat dus vertaald zou kunnen worden als 'topologische pedofilie'. Dit was een uitermate beledigend iets om tegen Kolmogorov te zeggen en zijn woede was dan ook begrijpelijk.¹¹

Waarom nemen we zulke persoonlijke details op in onze bespreking van een belangrijk hoofdstuk in de geschiedenis van de wiskunde? Vaak verhullen wiskundigen en zo soms ook historici van de wiskunde op een discrete wijze alles wat zou kunnen

afleiden van de heroïsche statuur van hun studieobjecten. Religie, seks, politieke druk en persoonlijke zwaktes lijken niet relevant voor hun verhalen over de grote figuren van het vakgebied. Lebesgues en Borels latere stompzinnige onenigheden, Loezins grofheid en Aleksandrovs en Kolmogorovs onvermogen om hun collega's tegen oppressie te verdedigen worden vaak uit de uiteenzettingen over de ontwikkelingen binnen hun vakgebieden weggewerkt. Een aantal Russische wetenschappers met wie we de afgelopen jaren hebben gesproken, heeft ons ook laten weten dat 'ze het niet kunnen verdragen om te lezen over de "Loezin-affaire"' – toen verscheidene internationaal bekende Russische wiskundigen hun voormalige leraar om persoonlijke en politieke redenen in het openbaar aanklaagden.

Wij zien deze geschiedenis anders. We hebben niet de wens om de prestaties van wie dan ook te geringschatten en we hebben immens ontzag voor de wetenschap – het krachtigste instrument tot kennis dat de mensheid ooit heeft voortgebracht. Maar we denken dat ons begrip van deze gebeurtenissen en onze waardering voor de personen die er deel van uitmaakten, des te groter zal zijn als we het hele verhaal vertellen en niet slechts delen ervan.

Het verhaal over het ontstaan en de ontwikkeling van de Moskouse School voor Wiskunde leest als een kroniek van grootse verrichtingen in de geschiedenis van het vakgebied – een ware inspiratiebron. Dat deze verheffende geschiedenis ook religie, seksualiteit en menselijke zwaktes behelst, zou ons in staat moeten stellen om beter te begrijpen hoe wetenschap en wiskunde zich ontwikkelen en hoe mensen leven en werken.

9. Het menselijke in de wiskunde, toen en nu

Waar komen wiskundige ideeën vandaan? Dit is een klassieke vraag die door de eeuwen heen, beginnend bij Plato en Aristoteles, op verschillende manieren beantwoord is. Waar Plato uitging van het bestaan van een onafhankelijke wereld van, onder andere wiskundige, 'ideeën', stelde Aristoteles dat ideeën worden ontleend aan 'bestaande' dingen. Wiskundigen bedrijven vaak wiskunde zonder na te denken over de oorsprong van hun gedachten. Maar gedurende de uitzonderlijke periode in het begin van de twintigste eeuw die wij hebben onderzocht, deed er zich een vermenging van wiskundige, filosofische en religieuze ideeën voor die niet alleen de mogelijkheid bood om over vragen over de grondslagen van de wiskunde te discussiëren, maar zo'n debat soms ook afdwong.

Er kunnen enkele algemene inzichten worden afgeleid uit onze uiteenzetting over Franse en Russische wiskundigen, omdat het hier centrale vragen binnen de wiskunde betreft – vragen over haar oorsprong en over de aard en definities van getallen, ruimte, oneindigheid en het continuüm. Het verhaal speelde zich af in de periode waarin een bepaald *lingua franca*, de verzamelingenleer, de universele taal van de wiskunde aan het worden was, maar toen de grenzen van het wiskundig universum nog niet waren opgehelderd.

Dit verhaal kan worden beschouwd als een *real time* historisch experiment, dat door ons is gereconstrueerd: als een bepaalde theorie in één land – de verzamelingenleer in Duitsland – is ontwikkeld en dan in twee andere landen met zeer uiteenlopende culturele tradities – Frankrijk en Duitsland – wordt voortgezet, wordt het dan op verschillende manieren uitgewerkt? Het antwoord hierop lijkt, tenminste in dit specifieke geval, 'ja' te luiden. Eerst waren het de Franse wiskundigen (Borel, Baire en Lebesgue) die het voortouw namen als het ging om de verdere

uitwerking van Cantors verzamelingenleer en die baanbrekend werk verrichten. Toen verloren ze onder invloed van hun strikt rationalistische tradities hun geduld. De Russische wiskundigen (Egorov en Loezin) studeerden in het begin onder de Fransen en werkten daarna, beïnvloed door hun eigen filosofische en religieuze tradities en samen met uitzonderlijk getalenteerde studenten, in de richting van de creatie van de beschrijvende verzamelingenleer.

Men zou deze culturele verschillen ten aanzien van de wiskunde echter niet moeten overdrijven. In de vroege en laatste fasen van ons verhaal waren de houdingen van de Franse en Russische wiskundigen die binnen de verzamelingenleer werkten, enigszins vergelijkbaar. Aan het einde van de negentiende eeuw en in de eerste jaren van de twintigste eeuw, vormden de eerste reacties van wiskundigen en filosofen in Frankrijk en Rusland een mengeling van instemming en afwijzing. Toen volgde het eerste gebruik van de oneindigheidswiskunde door Borel en met name, Lebesgue in Frankrijk en door Egorov in Rusland. In deze vroege fase was er sprake van individuele, persoonlijke verschillen tussen benaderingen, maar de globale context – dat wil zeggen, de duidelijke culturele verschillen tussen de twee landen – leek niet overheersend. Na Lebesgues uitzonderlijke werk, leken de Fransen meer en meer onwillig om door te gaan met het gebruik van transfiniten. De fakkel werd overgenomen door de Russen en verder gedragen om het ontstaan van een nieuw vakgebied, de beschrijvende verzamelingenleer, te veroorzaken. In deze periode (grotendeels 1910-1935) speelden de culturele en religieuze settings in de twee landen een belangrijke rol. Later, na het einde van Lusitania tussen de vroege en late jaren twintig en na 1930, toen Loezins werk in Frankrijk verscheen, gingen de twee kampen weer meer op elkaar lijken; ze waren het nu eens over definities en principes.

Het is niet nodig om de ultieme problemen in de filosofie van de wiskunde op te lossen om in te zien dat Naamaanbidding – een religieus gezichtspunt dat door de Russisch-orthodoxe Kerk werd beschouwd als een ketterij en door de Communistische Partij als

reactionaire sekte werd afgedaan – invloed had op het ontstaan van een nieuwe beweging binnen de moderne wiskunde. In tegenstelling tot de Franse leiders van de verzamelingenleer waren de Russen een stuk moediger wat betreft het omarmen van concepten zoals overaftelbare transfinitie getallen. Waar de Fransen werden geremd door hun rationalisme, werden de Russen aangewakkerd door hun mystieke geloofsovertuiging. Zoals de Russische Naamaanbidders ‘God’ konden ‘noemen’, konden zij op een soortgelijke manier ook ‘oneindigheden’ noemen en ze zagen een sterke overeenkomst tussen de manieren waarop beide operaties werden uitgevoerd. Een vergelijking van de overheersende Franse en Russische houdingen tegenover de verzamelingenleer illustreert een interessant aspect van de wetenschap: als de wetenschap te kant-en-klaar, te rationalistisch wordt, kan dit haar achterban vertragen, omdat fantasierijke denkstappen dan worden belemmerd.

De tegenstelling tussen de koele logica van de Fransen en de spiritualiteit van de Russen is niets nieuws in de cultuurgeschiedenis. In *Oorlog en Vrede* vergeleek Leo Tolstoj de cartesiaanse logica die Napoleon hanteerde bij zijn aanval op Rusland met de emotionele religiositeit van zijn tegenstander Koetoezov. De romancier beschrijft hoe de Russische generaal Koetoezov na afloop van de beslissende slag om Borodino tijdens een kerkelijke processie in dankbaarheid neerknielt voor een heilig icoon terwijl Napoleon zijn ‘miscalculatie’ aan het overdenken was. Tolstoj beschouwde Borodino als een overwinning van de Russische geest op het Franse rationalisme.

Een ander, wiskundig, voorbeeld dat zich dichterbij de context van dit boek bevindt, is het nog steeds onvoldoende onderzochte contrast tussen koele logica en hoge spiritualiteit zoals aangetroffen in de Griekse en Indiase wiskundige tradities. Binnen de Grieks- Euclidische traditie bestaat er geen algemene theorie van irrationale getallen, terwijl de Indiase Brahmanen in de twaalfde eeuw zowel de vierkantwortels (*karanis*) als de negatieve en andere getallen tot de heilige getallen rekenden.¹

Noemen, Naamaanbidding en wiskunde

Het idee dat een ‘naam’ meer in zich draagt dan enkel het woord dat eraan is toegewezen, is erg oud en gaat op z’n minst terug tot Plato’s *Cratylus*. Deze opvatting heeft zich in daaropvolgende eeuwen vele malen opnieuw voorgedaan. *Logos* is per slot van rekening een centraal concept in de westerse cultuur.² In Rusland ging dit idee op in een andere mystieke traditie en groeide uit tot het geloof dat de gelovige door het noemen van God en Christus en ook door met behulp van verschillende technieken te bidden een eenwording met God kon bereiken of zó dicht bij het goddelijke kon komen als menselijk gezien mogelijk was. De moderne functietheorie, zoals die door Baire en Lebesgue werd begonnen na de introductie van de verzamelingenleer, bracht Lebesgue ertoe om onderzoek te doen naar een nauwkeurige uitbreiding van de notie van functies – een uitbreiding die enkel die functies betrof die nog steeds beschreven of genoemd (*nommées*) konden worden. Hiermee breidde hij de expliciet analytische uitdrukkingen (polynoom, trigonometrisch) van eerdere wiskunde uit. Lebesgue en de Franse school stelden op deze manier vragen die pas twintig jaar later in de recursietheorie een bevredigend raamwerk zouden vinden.³ Maar door zo’n sterke nadruk te leggen op ‘noemen’, moedigde Lebesgue Russische wiskundigen die op de hoogte waren van de religieuze traditie van de Naamaanbidding aan om soortgelijke vragen in overweging te nemen op het moment dat ze (na 1916) een nieuwe hiërarchie van deelverzamelingen van het continuüm ontdekten.

Om te kunnen concluderen dat mysticisme Russische wiskundigen hielp bij de ontwikkeling van de beschrijvende verzamelingenleer, moesten we onze eigen natuurlijke neigingen overwinnen. We hebben allebei seculiere denkwijzen en zijn zelf zeker geen Naamaanbidders. We begonnen niet met het schrijven van dit boek om binnen de beruchte wetenschap-religiedebatten, die zo’n prominente plaats hebben ingenomen in recente publieke discussies, in het kamp van de religie uit te komen. En hoewel we gedurende het schrijven een diepere

waardering hebben gekregen voor de rol die religie (en religieuze ketterij) kan spelen in de ontwikkeling van waardevolle ideeën, hebben we onze opvattingen niet aangepast. We hebben meer vertrouwen in het rationele denken dan in mystieke inspiratie.

Als we deelnemers waren geweest aan de in dit boek beschreven debatten, hadden we benadrukt dat ‘noemen’ niet gelijk kan worden gesteld aan ‘creëren’. We zouden allerlei soorten mystieke tekens en subjecten kunnen noemen die niet en nooit zullen bestaan. Maar het noemen van mystieke tekens en subjecten is niet vergelijkbaar met de situatie van wiskundigen die nieuwe oneindigheden noemden. Wanneer we een mystiek teken noemen, weten we op het moment van noemen dat het niet bestaat. De wiskundigen die we hier bestudeerd hebben, hoopten dat de nieuwe oneindigheden die ze zojuist genoemd hadden bestonden – hoewel een aantal van hun critici twijfels had en soms waren de oorspronkelijke ‘noemers’ zelf wat huiverig over wat ze aan het doen waren.

De Russen die de beschrijvende verzamelingenleer uitwerkten en nieuwe namen toewezen aan deelverzamelingen van het continuüm, poneerden de mogelijkheid van het bestaan van nieuwe entiteiten in het wiskundig universum. Vervolgens stelden ze een programma op voor toekomstig onderzoek, dat resulteerde in substantiële overeenstemming over de nieuwe entiteiten onder wiskundigen van over de hele wereld. Die prestatie zou zonder de inspiratie van een religieuze ketterij plaats hebben kunnen vinden, maar, als onderzoekers die trouw zijn aan de historische feiten, stellen we dat de wijze waarop het in werkelijkheid gebeurde, zich voordeed binnen een context van mystieke, op Naamaanbidding geïnspireerde, opwekking was.

Natuurlijk realiseren we ons dat intellectuele oorzakelijkheid van het soort dat we hier bespreken, nooit bewezen kan worden. (David Hume betwijfelde, zelfs met verwijzing naar de natuurwetenschappen, of welke oorzakelijkheid dan ook daadwerkelijk bestond.) Alles wat we in de intellectuele geschiedenis als alternatief voor een bewijs van oorzakelijkheid naar voren kunnen brengen, is een sterke, indirecte, zaak voor de oorsprong

van bepaalde ideeën. We geloven dat we een dergelijke zaak gemaakt hebben voor de stelling dat Naamaanbidding het werk van de grondleggers van de Moskouse School voor Wiskunde, Dmitri Egorov en Nikolaj Loezin, beïnvloedde.

De Moskouse School voor Wiskunde was een van de krachtigste bewegingen binnen de wiskunde – een beweging die vandaag de dag nog springlevend is, zij het dat veel van haar recente telgen zijn geëmigreerd naar andere landen zoals de Verenigde Staten, Israël, Frankrijk en Duitsland. Veel van deze huidige afstammelingen van de Moskouse School voor Wiskunde weten niets van de Naamaanbiddingsdrang van de grondleggers van het onderzoeksveld.

Naamaanbidding is als invloed binnen de wiskunde tegenwoordig grotendeels verdwenen, maar een algemene belangstelling voor Naamaanbidding – in het bijzonder voor haar historische, filosofische en religieuze dimensies – is aan een heropleving bezig. In de laatste tien jaar zijn er in het Russisch rond de vijftien boeken gepubliceerd over Naamaanbidding.⁴ En hoewel Lusitania strikt gesproken al tachtig jaar niet meer bestaat, zou iets van haar buitengewone geest nog in leven kunnen zijn. Veel buitenlandse wiskundigen die Moskou bezocht hebben en daar wiskundige seminars hebben bijgewoond, werden getroffen door de intellectuele en zelfs semi-religieuze intensiteit die ze daar meemaakten. Zoals de Russische wiskundige V.M. Tichomirov onlangs opmerkte, ‘maakte’ Nikolaj Loezin ‘de stijl van het Moskouse wiskundige leven’ tot een van een ‘gepassioneerde liefde en onbaatzuchtige belangstelling voor de wiskunde’.⁵

Zat er meer achter deze toewijding aan de wiskunde? Loezin had niet alleen een mystieke kijk op het universum die zijn lesgeven bezielde; ook ging hij op een geheel andere manier met studenten om. Tichomirov ging verder met te zeggen: ‘Van het begin af aan begon Loezin zijn studenten, die amper de middelbare school hadden verlaten, problemen van het hoogste niveau voor te leggen; problemen die de meest eminente geleerden in een impasse deden belanden’. Bovendien was Loezin van mening

dat de wiskunde geen grenzen had en dat het alles in het leven beroert. Tichomirov merkte op dat wanneer Loezins studenten in zijn appartement thee met hem dronken, 'het gesprek aan de meest uiteenlopende culturele onderwerpen raakte'. Lusitania had wat Kolmogorov 'een gemeenschappelijke hartslag' noemde, een gedeelde intense visie, niet enkel op de wiskunde, maar op de gehele cultuur. Veel van de leden van Lusitania waren ook gepassioneerd over muziek, literatuur, architectuur en kunst.

De laatste jaren zijn veel wiskundigen die in Rusland zijn opgeleid, naar andere landen geëmigreerd. Ze leven, geven les en doen onderzoek in plaatsen als Parijs, Berlijn, de beide Cambridges, Tel Aviv, Princeton, Berkeley, Ann Arbor, Minneapolis en vele andere plekken. Wanneer we niet-Russische leden van wiskundedepartementen in deze steden vroegen of de komst van de Russen invloed had op hun wiskundige levens, hoorden we herhaaldelijk dat 'ze een andere wiskundige stijl met zich meebrachten'.

