

Paradoxen in de taal

Waarover men niet kan spreken, daarover moet men zwijgen.¹

– Ludwig Wittgenstein (1889-1951), stelling 7 van de *Tractatus Logico-Philosophicus*

Tenslotte weet de heer Wittgenstein veel te zeggen over wat niet gezegd kan worden.

– Bertrand Russell (1872-1970), inleiding tot Wittgensteins *Tractatus Logico-Philosophicus*

De helft van de leugens die ze over mij vertellen is niet waar.²

– Yogi Berra

Laten we ons niet halsoverkop op de beperkingen van de rede storten, maar beginnen met alleen onze tenen in het water te steken en de beperkingen van de taal onder de loep te nemen. Taal is een instrument dat wordt gebruikt om de wereld waarin wij leven te beschrijven. Maar verwar de kaart niet met het gebied! Er is één groot verschil tussen taal en de wereld waarin wij leven: terwijl de echte wereld vrij van contradicties is, kunnen de door mensen gemaakte talige beschrijvingen van die wereld wél contradicties bevatten.

In sectie 2.1 vinden we de beroemde leugenaarsparadox en zijn vele varianten. Met deze relatief makkelijke raadsels kunnen we beginnen. Sectie 2.2 bevat een verzameling zelfreferentiële paradoxen. Ik toon aan dat die allemaal dezelfde vorm hebben. In sectie 2.3 treffen we diverse paradoxen aan waaraan beschrijvingen van getallen te pas komen.

2.1 Leugenaar!

Een taalparadox is een frase of zin die met zichzelf in tegenspraak is. Een babyversie van een taalparadox is een oxymoron (van het Griekse *oxys* voor ‘scherp’ en *moros* voor ‘dom’ – oxymoron betekent derhalve ‘scherpzinnige dwaasheid’). Dit zijn uitdrukkingen, die doorgaans uit twee woorden bestaan, die elkaar tegenspreken. Enkele voorbeelden zijn ‘originele kopieën’, ‘publiek geheim,’ ‘duidelijk in de war’, ‘militante pacifist’, ‘de grootste helft’, ‘samen alleen’, en mijn favoriet ‘gedraag je natuurlijk’. Hoewel deze uitdrukkingen feitelijk onzinnig zijn, hebben wij mensen er geen moeite mee om ze in de dagelijkse spreektaal te gebruiken.

Het klassieke voorbeeld van een taalparadox is de beroemde *Epimenidesparadox*. Die is meer dan tweeënhalf millennium oud, afkomstig uit de tijd dat Epimenides (600 v. Chr.), een Kretenzische filosoof en dichter, over zijn burens klaagde in een gedicht met de titel ‘Cretica’. Hij schreef: ‘De Kretenzers, allemaal leugenaars, snode bruten, luie buiken!’ Dit lijkt³ paradoxaal. Als de uitspraak waar is, noemt Epimenides zichzelf een leugenaar, omdat hij ook een Kretenzer is. In dat geval is deze regel van het gedicht onwaar. Maar als hij onwaar is, is Epimenides geen leugenaar en is de regel waar.

Er zijn veel taalparadoxen die lijken op de uitspraak van Epimenides. De *leugenaarsparadox* is een simpele zin, bijvoorbeeld

Ik lieg.

of

Deze zin is onjuist.

Als deze zinnen waar zijn, zijn ze onwaar. En als ze onwaar zijn, zijn ze waar.

De leugenaarsparadox wordt in vele verschillende vormen aangetroffen. Zo kunnen we een zin aanduiden als L_1 en vervolgens zeggen dat L_1 zijn eigen onwaarheid verkondigt:

L_1 : L_1 is onwaar.

En weer: als L_1 waar is, is hij onwaar. En als L_1 onwaar is, is hij waar. Andere variaties van de leugenaarsparadox hebben zinnen die niet direct zelfreferentieel zijn. Neem bijvoorbeeld de volgende twee zinnen:

L_2 : L_3 is onwaar.

L_3 : L_2 is waar.

Als L_2 waar is, is L_3 onwaar, hetgeen zou betekenen dat ‘ L_2 is waar’ onwaar is en dus dat L_2 onwaar is. Als daarentegen L_2 onwaar is, dan is L_3 waar en stelt L_3 dat L_2 waar is. *Tring!* Dat is een contradictie.