Het omschrijven van deze stijl is niet zo gemakkelijk, maar een voorbeeld kan worden gevonden in Michael Kantors ervaring in de late jaren zeventig, toen hij in Frankrijk aan zijn scholing in wiskundig onderzoek begon terwijl hij tegelijkertijd regelmatig een bezoek bracht aan seminars op de Universiteit van Moskou. Een aantal van zijn jonge wiskundevrienden in Rusland was niet alleen bezig met uitstekende nieuwe wiskunde, maar ook met het overbrengen van wiskunde op Russische schoolkinderen door middel van 'Olympiades' en artikelen, die verschenen in het bijzondere, door Kolmogorov in het leven geroepen, magazine *Quantum*. We zouden niet zover willen gaan om te zeggen dat de passie waarmee deze jonge Russische wiskundigen dag en nacht over wiskundige vraagstukken nadachten uniek was; dezelfde passie kan in de wandelgangen van wiskunde-departementen in Cambridge, Bonn, Berkeley, Parijs en elders worden aangetroffen. Eén kenmerk van de Russische benadering viel echter op – de overtuiging van de beste Russische wiskundedocenten dat de meest vruchtbare aanpak van problemen direct en rechttoe-rechtaan is zonder voorafgaande, langdurige en hevige, studie.

Met andere woorden: *bij nul beginnen*. Door dat te doen kreeg men het bijna fysieke gevoel van het direct in contact staan met wiskundige objecten en ervoer men het zintuiglijk merkbare plezier van het in intellectuele zin met blote handen moeten vechten. Zoals een van de grote wiskundigen van die tijd, Israel Moisejevitsj Gelfand, zijn jonge studenten vertelde: ‘We zouden dit onderwerp moeten bestuderen voordat het door onze omgang ermee bezoedeld is’.

In hoofdstuk 6 waren we getuigen van het ontstaan van deze stijl toen we beschreven hoe Loezin net voor de Eerste Wereldoorlog het wiskundeonderwijs aan de Universiteit van Moskou van gedaante deed veranderen; hij betrok zijn studenten bij intellectuele uitwisselingen die dermate boeiend waren dat wanneer het seminar officieel afliep, de studenten hem het gebouw uit volgden en met hem opliepen naar Loezins appartement waar de debatten tot na middernacht doorgingen. Iets van Lusitania leeft vandaag de dag dus voort in de wandelgangen van universiteiten en in de huizen van wiskundigen. Dit is niet alleen in Rusland het geval, maar ook in vele andere landen. Hoewel verdund en van gedaante veranderd, is de geest van Lusitania nog in leven. Rusland heeft de wereld van de wiskunde definitief beïnvloed.

Van de drie belangrijkste Russische figuren uit ons verhaal – Egorov, Florenski en Loezin – waren de eerste twee, zoals zij zelf toegaven en beweerden, beslist Naamaanbidders. Loezin was nooit zo open over zijn religieuze opvattingen, maar uit zijn brieven en uit wat hij – vooral in de periode 1908-1910 – las, kunnen we afleiden dat hij ten diepste gedreven werd door religieus mysticisme en de connectie ervan met geestelijke creativiteit. Hij was ietwat geheimzinnig over zijn religieuze *commitments* – gegeven de Sovjetperiode, uiteraard, begrijpelijk – maar zijn geloofsovertuigingen waren overduidelijk sterk en lagen dicht bij die van zijn Naamaanbiddende vrienden. Ook Loezin was geobsedeerd door het ‘noemen’, zoals zijn gearchiveerde wiskundige notities aantonen (zie de Appendix). En ons is verteld dat Loezin na de Tweede Wereldoorlog, toen Stalin de controle over religie versoepelde om, als onderdeel van de strijd, de patriotistische

steun van de kerk te winnen, weer naar de kerk ging en dat tot zijn dood in 1950 bleef doen.

De menselijke kant van het verhaal

We hebben in ons verhaal ons best gedaan om intellectuele motivaties vast te stellen, maar onze belangstellingen hebben ook betrekking op grotere kwesties. Net als iedereen zijn ook wij emotionele mensen en worden we geraakt door het lot van mensen om ons heen, in dit geval de levens van de subjecten van ons academische onderzoek. Bestaat er iemand – hoever hij of zij ook van het Naamaanbiddingsmysticisme af mag staan – die niet diep geroerd wordt door de verhalen over Dmitri Egorov, Pavel Florenski en Nikolaj Loezin? Alle drie werden wreed vervolgd om hun persoonlijke ‘anti-Sovjet’-standpunten en hadden zwaar te lijden onder nagenoeg onbeschrijflijke ontberingen. Egorov en Florenski stierven respectievelijk door uithongering en executie in opsluiting en Loezin werd publiekelijk vernederd en ontsnapte ternauwernood aan hetzelfde lot. (En deze drie mannen zijn lang niet de enigen in ons verhaal die op een soortgelijke manier leden; denk aan de dood van Loezins geliefde, Nina Bari, die zichzelf in Moskou voor een metro wierp of aan de zelfmoord van Loezins student Sjnirelman in de keuken van zijn Moskouse appartement.)

Zijn deze mensen ‘helden’? In onze door scepsis gekenmerkte tijd zijn de meeste mensen niet bereid om deze term te gebruiken. Natuurlijk waren Egorov en Florenski extreem moedige mannen. Toen Egorov er publiekelijk van werd beschuldigd een ‘sloper’ te zijn – iemand die de Sovjetzaak probeerde te saboteren – antwoordde hij scherp dat de ware ‘slopers’ diegenen waren die op één ideologisch gezichtspunt aandrongen en daarmee de diversiteit die tot creativiteit leidt, ontkenden. Door zo vrijuit te spreken veroordeelde hij zichzelf. Florenski stond erop om zijn priestergewaad te dragen terwijl hij lezingen hield op Sovjet wetenschappelijke bijeenkomsten. Daarmee trok hij opnieuw de

aandacht van de geheime politie. Naarmate de hevigheid van de Sovjetoppressie toenam, durfden maar weinig mensen zichzelf in het openbaar te verdedigen op de manieren waarop Egorov en Florenski dat deden. Loezin koos er, zoals de meeste anderen, voor om te zwijgen over zijn overtuigingen en voorkeuren alhoewel zijn stilzwijgen hem uiteindelijk niet uit de problemen hield. Maar dat stilzwijgen zou er deels voor gezorgd kunnen hebben dat hij als enige van de drie een natuurlijke dood stierf. Hij was een minder moedig man, maar, tenminste binnen de wiskunde, een creatievere.

Net zoals wij allemaal vertoonden de drie mannen zwaktes. Egorov bewees over een gebrekkig oordeelsvermogen te beschikken toen hij in de jaren twintig in zijn wiskundelessen studenten die ook jonge communisten waren, weigerde te helpen. Florenski was in sommige van zijn geschriften vermoedelijk antisemitisch. Loezin was psychologisch wat labiel en misschien wat hardvochtig jegens zijn slimste studenten. Ook beledigde hij zijn homoseksuele voormalige student en latere collega zonder reden. Daarmee bracht hij een vijandigheid tot stand die later gevolgen voor hem zou hebben.

Toch bewonderen we deze mannen en hebben we ontzag voor ze om wat ze deden. Als we in ons verhaal echter een individu zouden moeten kiezen die we het meest bewonderen, zou het een volkomen ander persoon zijn – iemand die een relatief minder belangrijke rol speelde, namelijk Nikolaj Tsjebotarov. De reden hiervoor is dat hij een van de weinige mensen was in dit verhaal die tolerantie toonde voor personen met opvattingen die verschilden van die van hemzelf – een kenmerkende eigenschap die in alle samenlevingen, en misschien in het bijzonder die in Rusland, nodig is. Het was Tsjebotarov – wiskundige, jonge veteraan van het Rode Leger en loyale Sovjetburger – die afstand deed van zijn zuur verdiende docentschap aan een ingenieursinstituut in Moskou toen hij erachter kwam dat de man die hij verving, Dmitri Egorov, was ontslagen vanwege zijn ‘vermenging van wiskunde en religie’. Als gevolg van zijn principiële daad, die gebaseerd was op menselijke sympathie in plaats van op

ideologisch ja-knikken, werd Tsjebotarov gedwongen om een docentschap in het verafgelegen Kazan te aanvaarden. En jaren later, toen Tsjebotarov en zijn vrouw, Maria Smirnitskaja, zich door Egorov opnieuw voor een morele uitdaging gesteld zagen, schrokken ze er niet voor terug. Integendeel, ze deden alles wat in hun macht lag om te proberen om Egorovs leven te redden nadat hij in ballingschap naar Kazan was gestuurd. Nadat zij er niet in geslaagd waren om deze taak te volbrengen, zorgden ze er, op het moment dat anderen bang waren om iemand die beschuldigd was van verraad tegen de Sovjetstaat te verdedigen, voor dat Egorov een fatsoenlijke begrafenis en rouwdienst kreeg. Om deze daad werd Nikolaj Tsjebotarov opnieuw gestraft; hij werd door zijn superieuren afgewezen als kandidaat voor een van de hoogste (en in financieel opzicht bestbetaalde) onderscheidingen in de Sovjetmaatschappij – volledig lidmaatschap van de Academie van Wetenschappen. Voor zover wij hebben kunnen vaststellen, was Tsjebotarov niet religieus en deelden hij geen van Egorovs mystieke overtuigingen. De handelingen van Nikolaj Tsjebotarov en Maria Smirnitskaja werden ingegeven door een gevoel van eerlijkheid en niet door ideologische of religieuze *commitments*.

Wetenschap en religie

Laten we de kwestie van wetenschap en religie in deze geest en in het licht van dit boek kort onderzoeken. Het verhaal dat wij hier onder de loep hebben genomen, toont aan wat historici van de wetenschap reeds sinds lange tijd weten – dat geloof, tenminste in sommige gevallen, wetenschappelijke creativiteit kan aanjagen. Iedereen die bekend is met het werk en de overtuigingen van Isaac Newton of Blaise Pascal, om maar twee individuen te noemen, kan dergelijk bewijs vinden. Natuurlijk kan religie (in veel dramatischer en rampzaliger zin) ook met wetenschap in tegenspraak zijn, zoals de controverses rondom Galileo en Darwin aantonen. In het verhaal dat wij hier hebben verteld, is het hoofdthema de ‘ondersteunende’ in plaats van de

‘conflicterende’ functie van het geloof geweest, aangezien we hebben beweerd dat Naamaanbidding wiskundige creativiteit in de hand werkte. Maar we moeten erop wijzen dat er in dit boek ook sprake is geweest van een passage waarin we atheïsme hebben beschreven als iets wat wiskundige creativiteit verder hielp; A.A. Markovs ontwikkeling van Markovketens, die werd ingegeven door zijn verzet tegen de pogingen van zijn collega P.A. Nekrasov om een theologisch geladen concept van de vrije wil te rechtvaardigen door middel van een paarsgewijze-onafhankelijkheid-interpretatie van de wet van de grote getallen (zie hoofdstuk 4). Intellectueel gezien bezaten Markovs opvattingen evenveel kracht als die van de Naamaanbidders. In deze twee verschillende gevallen – Markov en Egorov-Loezin – droegen twee contrasterende gezichtspunten – atheïsme en religie – bij aan het aanzetten van wiskundigen tot creatieve prestaties.

Naar onze mening is het daarom te simplistisch om vast te houden aan het idee van óf een inherent ‘conflicteuze’ of een inherent ‘harmonieuze’ verhouding tussen wetenschap en religie. Men moet naar de contexten en details van individuele gevallen kijken zonder voortijdig een oordeel over de kwestie te vellen.

Wat nu?

Laten we, voordat we ons de toekomst proberen voor te stellen, eerst benadrukken dat zowel de wiskundige als de filosofische uitwerkingen van de problemen die we beschreven, nog steeds invloed hebben op denkers. De beschrijvende verzamelingenleer (BVL) is blijven voortbestaan en heeft de ontwikkeling van de wiskunde in het tweede deel van de twintigste eeuw beïnvloed. Er hebben zich sinds het einde van de periode die wij in beschouwing hebben genomen, twee ontwikkelingen voorgedaan. Ten eerste was er sprake van een samenvloeiing van wiskunde en logica – via het werk van Church, Kleene, Turing en anderen over berekenbaarheid en recursietheorie en ook via de eerste

resultaten van Kurt Gödel, die in 1938 bevestigde dat de opvallende intuïties van Loëzin correct waren door te laten zien dat de moeilijke vragen opgeworpen door de studie naar analytische en projectieve verzamelingen niet binnen het raamwerk van de klassieke verzamelingenleer – Zermelo-Fraenkel axioma'sⁱ – opgelost konden worden. Er hebben zich sindsdien, en zelfs onlangs nog, vele andere opmerkelijke ontwikkelingen voorgedaan, waaronder een radicaal nieuwe benadering ten aanzien van de Continuümhypothese.⁶

Ten tweede had de BVL ook impact op de moderne waarschijnlijkheidsrekening via de theorie van capaciteitenⁱⁱ – in de jaren vijftig door Gustave Choquet, een student van Arnaud Denjoy, ontwikkeld nadat hij twee jaar in Polen had doorgebracht, waar hij studeerde bij de Poolse school van Sierpinski. Choquets werk maakte de verfijnde analyse van banen van browniaanse bewegingenⁱⁱⁱ en andere fenomenen in de waarschijnlijkheidsrekening mogelijk.⁷

Over de hier bediscussieerde theologische en filosofische vraagstukken is in de afgelopen eeuw veel nagedacht. De religieuze ketterij van de Naamaanbidders werd bezielde door de toen recente heropleving van theologische debatten over de fundamentele verwantschap tussen het vroege christendom en de

i In de verzamelingenleer is de Zermelo-Fraenkelverzamelingenleer (vernoemd naar de twintigste-eeuwse wiskundigen Ernst Zermelo en Abraham Fraenkel) één mogelijke axiomatische formuleringen van de verzamelingenleer waarin de paradoxen van de vroege, 'naïeve', cantorische verzamelingenleer vermeden worden.

ii De theorie van capaciteiten houdt zich bezig met de zogenoemde capaciteit van een verzameling. Een capaciteit is een bepaalde maat van een verzameling en vormt een veralgemenisering van de Lebesgue-maat. Een en ander is van belang binnen de potentiaaltheorie (de natuurwetenschappelijke studie van zogenaamde harmonische functies) waarin de wiskundige capaciteit van een verzameling correspondeert met het fysische concept van elektrostatische capaciteit.

iii Browniaanse beweging is een bepaald natuurkundig verschijnsel dat aan het begin van de negentiende eeuw door de botanicus Robert Brown werd beschreven en aan het begin van de twintigste eeuw door Albert Einstein in formules werd gevat. Het gaat hier om de willekeurige, toevallige bewegingen van deeltjes in een vloeistof of gas die, zo bleek, veroorzaakt worden door hun botsing met moleculen.

hellenistische traditie.⁸ Het ontologische debat over realisme en het bestaan van wiskundige objecten leidde tot een indrukwekkende hoeveelheid artikelen, boeken en discussies – bijvoorbeeld die van Quine en Dummett in de Engelstalige wereld en die van Desanti en Bouveresse van Franse kant.⁹

Nu richten we ons op de toekomst van de wiskunde. Wat behelst deze toekomst, met het oog op de gebeurtenissen die wij beschreven hebben? Georg Cantor opende de doos van Pandora in de wiskunde toen hij aankondigde dat ‘vrijheid de essentie van de wiskunde is’. Vandaag de dag is die doos nog steeds niet gesloten. Wiens vrijheid? Loezin en Brouwer gaven ieder hun eigen antwoord – Loezin door de wiskunde een psychologische en metafysische dimensie te geven, Brouwer door de gehele wiskunde op een intuïtionistisch fundament opnieuw op te bouwen. Beide benaderingen leden later nederlagen. De beschrijvende verzamelingenleer van Loezin werd door Aleksandrovs topologie (en door de wreedheid van Loezins rechtszaak) naar de kroon gestoken. Ook de school van Brouwer verloor geleidelijk aan steeds meer terrein door het axiomaticisme van Hilbert en later door Bourbaki’s^{iv} dominantie.

De relevantie van het menselijke in de wiskunde deed zich in de negentiende eeuw in verschillende hoedanigheden voor, bijvoorbeeld in het werk van George Boole die ‘de fundamentele wetten van die operaties van de geest aan de hand waarvan redenatie plaatsvindt’, wilde onderzoeken en zo de moderne logica vestigde. In de twintigste eeuw kreeg een dergelijke menselijke dimensie met de crisis in de verzamelingenleer – denk aan de discussie onder de Franse wiskundigen over het keuzeaxioma en over wat kiezen betekent – een krachtige impuls. De dimensie nam eens te meer in belang toe toen de eerste computer gegeneerde bewijzen verschenen.¹⁰ Kortere geleden won het aan kracht door de volwassenwording van het reusachtige karakter

iv ‘Bourbaki’ is het pseudoniem van een groep twintigste-eeuwse Franse wiskundigen die een radicaal formalistische reactie vormde op figuren als Poincaré en Brouwer, die de wiskunde op een ‘subjectivistische’ basis wilden gronden.

en werk van de Franse wiskundige Alexander Grothendieck. Grothendieck gaf Cantors vrijheid een radicalere betekenis, niet alleen door de verschillende noties van ruimte naar onbekend terrein uit te breiden en zelfs logica op te nemen binnen zijn geometrie, maar ook door de 'continuüm/-discreet'-aporie te ontzenuwen. Hij betrok zijn persoonlijkheid als wiskundige bij zijn werk door bepaalde vermoedens op een ingewikkelde manier te vermengen met een enorm onderzoeksprogramma.

In het licht van ons onderzoek zijn de overeenkomsten – die waarschijnlijk niet te wijten zijn aan de gedeelde Russische achtergrond van Grothendieck en Loezin – tussen de Loezintraditie en Grothendiecks beschrijving van zijn creatieve proces – zijn 'boodschapperdromen' en 'visioenen', zoals hij ze in zijn diepzinnige en poëtische autobiografische werk noemt – opvallend.¹¹ Bovendien legde Grothendieck net zoals Loezin veel nadruk op 'noemen', dat hij beschouwde als een manier om objecten te vatten zelfs voordat ze begrepen worden.¹²

De tegenstelling tussen het continuüm en het discrete, tussen rationalistische en intuïtionistische benaderingen die in de gehele geschiedenis van de wetenschap en cultuur aanwezig zijn geweest, worden in recente intellectuele discussies nog steeds besproken. Er wordt zelfs weleens gesuggereerd dat de persoonlijke tijdsstroom van het individu niet van een continue, maar van een discrete aard is en ook dat het dilemma van het continuüm versus het discrete fysiologische wortels zou kunnen hebben.¹³

Binnen de geschiedenis van de wiskunde hebben zich vanaf het tijdperk van Pythagoras tot en met het heden periodes van een toenemend en afnemend rationalisme en mysticisme of, accurater gezegd, rationalisme en subjectivisme voorgedaan. In de eerste jaren van de twintigste eeuw – in de tijd van diepgaande discussies over de nieuwe verzamelingenleer – waren vooral subjectieve elementen van belang toen wiskundigen aan het worstelen waren met fundamentele vragen die filosofische en religieuze overwegingen met zich meebrachten. Vervolgens trok het subjectivisme zich in het Frankrijk van de jaren dertig-vijftig

terug door de gevaarlijke ideeën van Bertrand Russell, Gottlob Frege, de Hilbert-school van de axiomatic en later de Bourbakische school. Zal deze periode worden gevolgd door een nieuwe golf van subjectivisme? Zal de geschiedenis van de wiskunde van het begin van de laatste eeuw tot aan de huidige eeuw lijken op een boog; eerst een periode van subjectivisme, dan het overwicht van het analytisch rationalisme en daarna, in recentere jaren, een terugkeer naar een sterker subjectivisme? Mensen die deze visie voorstaan, kunnen het werk en de meningen van Grothendieck aanhalen, die nog in leven is,^v maar die naast reeds een legendarische wiskundige ook de auteur is van een lange en fascinerende biografie met sterk mystieke trekken. Is Grothendieck een voorloper van een nieuw tijdperk of is hij een uitzondering die buiten de gebaande paden valt, een onvervalst en uniek genie?

Misschien is Grothendieck, met zijn idiosyncratische opvattingen die nauw met de metawiskunde verweven zijn, inderdaad het begin van de toekomstige ontwikkeling van de wiskunde. Grothendieck heeft er echter op aangedrongen dat wiskundigen religie niet nodig hebben.¹⁴ Wij zijn van mening dat religie, zoals we hier hebben laten zien, soms behulpzaam kan zijn.

^v Zoals eerder aangegeven, overleed Grothendieck korte tijd na het verschijnen van de Engelse versie van dit boek, op 13 november 2014.

Appendix

Loezins persoonlijke archieven

Inleiding

In de winter van 1988-1989 werden gedeelten van de de archieven van Nikolaj Loezin gedurende een periode van drie maanden aan de Academie van Wetenschappen in Moskou onderzocht door Roger Cooke. In het hierop volgende materiaal zijn Loezins teksten dik afgedrukt en betekent 'fr' dat de tekst in het Frans is. Getallen tussen haakjes verwijzen naar de referentielijst aan het eind van de Appendix.

We zouden Roger Cooke willen bedanken, die zo vriendelijk was om zijn notities, die uit (soms geannoteerde) kopieën van Loezins manuscripten bestaan, aan ons over te dragen en die ons de weg wees in het doolhof van deze werkelijk buitengewone documenten. Opmerkelijk genoeg wordt wiskunde in Loezins artikelen (zoals de oplossing van Baire's probleem in 1914; zie [4]) herhaaldelijk verweven met filosofische en persoonlijke opmerkingen; zoals Cooke observeerde, lijkt Loezins werk doortrokken te zijn van psychologische overwegingen. Tot ongeveer 1920 waren Loezins opmerkingen vaak opgetekend in prerevolutionair Russisch letterschrift (O.R.), maar af en toe is het spel met moderne en oude tekens subtiel. Bijvoorbeeld, rond 1918 maakt Loezin zich, na een lange uitwijding over de structuur van de verzameling N, geschreven in nieuwe lettertekens, plotseling zorgen over een mogelijke paradox en wendde zich tot O.R. om geëmotioneerd op te schrijven:

Laat dit een les voor je zijn! Raak niet van streek, houd je rustig en wees geduldig; door geloof in God en gebeden om zijn Barmhartigheid zal alles, ik herhaal, alles lukken mits je doel goed is.

En daarna keerde hij onmiddellijk terug naar de wiskunde.

Het is dus mogelijk om de evolutie van Loezins gedachten te volgen. Daarbij moeten de bedreigingen voor zijn vrijheid van na 1917 in overweging worden genomen, zoals hijzelf ook deed.

Voor een gedetailleerde analyse van de wiskundige inhoud van de archieven wordt de lezer verwezen naar [3]. Hier presenteren we slechts een aantal karakteristieke wiskundig-filosofische stukken. We stellen dat de kwesties van ‘namen’ en ‘noemen’ in deze archieven aangetroffen kunnen worden. (Er kunnen hiervoor veel voorbeelden worden gevonden.) Dit geeft er duidelijk blijk van dat Loezin zich bewust was van overeenkomsten met de theologische aspecten van het proces van Noemen binnen de *imjaslavie* (Naamaanbidding).

A. Cantors diagonaalmethode

Aan het begin van 1910 begon Loezin, terwijl hij nadacht over het beroemde argument van Cantor, te contempleren over wat het betekent om te zeggen dat een reëel getal bestaat. Loezin vindt dat Cantors argument alleen laat zien dat de reëlen niet ‘effectief telbaar’ zijn – wat betekent dat iets zonder het keuzeaxioma gedefinieerd wordt. Maar het zou nog steeds zo kunnen zijn dat de reëlen ‘aftelbaar’, maar niet ‘effectief telbaar’ⁱ zijn (dit was een uitdrukking van Borel). Deze onderwerpen werden later natuurlijk nog steeds bediscussieerd in connectie met zowel de recursietheorie als de resultaten van Gödel en Cohen (zie [2]).

ⁱ Volgens Borel was een verzameling ‘effectief telbaar’ wanneer het mogelijk is om in een eindig aantal woorden een proces te formuleren waarmee een natuurlijk getal kan worden toegewezen aan elk element in de verzameling. Met andere woorden; er moet een een-op-eencorrespondentie bestaan tussen de gegeven verzameling en de verzameling van natuurlijke getallen en deze correspondentie moet ‘effectief’ kenbaar zijn. Het Engelse woord voor ‘effectieve telbaarheid’ is “*effective enumerability*”, als tegenwicht voor ‘*denumerability*’ of ‘*non-denumerability*’.

B. Nommer c'est avoir individu

De volgende selecties uit de archieven dateren waarschijnlijk uit 1915; ze gaan over de status van wiskundige objecten – over of hun bestaan wordt verondersteld of dat ze mét of zónder het keuzeaxioma worden gedefinieerd. ‘De Vijf Brieven’, aangevuld met Zermelo’s constructie en Richards paradox, werden bijna dertig jaar lang zo nu en dan besproken in Loezins manuscripten.

Loezin begint met opmerkingen bij het artikel van Lebesgue [5] over ‘fonctions nommables’. Daarna merkt hij het volgende op:

Het zou zeer wenselijk zijn om te beschikken over een definitie van *nommer*; maar op het ogenblik lijkt dat onmogelijk.

Ik stel voor:

Nommer c'est avoir individu. Dit lijkt een natuurlijke definitie, aangezien de notie van het individuüm een tamelijk primitieve lijkt te zijn. Zodat het geen verdere definiëring behoeft. Maar wanneer men voorbeelden bekijkt doen er zich moeilijkheden voor.

Opmerking door de auteurs: Loezin bedoelt waarschijnlijk dat wanneer men een ding noemt er ‘iets’ wordt ‘gekozen’. De correcte Franse uitdrukking zou zijn ‘Nommer, c'est avoir à faire avec un individu’.

De aan de Continuümhypothese en aan nieuwe subtiële noties als het door Denjoy – die jarenlang een vriend van Loezin was – geïntroduceerde ‘*ensemble clairsemé*’ (dunbezette of ijle verzameling) verbonden voorbeelden zijn uiterst technisch (zie [4]).

C. Existenz

Loezin, die zo’n vijftig jaar met de Continuümhypothese worstelde, schreef herhaaldelijk over de tweede klasse van transfiniten \aleph_1 , de geordende verzameling van alle aftelbare ordinalen (Cantor). Bijvoorbeeld in januari 1917 schreef Loezin

in reactie op Sierpinski's waarschuwing tegen definities opgesteld met behulp van het keuzeaxioma:

Laten we ons bezighouden met de psychologie. We beschouwen de natuurlijke getallen in onze geest als *objectief bestaand*.

We beschouwen *de totaliteit van alle* natuurlijke getallen in onze geest als *objectief bestaand*. Tot slot beschouwen we *de totaliteit van alle transfiniten* van Klasse II als *objectief bestaand*.

We zijn uit op het volgende: aangenomen hebbend dat we te maken krijgen met de in objectieve zin bestaande totaliteit van alle natuurlijke en transfinitie getallen van Klasse II, verbinden we met elk van de transfiniten van Klasse II een definitie, een 'naam' – en evenzo voor al die transfiniten die we in overweging nemen. Je ziet dat wanneer ons natuurlijke getallen gegeven zijn, we ieder van hen in een gelijkmatig gemeten decimaal stelsel op kunnen schrijven met behulp van de symbolen 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Het is voor ons niet nodig om de symbolen (in theorie) op welomschreven plekken, die exact gedefinieerd zijn als een eindig getal, uit te schrijven. Praktisch gezien bevinden we ons de hele tijd binnen de grenzen van de miljoenen, of $< 10^{10}$, of iets dergelijks.

Het is noodzakelijk om te bedenken dat $4^{4^{4^{4^{\dots}}}}$ al een bepaald soort onvoorstelbaar getal is, zelfs binnen een decimaal stelsel. Op de een of andere manier verbinden we, dus, aan ieder natuurlijk getal een bepaalde, gelijkmatig gemeten, representatie ervan – en dit met tien symbolen 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Ik stel dat hier in theoretische zin geen sprake is van een vicieuze cirkel, omdat we het hebben over de plekken voor symbolen die zich binnen een eindig getal bevinden waar we in de praktijk over beschikken in de vorm van < 10 ; gezien het feit dat dit getal niet in decimale symbolen kan worden uitgedrukt maken we ons hierover in theoretische zin niet druk. Als we dit getal toch in decimalen uit zouden drukken

(d.w.z. een aantal decimale plekken van een gegeven getal N), zouden we bij een kleiner getal uitkomen dat we opnieuw in decimalen uit zouden kunnen drukken, enzovoorts. We nemen getallen < 10 en berekenen een aantal reducties, enzovoorts. Onze gedachten zouden in een soort dichtbegroeid woud van reducties beginnen rond te dwalen, de reductie van reducties, en dit alles zou een soort chaos van reducties vormen omwille van de poging van het denken om het gegeven natuurlijke getal in één enkele voorstelling in de vorm van decimale symbolen te omarmen. Een en ander verloopt door middel van synthese.

Op een soortgelijke manier is het met betrekking tot transfinitie getallen van Klasse II volledig gerechtvaardigd om naar een soort van decimaal stelsel op zoek te gaan dat men ertoe in staat zou stellen om iedere transfinitie van Klasse II te definiëren (te noemen – ‘*nommer*’ fr). Het is voor ons niet nodig om hier te stuiten op een theoretische vicieuze cirkel, zoals in het geval van eindige getallen. Aangaande natuurlijke getallen kunnen we ieder natuurlijk getal *nommer* door middel van decimale symbolen, *exact noemen*, want de gewaarwording van het aantal decimale symbolen zelf, zeg N_i , kan opnieuw een reductie zijn.

Maar als het gaat om natuurlijke getallen volstaat een dergelijke *nomination* (fr).

Opmerking: De Continuümhypothese, die jarenlang het centrale probleem vormde, kan worden uitgedrukt als de studie naar \aleph_1 , het aantal aftelbare ‘welgeordende’ verzamelingen, en de vergelijking ervan met de kardinaal van het continuüm. Dit komt neer op het beschrijven, het noemen, van alle aftelbare geordende verzamelingen. Het fragment geeft een onduidelijk en overdreven optimistisch beeld van waar Loezin met de parallel tussen eindige en transfinitie aftelbare ordinaalgetallen toe in staat hoopte te zijn (een en ander is in feite alleen mogelijk voor construeerbare ordinalen; zie [1]); deze opmerkingen van Loezin vormen een verrassende vooraankondiging van het werk

van Church. Dankzij Cohens resultaten weten we nu dat zo'n complete beschrijving van \aleph_1 hopeloos is.

We zien dat het bestaan van een klasse in afwezigheid van een *analytische* regel (*non-auswahlich*) – wat het enige is dat ons vertrouwen zou kunnen geven in het bestaan van de tweede klasse of om het even welke andere – mysterieus wordt en dat het probleem eigenlijk bestaat uit de geldigheid van dit bestaan en de hele *betekenis* van dit bestaan. Een analyse van het woord 'bestaan' zou de moeite waard zijn! In filosofische zin betekent het *absoluut zijn*. Alleen weet ik niet of dat hetzelfde is als *objectief zijn*. Bestaan betekent helemaal niet 'een object van ons denken zijn'. Het is meer dan dat, aangezien zelfs een contradictie een object van ons denken kan zijn en een contradictie heeft geen bestaan. We hebben het, inderdaad, met dezelfde mate van zekerheid over *objectief* bestaan als over het bestaan van willekeurig welk wiskundig object (in eerdergenoemde zin), zoals een rechte lijn of een cirkel. Er bestaan twee soorten *existenz*: *Ten eerste*, een ding bestaat omdat het voor iedereen *analytisch* gedefinieerd is; hier maken we ons geen zorgen over welke specifieke analytische procedure er voor de definitie gebruikt wordt; het doet er alleen toe dat de definitie *analytisch* is. [...] We hebben slechts operaties nodig waarvan de arbitrariteit is uitgebannen. *Ten tweede*, een ding bestaat krachtens het axioma van Zermelo, dat wil zeggen, het bestaat, alhoewel het niet analytisch gedefinieerd kan worden. Dat is de ware betekenis van Zermelo's axioma. Het bevat het concept 'existenz', en om die reden kan alles teruggebracht worden tot het blootleggen van de inhoud van dat concept.