Het is belangrijk op te merken dat alleen het feit dat zinnen naar zichzelf verwijzen en onwaar zijn niet betekent dat er sprake is van een contradictie. Neem deze twee zinnen:

L_4 : L_5 is onwaar.

L_5 : L_4 is onwaar.

Laten we ervan uitgaan dat L_4 onwaar is. Dan is L_5 waar en L_4 onwaar. Als je op dezelfde wijze uitgaat van de premisse dat L_4 waar is, dan blijkt L_5 onwaar, en is L_4 waar. Geen van beide aannamen leidt tot een contradictie.

Er zijn vele andere vormen van de leugenaarsparadox:

- De enige onderstreepte zin op deze pagina is een aperte leugen.
- **De vetgedrukte zin op deze pagina is een regelrechte leugen.**
- De zin na de vetgedrukte zin op deze pagina is onwaar.

Zijn ze waar of onwaar?

De leugenaarsparadox bestaat al meer dan 2500 jaar en filosofen hebben vele verschillende manieren bedacht om zulke contradicties te vermijden. Sommige filosofen proberen deze taalparadoxen te omzeilen door te stellen dat de leugenaarszinnen waar noch onwaar zijn. Tenslotte is niet iedere zin waar of onwaar. Vragen zoals ‘Bij jou of bij mij?’ en commando’s zoals ‘Ga direct naar de gevangenis!’ zijn waar noch onwaar, maar uit de leugenaarszinnen blijkt dat er ook declaratieve zinnen zijn die waar noch onwaar zijn.

Er zijn mensen die zeggen dat de zin ‘Deze zin is onwaar’ niet eens grammaticaal correct is. Immers, waarnaar verwijst ‘deze zin’? Als hij naar iets verwijst, zouden we ‘deze zin’ moeten kunnen vervangen door datgene waarnaar het verwijst. Laten we dat eens proberen:

‘Deze zin is onwaar’ is onwaar.

Dit is grammaticaal correct en zou waar of onwaar kunnen zijn. Maar het is niet zelfreferentieel en niet hetzelfde als de oorspronkelijke leugenaarszin. Dit lijkt op de zin

‘Deze zin is onwaar’ telt vier woorden,

die waar is, terwijl

‘De zin is onwaar’ telt vijf woorden

onwaar is. Het zou leuk zijn om een grammaticaal correcte zin te vinden die een zelfreferentiële paradox is. W.V.O. Quine heeft een slimme manier gevonden om deze problemen te omzeilen. Neem de volgende zin van Quine:

‘Levert een onwaarheid op wanneer voorafgegaan door zijn aanhaling’
levert een onwaarheid op wanneer voorafgegaan door zijn aanhaling.

Merk eerst op dat dit een valide zin is. Het onderwerp is de frase tussen aanhalingstekens en de persoonsvorm is ‘levert op’. Laten we ons nu afvragen of hij waar is. Als hij waar is, dan krijgen we een onwaarheid wanneer je het onderwerp aan de rest van de zin verbindt, zoals wij hebben gedaan. Dan is de zin onwaar. Maar wat als de zin onwaar is? Dat betekent dat je geen onwaarheid maar een ware zin krijgt wanneer je het onderwerp aan de zin verbindt. Dus als je ervan uitgaat dat de zin van Quine onwaar is, leidt je daaruit af dat hij waar is. Dit is een grammaticaal correcte zin die met zichzelf in tegenspraak is.

Een andere mogelijke oplossing voor paradoxale zinnen is de taal zodanig in te perken dat zulke zinnen worden voorkomen. Sommigen hebben gezegd dat de taal niet in verschillende niveaus gestratificeerd

moet worden. Zij hebben verklaard dat zinnen niets kunnen zeggen over andere zinnen van hun eigen of een hoger niveau. Zo zal het laagste niveau bestaan uit zinnen als ‘Gras is groen’ en ‘Mijn pen is blauw’. Het volgende niveau zal bestaan uit zinnen over zinnen op het laagste niveau. Bijvoorbeeld:

‘Gras is groen’ is een voor de hand liggende zin.

of

“‘Mijn pen is blauw’ bevat vier woorden’ is een dom feit.

Door de soorten zinnen in te perken zullen we zinnen vermijden van het type

De cursieve zin op deze pagina is grammaticaal correct.