Opmerking: Hier worden Loezins ideeën nog steeds sterk beïnvloed door de kantiaanse ontologie, maar zijn wiskundige opvattingen lijken ietwat preciezer dan de Franse opvattingen van 1905. Hij maakt een duidelijk onderscheid tussen constructie mét of zónder het keuzeaxioma.

D. Ontdekking van A-verzamelingen (Soeslin, Loezin, zomer 1916)

Het belang van Loezins en Soeslins ontdekking van 1916, die het begin markeerde van Lusitania en van de beschrijvende verzamelingenleer, werd door Loezin vanaf het begin goed begrepen. Dit blijkt uit de omvang en diepzinnigheid van de archiefstukken gewijd aan dit onderwerp: het bewijs van Soeslin dat door Loezin, die ongelukkig was met Soeslins beschrijving ervan (10 pagina's), met veel kritische waardering werd opgeschreven en dat maanden later werd gevolgd door een nieuw bewijs van Loezin. Ook vestigde Loezin de aandacht op de specificiteit van de wiskundige ideeën die het bewijs met zich meebracht – nieuwe cantoriaanse noties speelden een essentiële rol binnen de definities en notaties. Zoals hij op een bepaald punt in de wiskundige beschouwingen schrijft:

Alles lijkt een dagdroom en een spel met symbolen dat, desondanks, de meest belangwekkende resultaten oplevert.

En ook:

Elke definitie vormt een stuk van een geheim dat door de menselijke geest van de Natuur is losgetornd. Ik dring hierop aan: ieder gecompliceerd ding, dat door definities waar het in bevat ligt wordt verhelderd, dat in stukken wordt opgebrouwen, zal in delen worden ontbonden die zelfs voor een kind volkomen eenvoudig te begrijpen zijn; vage en duistere delen die onze intuïtie ons influistert terwijl we bezig zijn, worden uitgesloten en vallen in logische stukken uiteen. Alleen dan kunnen we voortbewegen, dankzij definities in de richting van nieuwe successen [...]

Een voorlopige voltooiing van dit compacte materiaal, zoals het wordt aangetroffen in een paar honderd pagina's aan archiefstukken, kan gevonden worden in het diepgravende artikel dat

in 1928 door Loezin voor het Internationale Congres voor Wiskundigen in Bologna geschreven werd [6]. Daar neemt Loezin, die de recente ontwikkelingen van de verzamelingenleer erin confronteert met Brouwers intuïtionisme en Hilberts nieuwe opvattingen over 'metawiskunde', een gemengde positie in tussen 'idealisten' en 'realisten'. Terwijl hij de 'raadselachtige weerbarstigheid' van vele wiskundige problemen onderzoekt, neigt hij ertoe om, op het punt dat hij de *'fatigue du paradis de Cantor'* (de 'vermoeidheid van' Cantors paradijs) beschrijft, te betwijfelen of er voor een aantal van deze problemen ooit een oplossing zal worden gevonden. We weten nu dat hij hierin gelijk had en profetisch was.

Literatuur

- [1] Choquet, Gustave. 'Epistémologie du transfini', *Cahiers du Séminaire d'histoire des mathématiques*, nr. 1 (1980), pp. 1-17.
- [2] Cohen, Paul. *Set Theory and the Continuum Hypothesis*. New York: W.A. Benjamin, 1966.
- [3] Cooke, Roger. 'Arkhiv Luzina', *Istoriko-Matematicheskie Is-sledovania*, 34 (1993), pp. 246-255; recensie van J. Ferreiros, in *Labyrinth of Thought: A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics, The Review of Modern Logic*, vol. 9, 1 en 2, 29 (2001-2003), pp. 167-182.
- [4] Dugac, Pierre. 'Nicolas Lusin: Lettres à Arnaud Denjoy, avec introduction et notes', *Archives Internationales d'histoire des sciences*, 27 (1977-1978), pp. 179-206.
- [5] Lebesgue, Henri. 'Sur les fonctions représentables analytiquement', *Journal de mathématiques pures et appliquées* (6), 1 (1905), pp. 139-216.
- [6] Luzin, N.N. 'Sur les voies de la théorie des ensembles', *Atti del Congresso Internazionale dei Matematici*, vol. I. Bologna: Zanichelli, 1928, pp. 295-299.

Amsterdam University Press

Dankwoord

Gedurende de vele jaren waarin we aan dit boek hebben gewerkt, zijn we in enkele landen door veel mensen enorm geholpen. Hoewel het onmogelijk is om alles waar we in intellectuele en persoonlijke zin dank om verschuldigd zijn voldoende te erkennen, moeten we een paar mensen noemen die zich door hun ruimhartigheid hebben onderscheiden. Allereerst zouden we Roger Cooke van de Universiteit van Vermont willen bedanken; hij bracht in 1988 en 1989 vele weken in Moskou door om te werken aan de Loezin-archiefstukken en stelde daarna zijn omvangrijke notities aan ons beschikbaar (zie de Appendix voor een paar van de meest interessante bevindingen). In Frankrijk liet Bernard Bru ons profiteren van zijn rijke kennis van de geschiedenis van de Franse wiskunde en hij volgde ons onderzoek op de voet.

In Rusland beantwoordden Sergej Demidov en Natalja Ermolajeva veel van onze vragen over de geschiedenis van de Russische wiskunde en verrijkte Alexei Parshin onze kennis van de onder de Russische wiskundigen bestaande Naamaanbiddingsbeweging. Douglas Cameron bewees ons geweldige diensten door ons te voorzien van een aantal foto's van de leden van de Moskouse School voor Wiskunde. Barry Mazur, Patrik Dehornoy en Claude Dellacherie moedigden ons aan om erin te geloven dat ons onderwerp niet alleen voor historici van de wiskunde maar ook voor wiskundigen zelf interessant was.

Wijlen George Lorentz stelde zijn kennis over de vroege geschiedenis van de Moskouse School voor Wiskunde aan ons beschikbaar. In Parijs bracht Igor Reznikoff ons op de hoogte van de verbanden tussen ons werk en de Russische muziek en cultuur. Pierre Guiraldenq, biograaf van Émile Borel, hielp ons niet alleen bij dit thema, maar stuurde ons ook een foto. S.S. Kutateladze besprak met ons via e-mail de 'Loezinaffaire' en andere onderwerpen in de geschiedenis van de Sovjetwiskunde. Harvey Cox vertelde ons meer over de theologische kwesties binnen de Naamaanbidding. Ned Keenan onderzocht samen met

ons de wisselwerking tussen religie en cultuur in Parijs. Michael Gordin gaf veel behulpzaam commentaar; hij wees onder andere op de belangstelling van de schrijver J.D. Salinger voor het Jezusgebed. Karl Hall liet ons profiteren van zijn buitengewone kennis van de geschiedenis van de natuurkunde en wiskunde in Rusland. Slava Gerovitsj is sedert jaar en dag een intellectuele stimulans geweest. John Murdoch vestigde de aandacht op het belang van 'noemen' in middeleeuws Europa en in de antieke Egyptische cultuur. Donald Fanger verduidelijkte de verbanden tussen symbolisme in de wiskunde en in de Russische cultuur en literatuur. Peter Buch besprak de geschiedenis van zowel de wiskunde als de sociale wetenschappen met ons. Masha Vorontsova en Elena Ljapoenova assisteerden op verschillende manieren, onder meer door te helpen bij het zoeken naar informatie over Dmitri Egorov. Michail Sjemjakin, een familielid van Egorov, gaf ons een foto van Anna Egorova en beschreef de families Egorov en Grzjimali aan ons. Cliff Erickson, een natuurkundige met een uitzonderlijke kennis van Rusland, las een versie van het manuscript en deed behulpzame suggesties. Peter Galison moedigde ons aan om diepe geleerdheid te combineren met helderheid en leesbaarheid.

Sol en Laurie Garfunkel waren gul met hun tijd, met gastvrijheid en met vriendschap. Victor Guillemin beschreef zijn overnachtingen in het Hotel Parisiana in Parijs en de herinneringen van de dochters Chamont aan Egorov en Loezin. Nancy Holyoke hielp ons de stijl, leesbaarheid en structuur van het boek te verbeteren. Jonathan Dickinson toonde grote interesse in ons onderzoek en hielp bij Engelse vertalingen uit het Frans. Egbert Brieskorn besprak de Duitse componenten van het verhaal met ons, vooral met betrekking tot Hausdorff. Dmitri Bajuk in Moskou probeerde een overgebleven, belangrijke en moeilijk te vinden, bron op te sporen. Tatiana Yankelevich, Sarah Failla, Donna Griesenbeck en Helen Repina, van het Davis Center for Russian and Eurasian Studies aan de Harvard University, hielpen op verschillende manieren bij het vinden van bronnen en vertalingen. Alberto Arabia assisteerde bij computer- en

technologie-gerelateerde zaken. Stela Pisareva, directeur van het museum van de Universiteit van Kazan, en Natalja Zinkina, archivist in Kazan, hielpen ons daar om de bronnen die het lot van Egorov beschrijven te vinden.

Kathleen McDermott, onze redacteur bij Harvard University Press, kwam naar de lezing die Loren Graham over Naamaanbidding gaf en promootte ons boek vervolgens bij de uitgever en bij haar mederedacteuren. We waarderen haar steun en raad. Mary Ellen Geer, seniorredacteur bij de uitgever, leverde puik werk door de stijl en samenstelling van het boek te verbeteren.

Op persoonlijk niveau zouden we Shaila Biddle willen bedanken – al decennia een echte vriend. Tot slot, en het meest hartstochtelijk, zouden we onze waardering willen uitspreken voor onze families – waaronder ook Meg Graham, een voortreffelijk literair critica, en onze vrouwen, Patricia en Dominique, die opmerkelijke intelligentie, geduld en goede moed vertoonden terwijl we in de Verenigde Staten, Frankrijk en Rusland naar bibliotheken en archieven reisden.

Het behoeft geen uitleg dat geen van deze goede mensen enige verantwoordelijkheid dragen voor de fouten en onjuiste oordelen waar in dit boek nog steeds sprake zou kunnen zijn.

Dankwoord van de vertaler

Graag zou ik Jan-Peter Wissink en Inge van der Bijl willen bedanken voor hun vertrouwen, Patricia Kersbergen, Chantal Nicolaes en Sarah de Waard voor hun redactiewerk, Jantien de Jong voor haar zorgvuldige commentaar en Peter Verburgt voor zijn hulp bij het vertalen tijdens de zware zomer van vorig jaar. Ik draag de vertaling op aan mijn ouders en aan Judith Jansen.

Amsterdam University Press

Illustratieverantwoording

- p. 14 Ingelijste foto's van Dmitri Egorov en Pavel Florenski. Gefotografeerd door Loren Graham in de kelder van de Kerk van St. Tatjana de Martelares, 2004.
- p. 18 Klooster van St. Panteleimon, berg Athos, Griekenland.
- p. 41 Steeds grotere cirkels met segmenten die de rechte lijn benaderen, zoals voorgesteld door Nicolaas van Cusa.
- p. 44 Ternaire verzameling van Cantor.
- p. 65 Émile Borel. Gereproduceerd met toestemming van Institut Mittag-Leffler en *Acta Mathematica*.
- p. 69 Henri Lebesgue. Gereproduceerd met toestemming van *L'enseignement mathématique*.
- p. 74 René Baire. Gereproduceerd met toestemming van Institut Mittag-Leffler en *Acta Mathematica*.
- p. 76 Arnaud Denjoy.
- p. 80 Jacques Hadamard. Gereproduceerd met toestemming van Institut Mittag-Leffler en *Acta Mathematica*.
- p. 84 Charles-Émile Picard. Gereproduceerd met toestemming van Institut Mittag-Leffler en *Acta Mathematica*.
- p. 108 Hotel Parisiana in de Rue Tournefort in Parijs, ca. 1915. Gereproduceerd uit Anna Radwan, *Mémoire des rues* (Parijs: Parimagine, 2006), p. 111.
- p. 113 Nikolaj Loezin in 1917. Met toestemming van *Uspekhi matematicheskikh nauk*.
- p. 117 Pavel Florenski. Uit Charles E. Ford, 'Dmitri Egorov: Mathematics and Religion in Moscow'. *The Mathematical Intelligencer*, 13 (1991), pp. 24-30. Gereproduceerd met de vriendelijke toestemming van Springer Science and Business Media.
- p. 138 Gebouw van de oude Staatsuniversiteit van Moskou waar de Lusitaniaseminars werden gehouden. Foto genomen door Loren Graham.
- p. 141 Loezins appartement in de Arbat, Moskou. Foto genomen door Loren Graham.

- p. 147 Interieur van de Kerk van St. Tatjana de Martelares, Moskou. Foto genomen door Loren Graham.
- p. 157 Nikolaj Loezin, Waclaw Sierpinski en Dmitri Egorov in Egorovs appartement in Moskou. Foto met toestemming van N.S. Ermolajeva en Springer Science and Business Media.
- p. 161 Otto Sjmids. Met toestemming van het Sjmids Instituut voor Natuurkunde van de Vaste Aarde, Russische Academie van Wetenschappen, Moskou. <http://www.ifz.ru/-Sjmid.html>
- p. 169 'Een Tempel van de Machine-aanbidders'. Tekening gemaakt door Vladimir Krinski, ca. 1925.
- p. 171 Arnosjt Kolman. Gereproduceerd met toestemming van Chalidze Publications van Arnosjt Kolman, *My ne dolzhny byli tak zhit* (New York: Chalidze Publications, 1982).
- p. 174 Nikolaj Tsjebotarov. Toestemming van de Staatsuniversiteit van Kazan, Historisch Museum.
- p. 179 Ziekenhuis in Kazan waar Maria Smirnitskaja Egorov probeerde te redden. Foto door Loren Graham, 2004.
- p. 181 Dmitri Egorovs grafsteen, Arskoe-begraafplaats, Kazan. Foto door Loren Graham, 2004.
- p. 198 Nina Bari. Toestemming van Douglas Ewan Cameron, afkomstig uit zijn verzameling van afbeeldingen op het gebied van de geschiedenis van de wiskunde en *Uspekhi matematicheskikh nauk*.
- p. 201 De Loezins met de familie Denjoy op het eiland Oléron, Bretagne. Toestemming van N.S. Ermolajeva.
- p. 204 Pjotr Kapitsa. Toestemming van het Instituut voor Geschiedenis van Wetenschap en Technologie, Academie van Wetenschappen, Moskou, en Sergej Kapitsa.
- p. 208 Genealogische kaart van de Moskouse School voor Wiskunde.

- p. 210 Ljoedmila Keldysj. Toestemming van A. Tsernavski, 'Ljudmila Vsevolodovna Keldysh (to her centenary)'. *Newsletter of the European Mathematical Society*, 58 (december 2005), p. 27.
- p. 213 Leo Sjnirelman. Toestemming van *Uspekhi matematicheskikh nauk*.
- p. 223 Pavel Aleksandrov, L.E.J. Brouwer en Pavel Oeryson nabij Amsterdam, 1924. Toestemming van Douglas Ewan Cameron, afkomstig uit zijn verzameling van afbeeldingen op het gebied van de geschiedenis van de wiskunde.
- p. 224 Graf van Pavel Oeryson in Batz-sur-Mer, Frankrijk. Foto genomen door Loren Graham.
- p. 226 Pavel Aleksandrov. Toestemming van Douglas Ewan Cameron, afkomstig uit zijn verzameling van afbeeldingen op het gebied van de geschiedenis van de wiskunde.
- p. 228 Andrej Kolmogorov. Toestemming van Douglas Ewan Cameron, afkomstig uit zijn verzameling van afbeeldingen op het gebied van de geschiedenis van de wiskunde.
- p. 230 Een zwemmende Pavel Aleksandrov. Toestemming van Douglas Ewan Cameron, afkomstig uit zijn verzameling van afbeeldingen op het gebied van de geschiedenis van de wiskunde.
- p. 232 Aleksandrov en Kolmogorov samen. Toestemming van Douglas Ewan Cameron, afkomstig uit zijn verzameling afbeeldingen op het gebied van de geschiedenis van de wiskunde.

Amsterdam University Press

Noten

1. De bestorming van een klooster

1. Zie voor deze en andere details over de gebeurtenissen op de berg Athos, 'Imiaslavie', *Nachala* (nr. 1-4) (Moskou, 1996); Episkop Ilarion (Alfeev), *Sviashchennaia taina tserkvi: vvednie v istoriiu i problematiku imiaslavskikh sporov*, vols. I en II (St. Petersburg: Aleteia, 2002); *Imiaslavie: sbornik bogoslovsko-publitsisticheskikh statei, dokumentov i kommentariiev* (Pskov en Moskou, 2003); A.M. Khitrov en O.L. Solomina, *Zabytye stranitsy Russkogo imiaslviia* (Moskou: Palomnik, 2001); Dimitrii Leskin, *Spor ob imeni Bozhiem: filosofii imeni v Rossii v kontekstste Afonskikh sobytii 1910-kh gg.* (St. Petersburg: Aleteia, 2004).
2. J.D. Salinger, *Franny and Zooey* (Boston: Little, Brown, 1961), pp. 36-37. [Nederlandse vertaling ontleend aan: J.D. Salinger, *Franny en Zooey*. Amsterdam: De Bezige Bij, 1968. Vertaling Koos Schuur, p. 44].
3. Skhimonakh Ilarion, *Na gorakh Kvkaza*, 3^e ed. (Kiev: Kievskaiia Perchersskaia Lavra, 1921), *passim*.
4. *Imiaslavie: Materialy k razresheniiu spora obImeni Bozhiem*, *Nachalo* (1-4, 1995) (Moskou, 1996), p. 23.
5. René Fülöp-Miller, *The Mind and Face of Bolshevism* (Londen, 1926), p. 258.
6. Zie 'Bozhestvennaia onomatologiiia dekonstruktsii: Zhak Derrida', in Elena Gurko, *Bozhestvennaia onomatologiiia: imenovanie Boga i imiaslavii, simvolizme i dekonstruktsii* (Minks: Ekonompress, 2006), pp. 317-432. Een soortgelijke belangstelling voor de ideeën van Florenski werd duidelijk zichtbaar op de conferentie 'Days of Science' gesteund door de Dynasty Foundation in St. Petersburg, 21-22 april, 2008, waar Graham en Kantor artikelen presenteerden. Zie Elena Kokurina, 'Matematiki svobodny, kak i filosofy', *V Mire Nauki* (nr. 6, 2008), pp. 12-13.

2. Een crisis in de wiskunde

1. Geciteerd in José Ferreirós, *Labyrinth of Thought: A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics* (Basel: Birkhäuser Verlag, 1999), p. xi.
2. Hermann Weyl, 'Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik', *Mathematische Zeitschrift*, vol. 10 (1921), pp. 39-79.
3. Hermann Weyl, *God and the Universe: The Open World* (New Haven: Yale University Press, 1932), p. 8.
4. *Physics* VI: 9, 239 b15.
5. Zie Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics*, vol. I (Cambridge: Cambridge University Press, 1903).
6. Zie Harvey M. Friedman geciteerd op A. Borovik's blog: <http://www.maths.manchester.ac.uk/~avb/micro-mathematics/2006/09/achilles-tortoise-and-yessenin-volpin.html>, pp. 2-3.
7. G.H. Moore, 'Towards a History of Cantor's Continuum Problem', in David E. Rowe en John McCleary, red., *The History of Modern Mathematics*, vol. I (Boston: Academic Press, 1989), pp. 79-112; Ferreirós, *Labyrinth of Thought*.
8. Geciteerd in Ferreirós, *Labyrinth of Thought*, p. 265, en brief van 5 november 1882 aan Dedekind.
9. G. Cantor, 'Über unendliche, lineare Punktmannlichfaltigkeiten', *Mathematische Annalen*, verwijzing naar Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (Zermelo, red.), 1932.
10. Brief van Hermite aan G. Mittag-Leffler, 24 december 1880, zoals geciteerd in Pierre Dugac, *Histoire de l'analyse*.
11. 'Leur tournure philosophique ne sera pas un obstacle pour le traducteur qui connaît Kant.' Charles Hermite, 'Lettres à G. Mittag-Leffler publiées et annotées par Pierre Dugac', *Cahiers du Séminaire d'Histoire de Mathématiques*, 5 (1980), pp. 49-285.
12. 'Ils ont peu l'air d'une forme sans matière ce qui répugne à l'esprit français', P. Dugac, red., 'Lettres de Poincaré à Gosta Mittag-Leffler', *Cahiers du Séminaire d'histoire mathématiques*, 5 (1984), p. 205.

3. Het Franse drietal: Borel, Lebesgue, Baire

1. 'Verschillende oneindigheden' betekent dat er geen een-op-eencorrespondentie kan bestaan tussen de gehele getallen en het continuüm.

2. Nicolas Boileau-Despréaux, *Les quatre poétiques d'Aristote, d'Horace, de Vida, de Despréaux*, vol. I (Parijs: Saillant et Nyon-Desaint, 1771), p. 153.
3. E. Picard, *Une édition nouvelle du discours de la méthode de Descartes* (Parijs: Gauthier-Villars, 1934), p. 54.
4. Zie B. Belhoste, 'L'enseignement secondaire française et les sciences au début du XX-siècle: La réforme de 1902 des plans d'études et des programme', *Revue d'Histoire des Sciences*, 53 (4) (1990), pp. 371-400.
5. De details over Borels leven zijn ontleend aan Pierre Guiraldenq, *Emile Borel, 1872-1956, L'espace et le temps d'une vie sur deux siècles* (Parijs: Albert Blanchard, 1999); en Camille Marbo, *À travers deux siècles: Souvenirs et rencontres (1883-1967)* (Parijs: Grasset, 1967).
6. Charles Hermite-Stieltjes, *Correspondance* (Parijs: Gauthiers-Villars, 1905), p. 318.
7. Zie Bernard Maurey en Jean-Pierre Tacchi, 'La genèse du théorème de recouvrement de Borel', *Revue d'histoire des mathématiques*, 11, nr. 2 (2005), pp. 163-204.
8. *Collection de monographies sur la théorie des fonctions* (Parijs: Gauthier-Villars, 1950).
9. 'Après avoir intrigué poir soi, on intrigue d'abord poir ses enfants, qui sortent du collège, puis pour les gendres, puis pour leurs enfans au berceau; le système des familles naturelles envahit le sanctuaire; et conduit par un bras tout-puissant, il faut qu'un gendre soit bien lourd, pour se laisser devancer à la course par un parvenu non indigène.' Geciteerd door P. Corsi, *Genèse et enjeux du transformisme, 1770-1830* (Parijs: Editions du CNRS, 2001), p. 305.
10. Camille Marbo, *À travers deux siècles*.
11. De biografische informatie over Lebesgue is afkomstig uit B. Bru en P. Dugac, red., 'Lettres d'Henri Lebesgue à Émile Borel', in Henri Lebesgue, *Les Lendemain de l'intégrale: Lettres à Émile Borel* (Parijs: Vuibert, 2004).
12. Geciteerd door L. Félix in *Message d'un mathématicien, Henri Lebesgue, pour le centenaire de sa naissance* [Texte imprimé] – introduction et extraits choisis par Lucienne Félix, préface par S. Mandelbrojt (Parijs: A. Blanchard, 1974), p. 124.
13. Lebesgue, 'Sur les fonctions représentables analytiquement', *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, I (1905), p. 205; ook in zijn *Oeuvres scientifiques*, vol. III (Parijs, 1972), p. 169.

14. 'Je ne sais pas s'il possible de nommer *une* fonction (cursivering in het origineel) non mesurable; je ne said pas s'il existe des fonctions non mesurables.' Lebesgue, *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives* (Parijs: Gauthier-Villars, 1904), p. 112; ook in zijn *Oeuvres scientifiques*, vol. II (Parijs, 1972), p. 128.
15. Borel, 'Sur la représentation effective de certaines fonctions discontinues', Note de E. Borel, *C.R.T.*, 137 (1903), pp. 903-905.
16. Lebesgue, *Leçons sur l'intégration*; cursivering in het origineel.
17. De informatie over Baire's leven is afkomstig uit P. Dugac, 'Notes et documents sur la vie et l'oeuvre de René Baire', *Archive for History of Exact Sciences*, 15 (1976), pp. 297ff.
18. E. Zermelo, 'Beweis, dass jede Menge wohlgeordnet werden kann', *Mathematische Annalen*, 59 (1904), pp. 514-516.
19. J. Hadamard, R. Baire, H. Lebesgue en E. Borel, 'Cinq lettres sur la théorie des ensembles', *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 23 (1905), pp. 261-273.
20. Hadamard, letter I in 'Cinq lettres'.
21. E. Borel, 'Les Probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques', *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 27 (1909), pp. 247-271.
22. Borels verwerping van het keuzeaxioma werd nauwkeurig omschreven in de Stukken van het Vierde Internationale Congres voor Wiskundigen in Rome, 6-11 april, 1908. Zijn verzet tegen overaftelbare oneindigheden bleef tot aan 1950, in alle vier de latere edities van zijn *Leçons sur la théorie des fonctions*, gehandhaafd.
23. E. Picard, *La science moderne et son état* (Parijs: Flammarion, 1909), passage uit hoofd. 2.
24. Lebesgue, 'Sur les fonctions représentables analytiquement', en analyse door Cavailles in *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles* (Parijs: Hermann, 1938).
25. Bertrand stopte met zijn werk in de pure wiskunde en verdiepte zich aan het eind van zijn carrière in de waarschijnlijkheidstheorie.
26. Camille Marbo, *À travers deux siècles*, p. 172.
27. Borel herhaalde deze uitspraak op verschillende plekken. Zie, bijvoorbeeld, Borel, 'La théorie des ensembles et les progrès récents de la théorie des fonctions', *Revue générale des sciences*, 20 (1909), pp. 315-324.

4. Het Russische drietal: Egorov, Loezin, Florenski

1. *Proceedings of the International Congress of Mathematics*, Zürich, 1897. De informatie over Boegajevs leven is ontleend aan S.S. Demidov, 'N.V. Bugaev and the origin of the Moscow school of the theory of functions of a real variable' (Russisch), *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, 29 (1985), pp. 113-129.
2. Geciteerd in S.M. Polovinkin, 'O studentcheskom matematicheskom kruzhke pri Moskovskom matematicheskom obshchestvo v 1902-1903 gg.', *Istoriko-matematicheskie issledovaniia: sbornik statei*, 30 (Moskou: Nauka, 1986), p. 151.
3. Brief van A. Markov aan A.A. Tsjoeprov, 10 november, 1910, herdrukt in G.P. Basharin, A.N. Langville, en V.A. Naumov, *The Life and Work of A.A. Markov* (Amsterdam: Elsevier, 2004), p. 12.
4. Tot de bronnen over het leven van Egorov behoren: C.E. Ford, 'Dmitrii Egorov: Mathematics and Religion in Moscow', *The Mathematical Intelligencer*, 13(2) (1991), pp. 24-30; P.I. Kuznetsov, 'Dmitri Fedorovich Egorov', *Russian Mathematical Surveys*, 26 (1971), pp. 125-164; A.L. Shields, 'Luzin and Egorov', *The Mathematical Intelligencer*, 9(4) (1987), pp. 24-27; A.L. Shields, 'Luzin and Egorov', Deel 2, *The Mathematical Intelligencer*, 11(2) (1989), pp. 5-8; V. Steklov, P. Lazarev en A. Belopolskii, 'Zapiska ob trudakh D F Egorova', *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk*, 18 (1924), pp. 445-446.
5. S.S. Demidov, 'Professor Moskovskogo universiteta Dmitri Fedorovich Egorov i imeslavie v Rossii v pervoi treti XX steletiiia', *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, 2de reeks, nr. 4 (39) (Moskou: Ianus-K, 1999), pp. 123-156; zie ook Charles Ford, 'Dmitri Egorov: Mathematics and Religion in Moscow', *The Mathematical Intelligencer*, vol. 13, nr. 2 (1991), pp. 24-30.
6. 'Stydlivo nizitsia Egorov', Andrey Bely, *The First Encounter*, vert. Gerald Janaçek (Princeton: Princeton University Press).
7. S.S. Demidov, 'Professor Moskovskogo universiteta Dmitri Fedorovich Egorov i imeslavie v Rossii v pervoi treti XX stoletiiia', 2de reeks, nr. 4 (39) (Moskou: Ianus-K, 1999), p. 138.
8. Tot de bronnen over Loezins leven behoren: N.N. Luzin, *Sobranie sochinenii*, Academie van Wetenschappen van de USSR, Moskou, 1953-1959; S.S. Demidov en B.V. Levshin, *Delo akademika Nikolaia Nikolaevicha Luzina* (St. Petersburg: RkhGI, 1999); S.S. Demidov, 'From the Early History of the Moscow

- School of Function Theory', *Philosophia Mathematica*, 3 (1988), pp. 29-35; S.S. Demidov, A.N. Parshin en S.M. Polovinkin, 'On the Correspondence of N.N. Luzin with P. Florensky' (Russisch), *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, 31 (1989), pp. 116-191; C.E. Ford, 'The influence of P.A. Florensky on N.N. Luzin', *Historia Mathematica*, 25 (1998), pp. 223-339; C.E. Ford, 'Mathematics and Religion in Moscow', *The Mathematical Intelligencer*, 13 (2) (1991), pp. 24-30; L.V. Keldysh, 'The Ideas of N.N. Luzin in Descriptive Set Theory', *Russian Mathematical Surveys*, 29(5) (1974), pp. 179-193; P.I. Kuznetsov, 'Nikolai Nikolaevich Luzin', *Russian Mathematical Surveys*, 29(5) (1974), pp. 195-208; M.A. Lavrentev, 'Nikolai Nikolaevich Luzin', *Russian Mathematical Surveys*, 29(5) (1974), pp. 173-178; E.R. Phillips, 'Nikolai Nikolaevich Luzin and the Moscow School of the Theory of Functions', *Historia Mathematica*, 5 (1978), pp. 275-305; A.L. Shields, 'Luzin and Egorov', *The Mathematical Intelligencer*, 9(4) (1987), pp. 4-27.
9. Citaten zijn afkomstig uit S.S. Demidov, A.N. Parshin en S.M. Polovinkin, 'The Correspondence of N.N. Luzin with P.A. Florensky' (Russisch), *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, nr. 31 (1989), pp. 116-191.
 10. Sviashchenik Pavel Florensky, *Sviashchennoe Pereimenovanie: Izmenenie imen kak vneshnii znak peremen v religioznon soznanii*, Khram sviatoi muchenitsy Tatiy (Moskou, 2006).
 11. Charles E. Ford, 'The Influence of P.A. Florensky on N.N. Luzin', *Historia Mathematica*, 25 (1998), p. 334.
 12. Voor enkele van deze details over Loezins privéleven zie Ford, 'The Influence of P.A. Florensky on N.N. Luzin', pp. 332-339; en M.A. Lavrent'ev, 'Nikolai Nikolaevich Luzin', *Russian Mathematical Surveys*, vol. 29, nr. 5 (1974), pp. 173-178.
 13. Tot de bronnen over het leven van Florenski behoren: A.P. Shikman, *Deiateli otechestvennoi istorii* (Moskou: Ast, 1997); Frank Haney, *Zwischen exakter Wissenschaft und Orthodoxie zur Rationalitätsauffassung Priester Pavel Florenskijs* (Frankfurt am Main: Peter Lang, 2001); Frank Haney et al., red., *Pavel Florenskij – Tradition und Moderne: Beiträge zum Internationalen Symposium der Universität Potsdam, 5 bis 9 April 2000* (Frankfurt am Main: Peter Lang, 2001).
 14. Sergei S. Demidov en Charles E. Ford, 'On the Road to a Unified World View: Priest Pavel Florensky – Theologian, Philosopher, and Scientist', manuscript, juli 2001, p. 1.