Dit is een zin die over zichzelf gaat en dus een zin op zijn eigen niveau. Hij wordt niet koosjer verklaard – dat wil zeggen, hij is geen geldig onderdeel van de taal. Elke zin mag alleen iets zeggen over zinnen op een lager niveau. Als een zin wel iets zegt over een zin op zijn eigen niveau, wordt die zin betekenisloos genoemd. Deze stratificatie zal ervoor zorgen dat er geen zelfverwijzingen zijn en dus ook geen contradicties. Met zulke beperkingen zijn taalkundigen er tamelijk zeker van dat ze de meeste paradoxale taalkundige zinnen hebben uitgebannen. Maar deze oplossing is enigszins kunstmatig. De gewonemensentaal heeft nooit problemen gehad met een of andere vorm van zelfverwijzing:

- Iemand zegt: ‘O! Ik ben vandaag suf en ik weet niet waar ik het over heb.’ Is hij zich bewust van het uitspreken van deze zin?
- Carly Simon zingt een lied met de tekst ‘You’re so vain, you probably think this song is about you’, oftewel ‘Jij bent zo zelfingenomen dat je waarschijnlijk denkt dat dit nummer over jou gaat’. Maar dit nummer gáát ook over hem!
- ‘Elke regel heeft een uitzondering behalve één regel: deze.’
- ‘Zeg nooit “nooit”!’
- ‘De enige regel is dat er geen regel is.’

In al deze gevallen – en nog veel vaker – overtreedt de menselijke taal de regel dat zij alleen mag gaan over zinnen van een ‘lagere’ orde. Het gaat telkens om zinnen die over zichzelf gaan. En toch zijn al deze voorbeelden op de een of andere manier een valide onderdeel van de menselijke taal.

Een andere mogelijke oplossing voor paradoxale zinnen werd genoemd in hoofdstuk 1, namelijk dat de menselijke taal een product is van de menselijke geest, en als zodanig onderhevig aan contradicties. De menselijke taal is geen perfect systeem, dat vrij is van discrepanties (in tegenstelling tot perfecte systemen zoals wiskunde, wetenschap, logica en het concrete universum). We kunnen dus maar beter accepteren dat de menselijke taal gebrekkig is en contradicties bevat. Dat lijkt mij redelijk.

2.2 Zelfreferentiële paradoxen

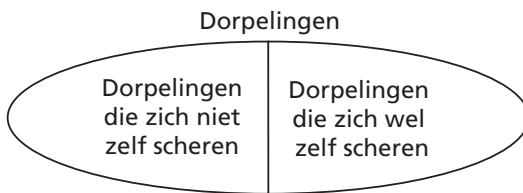
De oorzaak van het probleem met de leugenaarsparadox is dat de taal gebruikt kan worden om taal te beschrijven, in het bijzonder als het een zin betreft die zijn eigen waarheidsgetrouwheid aan de orde stelt. Dit vermogen van de taal om taal te beschrijven is een vorm van zelfreferentialiteit. Paradoxen die voortkomen uit zulke zelfverwijzingen vormen het onderwerp van deze sectie. Hoewel deze paradoxen niet per se taalkundige paradoxen zijn, lijken ze op de leugenaarsparadox en zullen ze ons helpen de ware aard van zelfreferentialiteit te begrijpen.

De Engelse filosoof Bertrand Russell beschreef een kostelijke kleine paradox die bekend is geworden als de *kappersparadox*. Stel je een afgelegen dorpje in de Oostenrijkse Alpen voor, waar maar één kapper is. Sommige dorpelingen scheren zichzelf en andere gaan naar de kapper. Iedereen in het dorp houdt zich aan de volgende regel: iedereen die zich niet zelf scheert moet naar de enige kapper en iedereen die zich wel zelf scheert gaat niet naar de kapper. Dat lijkt een vrij onschuldige regel. Waarom zou je tenslotte naar de kapper gaan als je geld kunt besparen door jezelf te scheren? En als je naar de kapper gaat, waarom zou je je dan zelf scheren? Stel jezelf nu de simpele vraag:

Wie scheert de kapper?