15. *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, XXX (1986), p. 160.
16. Ibid.
17. Charles E. Ford, 'N.N. Luzin as Seen Through His Correspondence with P.A. Florensky', *Modern Logic* (juli-oktober, 1997), pp. 233-255.
18. We geloven dat de titel van het essay was zoals het in onze tekst wordt gegeven, alhoewel we daar niet zeker van kunnen zijn omdat we dit essay niet gezien hebben. Het bestaan ervan werd gerapporteerd als 'Ob elementakh alpha-irichnoi sistemi schisleniia', in *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, 31 (1989), p. 134, maar daar luidde de titel 'alfa-getallensysteem' in plaats van 'alef-getallensysteem'. We denken dat dit vrijwel zeker óf een typografische fout óf een vertaalfout is en dat 'alef-getallensysteem' bedoeld werd.

5. Russisch(e) wiskunde en mysticisme

1. Descartes, Meditation II.
2. Arthur Stanley Eddington, *Science and the Unseen World* (New York: Macmillan, 1929), p. 49; Eddington, *New Pathways in Science* (New York: Macmillan, 1935), p. 322.
3. Hermann Weyl, *God and the Universe* (New Haven: Yale University Press), p. 8.
4. Een voorbeeld, zevenhonderd pagina's lang en van onevenwichtige kwaliteit, is Teun Koetsier en Luc Bergmans, red., *Mathematics and the Divine: A Historical Study* (Amsterdam: Elsevier, 2005).
5. *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, XXXI (1989), p. 147.
6. Plotinus zou in werkelijkheid weleens een Egyptenaar kunnen zijn geweest, maar hij behoorde tot de Griekse traditie en was een aanhanger van Plato.
7. William James, *The Varieties of Religious Experience* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1985), p. 333. [Nederlandse vertaling vrij naar William James, *Vormen van Religieuze Ervaring. Een Onderzoek naar het Wezen van de Mens* (vertaling Daniël Mok en Johan van Tricht), Amsterdam: Uitgeverij Abraxas, 2005, p. 313.
8. Ibid., p. 302 [Nederlandse vertaling vrij naar [James, 2005], p. 282].
9. Zie de brief van Loezin aan 'Petr Afanas'evich' Florensky van 1 mei, 1906, in S.S. Demidov en A.N. Parshin, red., 'O perepiske

N.N. Luzina s P.A. Florenskim', *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, XXI (1989), p. 135.

10. Ibid.
11. Zie Sviashchennik Pavel Florensky, *Sochinneniia v chetyrekh tomakh*, vol. 3 (1), *Mysl'* (Moskou, 2000), pp. 252-264, en *passim* in andere volumes van zijn verzamelde werken.
12. '...das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit'; Georg Cantor, 'Über unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten', *Mathematische Annalen*, vol. 21 (1882), pp. 545-591, op p. 545.
13. De ontwikkeling, onder de noemer van 'aritmologie' van de p-adische getallen door Kurt Hensel in 1897 maakte indruk op het Russische Drietal.
14. Voor een moderne vertaling van de Memphitische theologie zie Marshall Clagett, *Ancient Egyptian Science*, vol. 1 (Philadelphia: American Philosophical Society, 1989), pp. 305-312, 595-602. We zijn John Murdoch erkentelijk voor deze suggestie. Zie Gershom Scholem, *Major Trends in Jewish Mysticism* (New York: Schocken, 1995) over de joodse mystieke traditie.
15. Henri Lebesgue, 'Contribution a l'étude des correspondances de M. Zermelo', *Bulletin de la Société Mathématique de France*, vol. 35 (107), pp. 227-237, vooral pp. 228, 236. Later, na tussenkomst van Zermelo en ook na Richards brief, zou het bijvoeglijk naamwoord 'effectief' of 'aftelbaar' gebruikt worden, bijvoorbeeld door Borel: zie Hadamard et al., 'Cinq lettres sur la théorie des ensembles', *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 23 (1905).
16. Roger Cooke, 'N.N. Luzin on the Problems of Set Theory', ongepubliceerd concept, januari 1990, pp. 1-2, 7.
17. Een nauwkeuriger Franse vertaling zou zijn geweest 'nommer, c'est avoir à faire avec un individu', Zie de Appendix, p. 253.
18. Brief van Loezin aan Arnaud Denjoy, 4 maart, 1928, in Pierre Dugac, 'Nicolas Lusin: Lettres à Arnaud Denjoy, avec introduction et notes', *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 27 (1977-1978), pp. 179-206.
19. 'Récoltes et Semaines, Réflexions et témoignages sur un passé de mathématicien' (1985-86), p. 24. Nog te verschijnen in IHES. Zie <http://www.fermentmagazine.org/rands/recoltes.html> (bezocht op 30 december, 2007; vertaald door Roy Lisker).
20. A. Jackson, 'Comme Appelé du Néant', *Notices of the American Mathematical Society*, 51 (nr. 10), p. 1197.

6. Het legendarische Lusitania

1. Persoonlijke communicatie, S.S. Demidov, zoals opgetekend in een e-mail van Kantor aan Graham, 29 juni, 2004.
2. M.A. Lavrent'ev, 'Nikolai Nikolaevich Luzin', *Russian Mathematical Surveys*, 29, nr. 5 (1974), pp. 173-178.
3. E-mail van J.-M. Kantor van 29 juni, 2004, verslag uitbrengend van gesprekken met Sergej Demidov en mondelinge memoires van Lazar Ljoesternik.
4. Lavrent'ev, 'Nikolai Nikolaevich Luzin', *Russian Mathematical Surveys*, 29, nr. 5 (1974), pp. 173-178, en *Uspekhi Matematicheskikh Nauk*, 29, nr. 5 (1974), pp. 177-182.
5. Esther R. Phillips, 'Nicolai Nicoleavich Luzin and the Moscow School of the Theory of Functions', *Historia Mathematica*, 5 (1978), p. 293.
6. Bijvoorbeeld de *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner, 1970-1990). Egorov bevindt zich in vol. IV, pp. 287-288; Loezin in vol. VIII, pp. 557-559; Aleksandrov in vol. XVII, supplement II, pp. 11-15; Oeryson in vol. XIII, pp. 548-549; Stepanov in vol. XIII, pp. 35-36.
7. Lipman Bers, geciteerd in *Review of U.S.-USSR Interacademy Exchanges and Relations* ('het Kaysen Rapport'), National Academy of Sciences, Washington, D.C., 1977.
8. L.A. Lyusternik, 'The Early Years of the Moscow Mathematical School', *Russian Mathematical Surveys*, 22, nr. 4 (1967), p. 60.
9. *Ibid.*, p. 55.
10. *Ibid.*, p. 56.
11. *Ibid.*
12. 'Lang leve de academie!/Lang leve de professoren!/Lang leve de republiek!/En degene die haar regeert!/Lang leve onze stad!'
13. V. Stratonov, 'Poteria moskovskim universitetom svobody', *Moskovsky universitet, 1755-1930*, *Sovremennyya zapiski* (Parijs, 1930), pp. 199-200.
14. V.V. El'iasjevitsj, A.A. Kizevetter, M.M. Novikov, *Moskovsky universitet, 1755-1930: iubileinyia sbornik*, Izdatelstvo 'Sovremennyya zapiski' (Parijs, 1930), p. 167.
15. L.A. Lyusternik, 'Address at the Jubilee Session of the Moscow Mathematical Society', *Russian Mathematical Surveys*, 20, nr. 3 (1965), p. 20. Het rijm gaat in de vertaling helaas verloren.

16. El'iasjevitsj et al., *Moskovsky universitet*, pp. 162-163.
17. Lyusternik, 'The Early Years of the Moscow Mathematical School', p. 189.
18. Ibid., pp. 171-211.
19. Ibid., pp. 177-178.
20. Ibid., pp. 59.
21. Lyusternik, 'Address at the Jubilee Session', p. 25.
22. Onlangs zijn er strategieën betreffende de aanpak van het CH-probleem verschenen, zoals de zeer veelbelovende resultaten van W. Hugh Woodin in zijn 'The Continuum Hypothesis, I-II', *Notices of the American Mathematical Society*, 48 (2001), pp. 567-576, 681-690.
23. Waclaw Sierpinski, *Les ensembles projectifs et analytiques* (Parijs: Gathier-Villars, 1950), pp. 44-47. Voor meer informatie over Soeslin, die op tragisch jonge leeftijd stierf, zie V.I Igoshin, 'A Short Biography of Mikhail Yakovlevich Suslin', *Russian Mathematical Surveys*, 51 (3) (1996), pp. 371-383.
24. Ibid.
25. Zie G.G. Lorentz, 'Who Discovered Analytic Sets', *The Mathematical Intelligencer*, 23, nr. 4 (2001), pp. 28-32.
26. S.S Demidov en B.V. Levshin, red., *Delo akademika Nikolaia Nikolaevicha Luzina* (St. Petersburg: RKhGI, 1999), *passim*, en vooral p. 26.
27. (Ongepubliceerd) Hausdorff, Doos 61, brief van Aleksandrov aan Hausdorff, 29 november, 1925. Deze brief zal worden herdrukt in vol. IX van de *Complete Works* van Hausdorff (2010), red. E. Brieskorn.
28. Fond 496, GARF, Staatsarchief van de Russische Federatie.
29. Over Sjmids zie GARF, Staatsarchief van de Russische Federatie, Fond 496. Zie ook Lyusternik, 'The Early Years of the Moscow Mathematical School', en P.S. Aleksandrov, 'Pages from an Autobiography'. Voor een beschrijving van de door Sjmids gelegde verbinding tussen marxisme en kosmogonie en de wiskunde, zie Loren R. Graham, *Science and Philosophy in the Soviet Union* (New York: Knopf, 1972), pp. 146-156.
30. L.A. Lyusternik, 'The Early Years of the Moscow Mathematical School', *Russian Mathematical Surveys*, 25, nr. 4 (1970), pp. 167-174 bevat deze en andere verrukkelijke details over het uitstapje naar Petrograd van de Moskouse wiskundigen.

7. Het lot van het Russische drielal

1. Het levensverhaal van de persoon naar wie de kerk werd vernoemd, St. Tatjana, scheen betekenisvol te zijn voor de religieus gelovigen in het Rusland van de jaren twintig van de twintigste eeuw. De overlevering stelt dat zij voor de kerstening van het Romeinse Rijk onder het bewind van Keizer Severus Alexander (222-235 n. Chr) een geheime christen was geweest die werd gemarteld omwille van haar geloof in de Russisch-orthodoxe Kerk. Zij is de beschermheilige van studenten en bijgevolg werden universiteitskapellen in de tsaristische periode vaak naar haar vernoemd. In het Sovjettijdperk dat daarop volgde, voelden de professoren en studenten die in het geheim doorgingen met het praktiseren van hun geloof een verwantschap met St. Tatjana, die op een vergelijkbare manier had geprobeerd om haar religie te verbergen voor een onderdrukkend regime.
2. Zie, bijvoorbeeld, V. Molodshii, *Effektivizm v Matematike*, Gosudarstvennoe Sotsial'no-Ekonicheskoe Izdatel'stvo (Moskou, 1938).
3. Geciteerd in L.N. Mitrokhin, 'Philosophy of Religion: New Perspectives', *Russian Studies in Philosophy*, 45, nr. 3 (winter 2006-2007), p. 22.
4. René Fülöp-Miller, *The Mind and Face of Bolshevism* (Londen: 1926).
5. Arnosht (Ernest) Kolman, *My ne dolzhny byli tak zhit'* (New York: Chalidze Publications, 1982), p. 7.
6. Zie S.S. Demidov, 'Professor Moskovskogo universiteta Dmitrii Fedorovich Egorov i imeslavie v Rossii v pervoi treti XX stoletia', *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, 39, nr. 4 (1999), pp. 138-140.
7. Ibid.
8. Iu.B. Ermolaev, red., *Nikolaj Grigor'vich Tsjebotarov* (Kazan, 1994), p. 91.
9. Vitaly Shentalinsky, *Arrested Voices: Resurrecting the Disappeared Writers of the Soviet Regime*, vert. John Crowfoot (New York: Free Press, Martin Kessler Books, 1996), p. 105.
10. Ibid., p. 115.
11. Ibid., pp. 111, 115.
12. S.S. Demidov en B.V. Levshin, red., *Delo Akademika Nikolaia Nikolaevicha Luzina* (St. Petersburg: RKhGI, 1999).
13. Shentalinsky, *Arrested Voices*, p. 114.

14. Ibid.
15. Ibid., p. 123.
16. Demidov en Levshin, *Delo Akademika Nikolaj Nikolaevicha Loezina*, p. 100.
17. Ibid., p. 102.
18. Ons is verteld dat hij tijdens een van zijn verblijven in een sanatorium bij een verpleegster een dochter verwekte; het kleine meisje verkeerde in slechte gezondheid en haar lot is niet bekend. Echter, de zuster overleefde nog tot lang na Loezins dood in 1950 en, in armoede verkerend, was ze in de vroege jaren negentig, na het einde van de Sovjet-Unie, nog in leven. Voor bijstand deed ze een beroep op de Academie van Wetenschappen en ze ontving klaarblijkelijk wat hulp, ofschoon alle instituties in Rusland in deze tijd in uiterst dringende financiële nood zaten.
19. Zie Sergei S. Demidov en Charles E. Ford, 'N.N. Luzin and the Affair of the "National Fascist Center"', in *History of Mathematics*, J. Dauben et al. (San Diego: Academic Press, 1995), pp. 137-148.
20. Herdrukt uit het Archief van de President van de Russische Federatie in Demidov en Levshin, *Delo Akademika Nikolaj Nikolaevicha Loezina*, p. 18.
21. Loren Graham ontmoette Kolman voor zijn dood in 1979 enkele keren, zowel in Moskou als in Cambridge, Massachusetts, en praatte met hem over deze gebeurtenissen. De verouderde Kolman betreurde zijn handelingen, maar wenste niet om uitvoerig over ze te spreken. Kolman en Graham hadden in de marxistische MIT wiskundige en historicus van de wiskunde Dirk Struik een gedeelde vriend, aan wie Kolman met deze woorden een boek opdroeg dat de wiskunde interpreteerde vanuit het standpunt van het marxisme: 'Aan D.J. Struik, als een teken van onze strijd voor een wetenschappelijke wereldopvatting'. Zie E. Kolman, *Predmet i metod sovremonnoi matematiki*, Gosudarstvennoe sotsial'no-ekonomicheskoe izdatel'stvo (Moskou, 1936), een geschenk van Dirk Struik in het bezit van Loren Graham, en E. Kolman, *My ne dolzhny byli tak zhit* (New York: Chalidze Publications, 1982).
22. Kolman, 'Urgent Tasks for Science and Technology and the Role of the Communist Academy', (Moskou-Leningrad: GSI, 1936), pp. 26-40, in het Russisch geciteerd door N.S. Ermolaeva, 'On the So-Called Leningrad Mathematical Front', *American Mathematical Society Translations* (2), vol. 193 (1999), pp. 261-271.

23. Demidov en Levshin, *Delo Akademika Nikolaja Nikolaevicha Loezina*, p. 18.
24. Loren Graham, 'The Socio-Political Roots of Boris Hessen: Soviet Marxism and the History of Science', *Social Studies of Science*, 15, nr. 4 (1985), pp. 705-722.
25. Paul Labérenne in *A la lumière du Marxisme* (Parijs: Editions Sociales Internationales, 1936).
26. Zowel Kolman als Molodski schreven in de late jaren dertig van de twintigste eeuw boeken waarin deze zienswijzen werden geuit en waarin Loezin werd bekritiseerd. Beide gaven in de boeken aan dat zij zulke opinies veel eerder in lezingen onder woorden hadden gebracht. Zie Kolman, *Predmet i metod sovremennoi matematiki*, vooral pp. 8, 290 en Molodshii, *Effektivizm v matematike*, pp. 78-84.
27. Demidov en Levshin, *Delo Akademika Nikolaj Nikolaevich Loezina*, p. 257.
28. *Ibid.*, p. 22.
29. *Ibid.*, p. 128.
30. *Ibid.*, pp. 128-129.
31. Brief van Loezin aan Sjmids, 24 februari, 1926, *Istoriko-matematicheskie issledovnia* (Moskou: Nauka, 1985), p. 279.
32. A.P. Youshkevich en P. Dugas, 'L'affaire de l'Académicien Loezin de 1936', *La Gazette des mathématiciens* (december 1988), p. 34.
33. Zie Kapitsa's brief in 'Pis'mo P.L. Kapitsy V.M. Molotovu 6 Iiulia 1936g', in Demidov en Levshin, *Delo Akademika Nikolaj Nikolaevich Luzina*.

8. Lusitania en erna

1. Het moet worden opgemerkt dat onze kaart niet compleet is, aangezien sommige onderzoeksvelden niet adequaat worden weergegeven.
2. Yakov Sinai, *Russian Mathematicians in the 20th Century* (Singapore: World Scientific Publishing Company, 2003); A.A. Bolibruch, Yu. S. Osipov en Ya. G. Sinai, *Mathematical Events of the Twentieth Century* (Berlijn-Heidelberg-New York: Springer, 2006). Over de geschiedenis van de Moskouse School voor Wiskunde zie ook Smilka Zdravkovska en Peter L. Duren, reds., *Golden Years of Moscow Mathematics*, 2de ed. (History

of Mathematics, vol. 6), American Mathematical Society and London Mathematical Society, 2007.

3. Zie de beroemde brief van Christian Goldbach aan Leonhard Euler van 7 juni, 1742.
4. www.gay.ru/english/life/religion/florensk.htm, bezocht in 2006.
5. P.S. Alexandrov, 'Pages from an Autobiography', *Russian Mathematical Surveys*, 34, nr. 6 (1979), pp. 267-302, en 35, nr. 3 (1980), pp. 315-358.
6. A.S. Kechris, *Classical Descriptive Set Theory* (New York: Springer-Verlag, 1995), p. 83.
7. P.S. Alexandrov, 'Pages from an Autobiography', *Russian Mathematical Surveys*, 35, nr. 3 (1980), p. 318.
8. Carlos Sánchez Fernández en Concepción Valdés Castro, *Kolmogórov: El zar del azar*, NIVOLA libros y ediciones, S.L. (Tres Cantos, España, 2003).
9. P.S. Alexandrov, 'Pages from an Autobiography', *Russian Mathematical Surveys*, 35, nr. 3 (1980), p. 333.
10. Gesprekken met en e-mailberichten van Stela Pisareva, directeur van het museum van de Universiteit van Kazan, en Natalja Zinkina, archiviste aan de universiteit, mei 14-15, 2007, alsook een bezoek van Loren Graham aan de Universiteit van Kazan in maart 2007.
11. Dit incident was binnen de Academie alom bekend en werd mondeling vele keren naverteld. Eén gedrukte verwijzing ernaar, zonder de volledige details, is A.P. Youshkevitch, 'Encounters with Mathematicians', in Zdravkovska en Duren, reds., *Golden Years of Moscow Mathematics*, p. 24. Een andere is G.G. Lorentz, 'Mathematics and Politics in the Soviet Union from 1928 to 1953', *Journal of Approximation Theory*, 116 (2002), p. 207.

9. Het menselijke in de wiskunde, toen en nu

1. F. Patte, 'The Karani: How to Use Integers to Make Accurate Calculations on Square Roots', in Gerald G. Emch, R. Sridharan en M.D. Srinivas, reds., *Contributions to the History of Indian Mathematics* (New Delhi: Hindustan Book Agency, 2005).
2. 'In den beginne was het Woord', Johannes 1:1.
3. Na het werk van de logicus Alfonso Church, Kurt Gödel en Alan Turing ontstond er met behulp van de recursietheorie rond 1935

een nauwkeurig begrip van wat een algoritme is. Zie Martin Davis, red., *The Undecidable: Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvability Problems, and Computable Functions* (New York: Raven Press, 1965).

4. A.F. Losev, *Imia: izbrannye raboty, perevodny, besedy, issledovaniia, arkhivnyue, materialy*, red. A.A. Takho-Godi (St. Petersburg: Aleteiia, 1997); Konstantin Borshch, *Imiaslavie: sbornik bogoslovsko-publitsisticheskikh statei, dokumentov i kommentariiev* (Moskou: Pskovskaia oblastnaia tipografiia, 2003); Elena Gurko, *Bozhestvennaia onomatologii: imenovanie Boga v imaslavii, simbolizme i dekonstruktsii* (Minsk: Ekonompress, 2006); Sergei Kremensky en Arkhiepiskop Ternopol'sky, *Pravoslavnyi vzgliad na pochitanie imeni Bozhii: sobytiia na Afone 1913* (Lviv: Izdatel'stvo missionerskogo otdela L'vovskoi eparkhii UPTs, 2003); Tat'iana Senina, *Imiaslavtsy ili imiabozhniki? Spor o prirode imeni Bozhii i afonsko dvizhenie imaslavtsev, 1910-1920-kh godov* (St. Petersburg, 2002); D. Leskin, *Spor ob imeni Bozhiem: filosofii imeni v Rossii v kontekste afonskikh sobitii 1910-kh gg.* (St. Petersburg: Aleteiia, 2004); A.M. Khitrov en O.L. Solomina, *Zabytye stranitsy russkogo imiaslavia: sbornik dokumentov i publikatsii po afonskim sobytiam 1910-1913 gg. i dvizheniiu imislavii v 1910-1918 gg.* (Moskou: Palomnik', 2001); E.S. Polishchuk, *Imiaslavie: Antologii* (Moskou: Fakorial Press, 2002); N.V. Skorobogat' ko en A.T. Kazarian, *Imiaslavie: materialy k razresheniiu spora ob Imeni Bozhiem*, Nachala Nr. 1-4 (Moskou, 1996); Episkop Ilarion (Alfeev), *Sviashchennaia taina tserkvi: vvedenie v istoriiu i problematiku imiaslavskikh sporov*, vol. I (St Petersburg: Aleteiia, 2002); Episkop Ilarion (Alfeev) *Sviashchennaia taina tserkvi: vvedenie v istoriiu i problematiku imiaslavskikh sporov*, vol. II (St. Petersburg: Aleteiia, 2002); Iu. Rasskazov, *Sekrety imen: ot imiaslavii do filosofii iazyka* (Moskou: Labirint, 2000); Kliment, sviatogorsky monakh, *Imiabozhnichesky bunt, ili plody ucheniia knigi 'na gorakh kavkaza': kratkii istoricheskii ocherk afonskoi smuty* (Moskou: K' Svetu, 2005); Hilarion Alfeyev, *Le Nom grand et glorieux: La vénération du Nom de Dieu et la prière de Jésus dans la tradition orthodoxe*, vert. Uit het Russisch vertaald door Claire Jounievy, Hiéromoine Alexandre (Siniakov), en Dom André Louf (Parijs: Les Éditions du Cerf, 2007); Sviashchennik Pavel Florenski, *Sviashchennoe pereimеноvanie: izmenenie imen kak znak peremen v religioznom soznanii*, Khram sviatoi muchenitsy Tatiiany (Moskou: 2006).

5. V.M. Tikhomirov, 'On Moscow Mathematics – Then and Now', in Smilka Zdravkovska en Peter Duren, reds., *Golden Years of Moscow Mathematics*, American Mathematical Society and London Mathematical Society, 2007, pp. 273-283.
6. Zie Yiannis Moschovakis, *Descriptive Set Theory* (Noord-Holland, 1995); Hugh Woodin, 'The Continuum Hypothesis', Deel I en II, *Notices of the American Mathematical Society*, 48, nrs. 6 en 7 (2001), pp. 567-576 en 681-690.
7. Zie Claude Dellacherie en Paul-André Meyer, *Probabilities and Potential*, een boekenreeks (Amsterdam-New York: Elsevier North-Holland, 1978).
8. Paus Benedictus XVI, Regensburglezing, 12 september, 2006.
9. Voor Jacques Bouveresses discussie van Quine's analyse van het bestaan van reële getallen in zijn lezingen aan het Collège de France in 2007/08 zie http://www-college-de-france.fr/default/EN/all/-phi_lan/cours+et+seminaries_anterieurs.htm.
10. 'How Convincing is a Proof?', Y. Manin, met een discussie door B.H. Neumann en S. Feferman, in *The Mathematical Intelligencer*, 2, nr. 1 (1977), pp. 17-24.
11. *Récoltes et Semailles* (R&S), te verschijnen bij IHES, vert. Roy Lisker: www.ferment-magazine.org/rands/recoltes1.html (bezocht op 30 december, 2007).
12. R & S, p. 24.
13. Recensie van Oliver Sacks, 'In the River of Consciousness', *New York Review of Books*, 15 januari, 2004; Yu. I. Manin, 'Georg Cantor and His Heritage', lezing gegeven aan de Duitse Vereniging voor Wiskunde en de Cantor Medaille uitreikingsceremonie, 19 september, 2002, p. 4; en zijn verwijzing naar S. Dehaene, E. Spelke, P. Pinet, R. Stenescu en S. Tsivkin, 'Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence', *Science*, 7 mei, 1999, vol. 284, pp. 970-974.
14. Persoonlijke communicatie, oktober 2005.

Index

- Abchazië, 24
Academie van Wetenschappen van de Sovjet-Unie, 180, 233, 245
Adelphopoiesis ('broedermaking'), 112
Ajchenvald, T.Iu., 138, 139
Aleksandra, tsarina, 20, 26
Aleksandrov, Pavel, 71, 88, 152, 154; en A-verzamelingen, 158; als cricicus van Loezin, 159; tegen de BVL, 192; tegen Loezin, 193, 197, 198, 201, 217; en verkiezing tot lid van de Academie van Wetenschappen, 205, 209, 210; en Oeryson, 219-224; foto met Brouwer en Oeryson, 223; dood van Oersyon, 222-224; en Kolmogorov, 225; foto met Kolmogorov, 232
Anaximander van Milete, 35
Andrejevski-klooster, de berg Athos, 22
Anselmus, heilige, 83
Anti-Naamaanbidders, op de berg Athos, 19
Antisemitisme, 66, 244
Apeiron, 35, 36, 39
Appell, Marguerite (Camille Marbo), 56, 62, 68
Appell, Paul, 47, 50, 61, 63, 67
Arabia, Alberto, 262
Archimedes, 61
Aristoteles, 36-38, 191, 235
Aritmologie, 92, 97
Arnold, V.I., 209
A-verzamelingen, 156, 158, 257
Axiomatische methode, 88
Baire, René, 39, 49, 54, 64-66, 69-77, 251; psychologische problemen van, 75, 76, 90; zelfmoord van, 88; als grootvader van de BVL, 158; genoemd in de rechtszaak tegen Loezin, 199
Baire-ruimte, 72
Bajuk, Dmitri, 262
Bakh, A.N., 197
Bari, Nina; 138, 152, 197, 198, 200, 209, 210; en dood van, 243
Belhoste, B., 271
Bely, Andrej, 92, 102, 115, 121, 129
Bendixson, Ivar Otto, 153, 154
Berg Athos, 17-22, 127
Bergmans, Luc, 275n4
Beria, Lavrenti, 203
Bernoulli, Jacob, 95
Bernstein, S.N., 197
Bers, Lipman, 277n7
Bertrand, Joseph, 62, 63, 86
Beschrijvende verzamelingenleer (BVL), 153; ontstaan van, 155, 246
Beskin, N.M., 103
Bibliothèque Sainte-Geneviève, 109
Biddle, Sheila, 263
Boecharin, Nikolaj, 151, 167, 169, 171, 191
Boegajev, Nikolaj V., 92, 93, 98, 106, 117
Boelatovitsj, Aleksandr (broeder Antoni), 23, 29
Boelgakov, Sergej, 30
Boileau, Nicolas, 54
Bois-Reymond, Paul du, 48
Bolibruch, A.A., 281n2
Bolzano, Bernard, 41
Boole, George, 248
Borel, Émile, 39, 49, 54, 56-64, 252; huwelijk met Marguerite Appell, 62, 63, 68, 89; ontmoet Russell, 79; en het keuzeaxioma, 81; verschillen met Lebesgue, 85-89; bedenkingen over verzamelingenleer, 87; en wetenschap in de Eerste Wereldoorlog, 89; en de Dreyfusaffaire, 66, 67, 99, 108; en B-verzamelingen, 153, 154; als grootvader van de BVL, 158; genoemd in de rechtszaak tegen Loezin, 199, 200; verzet zich tegen vervolging van Loezin, 200; onenigheid met Lebesgue, 234
Borel, Honoré, 56
Borges, Jorge Luis, 33
Bourbaki-groep, 84, 248, 250
Boutroux, Émile, 52, 63
Boutroux, Pierre, 63
Bouveresse, Jacques, 248
Brahmanen en heilige getallen, 237
Brieskorn, E., 262, 278n27
Brouwer, L.E.J., 221, 223, 225, 248
Bru, Bernard, 261, 271n11
Buck, Peter, 262
Buckle, Henry Thomas, 91
Burali-Forti, Cesare, 78
B-verzamelingen (Borel-verzamelingen), 61, 153, 154, 156

- Cameron, Douglas, 261
 Cantor, Georg, 34, 39; en de verzamelingenleer, 41-43; en de ternaire (Cantor) verzameling, 43-46, 53, 70; en paradoxen, 77, 153, 248, 257
 Cauchy, Augustin, 59
 Chamont, M., 109
 Chintsjin, A.Ia., 188, 197, 198, 210
 Choquet, Gustave, 247, 259n1
 Chrisanf, Vader, 26, 27
 Chroesjtsjov, Nikita, 202
 Church, Alonzo, 246, 256, 282, n. 3
 Clemenceau, Georges, 62
 Cohen, Paul, 85, 159, 252, 256, 259n2
 Communistische Partij, Frankrijk, 201
 Comte, Auguste, 54, 55
 Concepción, Valdés Castro, 282n8
 Continuüm/Continuümhypothese (CH), 42-44, 48, 49, 53, 54, 79, 88, 116, 152, 211, 217, 247, 253, 255
 Cooke, Roger, 251, 259n3, 261, 276n16
 Corsi, P., 271n9
 Courant, Richard, 221
 Couturat, Louis, 71
 Cox, Harvey, 261
 Curie, Marie, 64
 Curie, Pierre, 63
 Darboux, Jean Gaston, 50, 58, 60-62, 67, 72, 97, 98
 Darwin, Charles, 116
 Dauben, Joseph, 280n19
 David, archimandriet, 29
 Davis, Martin, 283n3
 Dedekind, Richard, 42, 46
 Dehornoy, Patrick, 261
 Dellacherie, Claude, 261
 Demidov, Sergej, 98, 261, 273nn1,5,7,8, 274nn9,14, 245n9, 277nn1,3, 278n26, 279nn6,12, 280nn16,19,20, 281nn23,27,33
 Denjoy, Arnaud, 57, 75, 76, 130, 199-201, 247, 253; genoemd in de rechtszaak tegen Loezin, 199, 200
 Denjoy, Fabrice, 201
 Denjoy, René, 131
 Departement Wiskunde, Universiteit van Moskou, 207, 208
 Derrida, Jacques, 31
 Desanti, Jean-Toussaint, 248
 Descartes, René, 54
 Dickinson, Jonathan, 262
 Dieudonné, Jean, 88
 Dini, Ulisse, 73
 Dreyfusaffaire, 66-69, 99
 Dugac, Pierre, 259
 Dummett, Michael, 248
 Duncan, Isadora, 219
 Duren, Peter, 284n5
 École Normale Supérieure, 56, 58, 73, 108
 École Polytechnique, 58, 73
 Eddington, Arthur Stanley, 122, 275n2
 Église Sainte-Geneviève, 109
 Egorov, Dmitri, 29-31, 33, 50; en de Dreyfusaffaire, 66, 97-100, 103; ontvangt studenten thuis, 136; tussen wiskundigen van wereldformaat, 137; manier van lesgeven, 143, 144; afgebeeld met Loezin en Sierpinski, 157; na de Russische Revolutie, 165-167; en Tsjebotarov, 173; arrestatie van, 177, 178; in ballingschap, 178; dood van, 179, 180; grondlegger van de Moskouse School voor Wiskunde, 207, 208, 219
 Egorovoppervlakten, 97
 Eiges, Aleksandr, 216
 Eiges, Jekaterina, 219, 220
 Erickson, Cliff, 262
 Ermolaev, Iu.B., 279n8
 Ermolajeva, N.S., 261, 280n22
 Ern, V.F., 114
 Esenin, Sergej, 219
 Esenin-Volpin, Aleksandr, 38, 39
 Eudoxus, 53, 61
 Euler, Leonhard, 75
 Failla, Sarah, 262
 Fanger, Donald, 262
 Feferman, S., 284n10
 Fernández, Carlos Sánchez, 282n8
 Ferreirós, José, 269n1
 Fersman, A.E., 197
 Fligye, Irina, 188
 Florenskaja, Anna Michajlovna, 182
 Florenski, Pavel, 27, 30, 40, 91; en hernoemen, 93, 111; *De Pilaar en Grond van de Waarheid*, 110, 214; *Het Heilige Hernoemen*, 111, 95, 114-118, 126, 182; tweede arrestatie van, 182, 183; derde arrestatie en bekentenis van, 184; dood van, 186, 187
 Fock, Vladimir, 202
 Ford, C.F., 273nn3,5, 274nn8,11,12,14, 275n17, 280n19