Hij is een dorpeling en dus moet hij naar de kapper als hij zich niet zelf scheert. Maar hij *is* de kapper en dus scheert hij zichzelf. Als hij dus inderdaad zichzelf scheert omdat hij de kapper is, gaat hij naar de kapper en scheert hij zich niet zelf.⁴

We kunnen de kappersparadox weergeven zoals in figuur 2.1. We verdelen de dorpelingen in twee verzamelingen en kijken of de kapper tot de linker- of de rechterverzameling behoort.



Figuur 2.1 Tot welke deelverzameling behoort de kapper?

In tegenstelling tot de leugenaarsparadox heeft de kappersparadox een eenvoudige oplossing: het beschreven dorpje bestaat gewoonweg niet. Het kan niet bestaan omdat er een contradictie inherent is aan de beschrijving ervan. Onze beschrijving brengt een contradictie omtrent de kapper met zich mee, en omdat de echte wereld geen contradicties kent, bestaat het dorpje niet echt. Er zijn vele andere dorpjes in de Oostenrijkse Alpen, maar die zijn anders ingericht. Misschien zijn daar twee kappers die elkaar scheren; misschien zijn er langharige hippie-types die helemaal niet naar een kapper gaan, ook al is dat nog zo hard nodig. Deze beschrijvingen van andere dorpjes zijn volstrekt legitiem, zij leiden niet tot contradicties. Maar het door Russell beschreven dorpje kan niet bestaan.

Een andere ingenieuze paradox gaat over adjectieven en wordt de *heterologische paradox* of *Grellings paradox* genoemd. Neem het woord *Nederlands*. Dat is een Nederlands woord. Maar *Frans* is geen Frans woord (het is een Nederlands woord). Laten we nog wat andere adjectieven onder de loep nemen en kijken hoe die zich tot zichzelf verhouden: *polysyllabisch* is polysyllabisch. *Monosyllabisch* is niet monosyllabisch. *Pentasyllabisch* (vijflettergrepig) is pentasyllabisch. *Spelfout* is geen spelfout. *Bijvoeglijk* is bijvoeglijk. *Vrouwelijk* is niet vrouwelijk. *Onbehulpenderhand* is onbehulpenderhand. *Onuitspreekbaar* is niet onuitspreekbaar. Feitelijk

zijn er twee groepen adjectieven: adjectieven die zichzelf beschrijven en adjectieven die dat niet doen. Alle adjectieven die zichzelf beschrijven noemt men *autologisch* (van het Griekse *autos*, dat ‘zelf’ of ‘eigen’ betekent, en *logos*, dat ‘woord’, ‘spraak’ of ‘rede’ betekent) of *homologisch*. Daarentegen worden alle adjectieven die zichzelf niet beschrijven *heterologisch* genoemd (van het Griekse *heteros*, dat ‘ander(s)’ betekent). *Nederlands*, *polysyllabisch* en *bijvoeglijk* zijn dus allemaal autologisch, terwijl *Frans*, *monosyllabisch*, *onuitspreekbaar* enzovoort allemaal heterologisch zijn. Nu we deze twee categorieën hebben vastgesteld, kunnen we de volgende vraag stellen:

Is *heterologisch* heterologisch?

Laten we zeggen dat *heterologisch* heterologisch is. Zoals

Nederlands is Nederlands \Rightarrow *Nederlands* is autologisch

zo geldt ook:

heterologisch is heterologisch \Rightarrow *heterologisch* is autologisch

en dus is *heterologisch* niet heterologisch. Maar als we van het tegenovergestelde uitgaan en zeggen dat *heterologisch* niet heterologisch is, dan kunnen we net zoals we zeggen

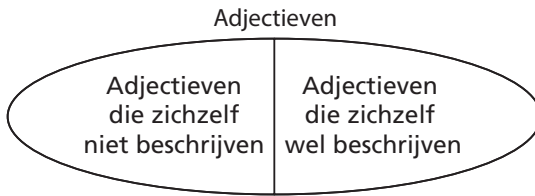
Frans is geen Frans \Rightarrow *Frans* is heterologisch

ook zeggen

heterologisch is niet heterologisch \Rightarrow *heterologisch* is heterologisch.

Zo zijn wij tot de gevolgtrekking gekomen dat *heterologisch* alleen heterologisch is als het niet heterologisch is. *Tring!* Dit is een lastige contradictie.

We kunnen deze zelfreferentiële paradox wederom voorstellen als in figuur 2.2.



Figuur 2.2 Tot welke deelverzameling behoort *heterologisch*?

Deze paradox lijkt ook een eenvoudige oplossing te hebben: het woord *heterologisch* bestaat niet, en als het wel bestaat, heeft het geen betekenis. We hebben gezien dat we tot een contradictie komen als we *heterologisch* definiëren. Dit is net zoiets als zeggen dat het dorpje in de kappersparadox niet bestaat.

Maar we kunnen niet domweg alle problemen oplossen door met onze hand te zwaaien en te verklaren dat het woord *heterologisch* niet bestaat of geen betekenis heeft. Het probleem is te diep geworteld in de aard van de taal zelf. In plaats van verder in te gaan op het woord *heterologisch* zullen we ingaan op de aanverwante bijvoeglijke bepaling ‘niet waar van zichzelf’. Vraag eenvoudigweg of de bepaling ‘niet waar van zichzelf’ waar van zichzelf is. Die is alleen waar als hij niet waar is. Moeten wij domweg stellen dat ‘niet waar van zichzelf’ geen valide bijvoeglijke bepaling is? Er is niets mis met de woorden in de bepaling. De bepaling heeft niets gekks zoals het woord *heterologisch*. Niettemin komen we op een contradictie uit als we haar gebruiken.

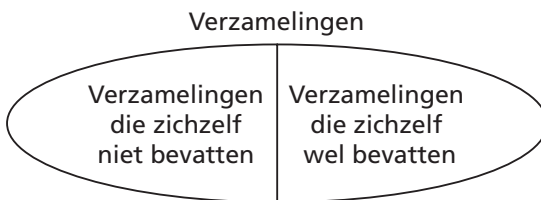
De *paradox van het naslagwerk* lijkt sterk op de heterologische paradox. Een naslagwerk is een boek dat boeken in verschillende categorieën opsomt. Er zijn veel naslagwerken waarin vele verschillende soorten boeken worden opgesomd. Er zijn naslagwerken voor antiekboeken, antropologieboeken, boeken over de Noorse fauna, enzovoort. Bepaalde naslagwerken bevatten een vermelding van zichzelf. Als je bijvoorbeeld een naslagwerk zou publiceren van alle gepubliceerde boeken, zou dat naslagwerk ook zichzelf bevatten. Er zijn ook bepaalde naslagwerken die zichzelf niet zouden vermelden, zoals een naslagwerk over de Noorse fauna. Neem het naslagwerk dat alle naslagwerken vermeldt die zichzelf niet vermelden en stel jezelf de volgende eenvoudige vraag: vermeldt dit boek zichzelf? Als we er even over nadenken, kunnen we

makkelijk zien dat dit boek zichzelf alleen vermeldt als het zichzelf niet vermeldt. Wij concluderen dat zo'n naslagwerk met zo'n regel wat betreft de inhoud niet kan bestaan. (Ik laat het aan de lezer om voor deze paradox een diagram te tekenen zoals in de figuren 2.1 en 2.2.)

Bertrand Russell gebruikte de kappersparadox om een serieuzere paradox uit te leggen die *Russells paradox* wordt genoemd. Die is abstracter dan de andere zelfreferentiële paradoxen die we hebben gezien en de moeite van het overpeinzen waard. Neem verschillende verzamelingen objecten. Sommige verzamelingen bevatten alleen elementen en andere bevatten andere verzamelingen. Zo kun je een school bezien als een verzameling die verschillende klassen bevat, waarbij elke klas de verzameling leerlingen in die klas is. Sommige verzamelingen bevatten zelfs kopieën van zichzelf. De in dit boek beschreven verzameling van alle verzamelingen bevat ook zichzelf. Er zijn, uiteraard, vele verzamelingen die zichzelf niet bevatten. Neem bijvoorbeeld de verzameling van alle rode appels. Die bevat zichzelf niet omdat een rode appel geen verzameling is. Russell zou graag willen dat wij nadenken over de verzameling R van alle verzamelingen die zichzelf niet bevatten. Stel je nu de volgende vraag:

Bevat R zichzelf?

Als R zichzelf bevat, dan valt hij niet onder R , op grond van de definitie van wat R bevat. Maar als R zichzelf niet bevat, voldoet hij aan de vereiste om tot R te behoren en valt hij onder R . Dit is een contradictie, die gevisualiseerd wordt in figuur 2.3.



Figuur 2.3 Welk deel bevat R ?