- Fourier, Joseph, 49, 52
 Franse Revolutie, 57, 109
 Fréchet, Maurice, 49, 216
 Frege, Gottlob, 250
 Friedman, Harvey, 270n5
 Frobenius, Ferdinand George, 98
 Fülöp-Miller, René, 29
 Functies, continu en discontinu, 60;
 discontinu van klasse één, twee,
 70, 71, 74, 75, 82; half-continue, 75,
 92-94, 97, 111, 115-118, 128
- Galileo, 40
 Galison, Peter, 262
 Garfunkel, Sol en Laurie, 262
 Gaunilon, monnik van Noirmoutiers, 83
 Gebed van het Hart, 23, 24
 Gelfand, I.M., 209, 242
 Gérard, E., 66
 Gerovitsj, Slava, 262
 Glossolalie, 24
 Godbouwers, 168
 Gödel, Kurt, 85, 159, 247, 252, 282n3
 Gorboenov, N.P., 197
 Gordin, Michael, 262
 Gorki, Maksim, 183
 Graham, Meg, 263
 Graham, Patricia Albjerg, 263
 Grave, Dmitri, 173
 Gregorius Palamas, 24
 Gregorius van Rimini, 40
 Greisenbeck, Donna, 262
 Grothendieck, Alexander, 122, 132, 249,
 250
 Grzjimali, Anna (Aida), 100, 101, 143
 Grzjimali, Ivan, 100, 101, 103, 143
 Grzjimali, Natalja, 101, 143
 Guillemin, Victor, 262
 Guiraldenq, Pierre, 261, 271n5
 Gurko, Elena, 269n6, 283n4
 Gustafson, Richard, 214
- Hadamard, Jacques, 49, 66, 73, 80, 98,
 108, 201
 Hall, Karl, 262
 Haney, Frank, 274n13
 Hausdorff, Felix, 71, 154, 215, 221
 Heilige Drie-Eenheidsklooster van St.
 Sergej, 119, 167, 182
 Heilige Synode, 20, 27, 29
 Hermite, Charles, 47, 48, 59, 60, 63, 72,
 73, 93
- Hervorming van het Franse onderwijs
 (1902), 86
 Hessen, Boris, 191, 281n24
 Hesychastische monniken, 24
 Hilarion, monnik, 23-25
 Hilbert, David, 46, 49, 51, 52-54, 80, 88,
 98, 153, 215, 221, 248, 258
 Hilbert-school, 84, 250
 Hitler, Adolf, 185, 205
 Holyoke, Nancy, 262
 Homoseksualiteit en Lusitania, 214, 215,
 232-234
 Hoover, Herbert, 144
 Hopf, Heinz, 228
 Hume, David, 239
- Ibsen, Henrik, 218
 Idealisme, 94, 151
 Igoshin, V.I., 278n23
 Instituut voor Wiskunde en Mechanica,
 Universiteit van Moskou, 172
 Italiaanse school voor wiskunde, 49
- Jackson, A., 276n20
 Jagoda, Genrich 182
 James, William, 125
 Jezusgebed, 17, 19, 23-26, 28, 175, 178
 Joachim III, patriarch, 26
 Jordan, Camille, 60, 72
- Kant, Immanuel, 48, 53, 77
 Kantor, Dominique, 263
 Kapitsa, Pjotr, 202-205
 Kardinaalgetal, 44, 45, 77, 126
 Katajev, Nikolaj, 225
 Kazan, stad en universiteit, 174, 177, 178
 Kechris, A.S., 282n6
 Keenan, Ned, 261
 Keldysj, Ljoedmila, 82, 209, 210
 Kerk van St. Tatjana de Martelares, 109,
 111, 139, 146, 147, 166
 Keuzeaxioma, 71, 79, Frans debat over,
 79-86, 248, 252-256
 Khitrov, A.M., 283n4
 Kleene, S.C., 246
 Klein, Felix, 59, 98
 Kloejev, Nikolaj, 219
 Koerosj, A.G., 210
 Koetsier, Teun, 275n4
 Kolman, Ernst, 168; kritiek op Egorov,
 Florenski en Loezin, 170-172, 176, 177,
 190, 191, 193; zet een val voor Loezin,

- 194-197; aanklacht tegen Loezin, 200, 201
- Kolmogorov, Andrej, 137, 160, 198, 209, 210, 225-234; relatie met P.S. Aleksandrov, 215, 225-234; relatie met P.S. Oeryson, 215; en Loezin, 226, 227; en Stepanov, 226, 227; en de rechtszaak tegen Loezin, 230; foto met Aleksandrov, 232
- Komarovka, 228, 229
- König, Julius, 79
- Kostitsjin, V.A., 105
- Kronecker, Leopold, 45, 47, 59, 60
- Krzizjanovski, Gleb, 196, 197, 203-205
- Kutateladze, S.S., 261
- Kuznetsov, P.I., 273n4, 274n8
- Labérenne, Paul, 191, 281n25
- Landau, Leo, 202
- Langevin, Paul, 63, 64, 88, 200, 201
- Laplace, Pierre-Simon, 49, 52
- Laub, Ferdinand, 100
- Lavrentev, M.V., 208, 210, 274n8
- Lazarev, P.P., 162
- Lebesgue, Henri, 39, 50, 54, 60, 63-72, 253; en het keuzeaxioma, 78, 79, 81; en Banach, 83; verschillen met Borel, 85-89; en de Dreyfusaffaire, 99; en noemen, 129; en Lusitania, 152, 155; zijn vergissing en Lusitania, 155, 156; als grootvader van de BVL, 158; kritiek van Kolman, 191; genoemd in de rechtszaak tegen Loezin, 199; onenigheden, 234
- Lebesgue-integraal, 68, 71
- Lejeune-Dirichlet, Peter Gustav, 75
- Lenin, Vladimir, 160, 165, 167, 168
- Leskin, D., 283n4
- Levshin, B.V., 273n8, 278n26, 279n12, 280n16, 20, 281n23, 27, 33
- Lisker, Roy, 276n19
- Ljapoenova, Elena, 262
- Ljoesternik, L.A., 135, 137, 149, 150, 151, 198, 210, 212, 213
- Ljoesternik-Sjirelman Categorie, 212
- Lobatsjevski, Nikolaj, 180, 216, 230, 231
- Loebjanka-gevangenis, 147, 182, 186
- Loenatjarski, Anatoli, 148, 167, 168, 218
- Loezin, 33; en Plotinus, 39, 40, 124; aankomst in Parijs, 71, 108, 109; psychologische crisis van, 109-111; en noemen, 121, 129, 130; en mysticisme, 123-125; en William James, 125, 126; het lesgeven van, 140-142; na de Russische Revolutie, 165, 166; en de 'nationalistisch-fascistische centrum-partij', 185; kritiek van Kolman, 191, 192; bekritiseerd door zijn studenten, 192, 193; met de familie Denjoy, 201; de Loezin-affaire en een *narrow escape*, 194-205; en Sjirelman, 207
- Loezina, Nadezjda Michajlovna, 106, 112, 113, 123, 142
- Lorentz, G.G., 261, 278n25, 282n11
- Losev, A., 30, 31, 283n4
- Lusitania, 135-163; blijvende inhoud, 143, 240, 242
- Lycée Henri IV, 73
- Lycée Lakanal, 73
- Lyell, Charles, 116
- Lysenko, Trofim, 233
- Machine-aanbidders, 168, 169
- Malenkov, Georgi, 202
- Malygin, Michail, 105
- Malygina, Nadezjda, 106
- Manin, Y., 284nn10, 13
- Marbo, Camille, 56, 63, 68, 89
- Markov, A.A., 94-97, 159, 160, 246
- Markovketens, 96, 97, 246
- Martens, Ljoedvig, 184, 185
- Marxisme, 91, 94, 115, 171, 193; en wiskunde, 189, 190
- Maurey, Bernard, 271n7
- Mazur, Barry, 261
- Mechlis, L.Z., 196
- Mensjov, Dmitri, 162, 210
- Merezjovski, Dmitri, 214
- Meyer, Paul-André, 284n6
- Minkowski, Hermann, 52, 98
- Mitrokhin, L.N., 279n3
- Mittag-Leffler, Gösta, 47, 48
- Mlodzejevski, B.K., 98
- Molodsj, Vladimir Nikolajevitsj, 166, 167, 192
- Molotov, Vjatsjeslav, 196
- Mongré, Paul, 154
- Montel, Paul, 63
- Moore, G.H., 270n6
- Morozov, V.V., 180
- Moschovakis, Yiannis, 284n6
- Moskous Wiskundig Genootschap, 29, 92, 103, 115, 231
- Moskouse School voor Wiskunde, 112, 128, 135, 140, 142, 151, 189, 191, 207, 234, 240
- Murdoch, John, 262

- Musil, Robert, 154
- 'Nationalistisch-fascistische centrum-partij', 184, 185, 189
- Naamaanbidders, op de berg Athos, 19
- Nekrasov, P.A., 94-96, 160, 246
- Neoplatonisme, 124
- Neumann, B.H., 284n10
- Newenglozski, M., 58
- Newton, Isaac, 202, 245
- Nicolaas van Cusa, 40, 41
- Nieuwe Economische Politiek, 167
- Nikolaj II, tsaar, 17, 20
- Nikon, aartsbisschop van Vologda, 21
- Noemen, genoemd (*nommé, imennoj*), 70, 71, 81, 82, 85, 87, 92, 129-132, 252; door Lusitanianen, 162, 238, 242
- Noether, Emmy, 221
- Normaal getallen, 82
- Novikov, M., 144, 146, 147, 151
- Novikov, P.S., 209, 210
- Novosjolov, M.A., 127
- Oeryson, Pavel, 137, 152, 154, 162, 211, 217, 219; en Aleksandrov, 219-225; foto met Aleksandrov en Brouwer, 223
- Ondergrondse Kerk, 175, 177
- Onuitspreekbaarheid, 35, 125, 132
- Ordinaalgetallen, 44
- Osipov, Iu.S., 281n2
- Ottomaanse Rijk, 18
- Painlevé, Paul, 62, 63, 66
- Pantheon, 108
- Parisiana, Hotel, 108, 109
- Parshin, A.N., 261, 273n8, 274n9, 275n9
- Pascal, Blaise, 122, 245
- Patte, F., 282n1
- Peano, Giuseppe, 73
- Perrin, Jean, 63
- Pesjkova, Jekaterina, 183
- Pevzner, B.I., 138
- Phillips, E.R., 274n8
- Picard, Émile, 47, 50, 55, 63, 67, 73, 82, 83
- Pisareva, Stela, 282n10
- Planck, Max, 79
- Plato, 43, 124, 125, 191, 235, 238
- Platonisme, 151
- Plotinus, 39, 40, 124, 125
- Poincaré, Henri, 48, 49, 52, 61, 67, 71, 73, 78, 79, 98, 99, 215; en Richards Paradox, 78, 79; en de Dreyfusaffaire, 67, 99
- Poincaré, Raymond, 67
- Polikarpov, K., 187
- Polishchuk, E.S., 282n4
- Polovinkin, S.M., 273n2
- Pólya, György, 88
- Pontrjagin, Leo, 198, 209, 210
- Potemkin, V.P., 200
- Pythagoras, 35, 36, 122, 249
- Panteleimonklooster, berg Athos, 20, 22, 26
- Quetelet, L.A.J., 91, 95
- Quine, W.V.O., 248
- Rachmaninoff, Sergej, 100
- Raspail, Francois-Vincent, 62
- Raspoetin, Grigori, 26
- Repin, Ilja, 100
- Repina, Helen, 262
- Revolutie van 1905, Rusland, 39
- Reznikoff, Igor, 261
- Richard, Jules/Richards Paradox, 78, 83, 253
- Roberval, Gilles de, 65
- Rockefeller Foundation, 170
- Rozanov, Vasilii, 214
- Rozjanskaja, I.A., 138
- Russell, Bertrand, 38, 71, 78, 79, 250
- Russisch Psychologisch Genootschap, 93
- Sabler, V.K., 20
- Sacks, Oliver, 284n13
- Salinger, J.D., 25
- Seignobos, Charles, 63
- Sergiev Posad, 109, 118, 119, 165, 167, 182, 184
- Sergius, metropoliet, 175
- Shakti Proces, 176
- Shentalinsky, Vitaly, 279nn9,13
- Shields, A.L., 273n4, 274n8
- Shikman, A.P., 274n13
- Sierpinski, Waclaw, 154-157, 209, 247
- Sinai, Ia.K., 209, 281n2
- Sjaljapin, Fjodor, 100
- Sjemjakin, Michail, 262
- Sjirelman, Leo, 137, 148, 197, 211, 212; dood van, 212, 213
- Sjmidt, Otto, 160, 161, 168, 169, 177, 197, 200
- Sjmidt, Pjotr, 118
- Smirnitskaja, Maria, 173, 179, 180, 245
- Sobolev, S.L., 198, 208
- Soeslin, Michail, 87, 131, 154, 155, 156, 158, 211, 257

- Solomina, O.I., 269n1, 283n4
 Solovetski-gevangenenkamp, 186
 Solzjenitsyn, Aleksandr, 233
 Sorbonne, 52, 55, 58, 73, 76, 108, 222
 Spinoza, 46
 St. Affrique, 56-58
 St. Petersburg School voor Wiskunde, 94
 St. Tatjana, 175, 279n1
 Stalin, Josef, 176, 196, 202-205
 Steklov Instituut voor Wiskunde, 196,
 229, 230
 Stelling van Heine-Borel, 60
 Stepanov, Vjatsjeslav, 137, 226, 227
 Stratonov, V., 147
 Struik, Dirk, 280n21
- Tacchi, Jean-Pierre, 271n7
 Tannery, Jules, 63
 Tannery, Paul, 63
 Tichomirov, V.M., 240, 241, 284n5
 Tichon, patriarch, 30
 Tichonov, Andrej, 210
 Toechatsjevski, M., 205
 Tolstoj, Leo, 99, 237
 Transfinitie getallen, 70, 82, 132, 140,
 153, 191
 Trotski, Leo, 165
 Tsjaikovski, Pjotr, 100, 214
 Tsjebysjev, Pafnoeti, 159
- Tsjipoelinski, Z.A., 17, 21
 Turing, Alan, 246, 282n3
 Tweede Internationale Congres voor de
 Geschiedenis van de Wetenschap, 191
- Valéry, Paul, 88
 Vernadski, Vladimir, 99
 Vinogradov, I.M., 197
 Volkov, A.A., 147
 Volterra, Vito, 73, 87
 Vorontsova, Masha, 262
 Vrije Wil, 91, 93-96
- Weierstrass, Karl, 59
 Weil, André, 201
 Wet van de grote getallen, 94-96
 Weyl, Hermann, 33-36, 122
 Woodin, W. Hugh, 278n22, 284n6
- Yankelevich, Tatiana, 262
 Youshkevich, A.P., 281n32
- Zdravkovska, Smilja, 281n35, 282n11
 Zeno, 37, 38, 77
 Zermelo, Ernst, 79-81, 253
 Zermelo-Fraenkel axioma's, 247
 Zinkina, Natalja, 263, 282n10
 Zuivere Russisch-Orthodoxe Kerk, 175,
 177